

文章编号: 1001-0920(2004)06-0711-03

一类不确定非线性系统的鲁棒自适应 - 输出跟踪控制

王强德^{1,2}, 井元伟¹, 张嗣瀛¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165)

摘要: 针对一类不确定非线性系统, 讨论了鲁棒自适应 - 输出跟踪问题. 利用 Backstepping 方法设计了一种自适应光滑状态反馈控制器, 使系统输出跟踪给定的 C^1 参考输出信号. 在参考信号及其导数均有界的条件下, 得到了全局 - 输出跟踪, 且闭环系统所有信号均全局一致有界. 仿真结果表明了该设计方法的有效性.

关键词: - 输出跟踪; 鲁棒自适应控制; 全局一致有界; Backstepping 方法

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Robust adaptive -output-tracking control for a class of uncertain nonlinear systems

WANG Qiang-de^{1,2}, JING Yuan-wei¹, ZHANG Si-ying¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China. Correspondent: WANG Qiang-de, E-mail: wqdwchl@sohu.com)

Abstract: For a class of uncertain nonlinear systems, the robust adaptive -output-tracking control problem is dealt with. By means of the backstepping method, a robust adaptive state feedback controller is designed. Under the assumption that the bounded reference output signal is C^1 only and its derivative is bounded, the global -output-tracking is obtained. Moreover all the signals in the closed-loop systems are globally uniformly bounded. The simulation results show the validity of the method.

Key words: -output-tracking; robust adaptive control; globally uniformly bounded; backstepping

1 引言

控制理论的一个重要课题是设计反馈控制律, 使受控系统的输出跟踪给定的参考信号. 在过去的几十年里, 许多学者对这一问题进行研究^[1~4], 尤其是文献[3], 对非线性系统输出调节理论的发展成果作了详细概括和总结.

Backstepping 方法是处理具有下三角结构的非线性系统 (即参数严格反馈系统) 的一种有效方法^[1,4~6]. 然而, 以往的设计方案都要求参考信号具有 n 阶连续导数, 这就使得跟踪信号的范围受到很

大的限制.

本文针对参数严格反馈 (PSF) 不确定非线性系统, 利用 Backstepping 方法设计鲁棒自适应光滑状态反馈控制律, 使对象输出跟踪给定的 C^1 参考信号. 在参考信号及其导数都是有界的条件下, 输出跟踪误差在有限时间可到达给定的任意小邻域内 (即 - 输出跟踪), 且闭环系统所有信号全局一致有界.

2 问题提出

考虑如下不确定非线性 PSF 系统:

收稿日期: 2003-04-22; 修回日期: 2003-06-24.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60304003); 山东省自然科学基金资助项目 (Q2002G02).

作者简介: 王强德 (1971—), 男, 山东商河人, 博士生, 从事鲁棒控制、自适应控制的研究; 张嗣瀛 (1925—), 男, 山东章丘人, 中国科学院院士, 教授, 博士生导师, 从事复杂性科学与复杂系统控制等研究.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \tau^{-1} \phi_1(x_1) + \phi_1(x, u, t), \\ \dot{x}_i = x_{i+1} + \tau^{-1} \phi_i(x_1, \dots, x_i) + \phi_i(x, u, t), \\ x_{n+1} = u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ 为状态, u 为控制输入, y 为系统输出, $\phi_i(x_1, \dots, x_i) \in R^q$ 为光滑函数向量,

R^q 为未知常参数向量, $\phi_i(x, u, t)$ 表示系统的外部扰动、建模误差或未建模动态, $i = 1, 2, \dots, n$.

参考信号 $y_r(t)$ 和 $\phi_i(x, u, t)$ 满足如下假设条件:

假设 1 对于所有 $1 \leq i \leq n$, 存在非负光滑函数 $\rho_i(x_1, \dots, x_i)$, 使得 $|\phi_i(x, u, t)| \leq \rho_i(x_1, \dots, x_i)$, 其中 ρ_i 为未知正常数.

假设 2 参考信号 $y_r(t) \in C^1$, 且 $y_r(t)$ 和 $\dot{y}_r(t)$ 有界, $|\dot{y}_r(t)| \leq d$, d 为已知正常数.

本文的控制目标是设计光滑状态反馈控制律, 使系统输出跟踪 $y_r(t)$, 且跟踪误差任意小.

在设计控制器之前, 首先给出一个有用的引理:

引理 1^[7] 对于任意的实数 $a > 0, b > 0$ 和 $m \geq 1$, 有如下不等式成立:

$$a \leq b + [a/m]^m [(m-1)/b]^{m-1}. \quad (2)$$

3 控制器设计及主要结果

令 $p = \max\{\rho_i^2, i = 1, 2, \dots, n\}$. 利用 Back-stepping 方法进行控制器设计的步骤如下:

第 1 步: 令 $z_1 = x_1 - y_r$, 取 Lyapunov 函数

$$V_1(z_1, \hat{p}) = \frac{1}{2} z_1^2 + \frac{1}{2} \tau^{-1} \tilde{p}^2 + \frac{1}{2r} \tilde{p}^2.$$

其中: τ 和 r 为正的设计常数, $\tilde{p} = \hat{p} - p$, \hat{p} 和 p 分别为 p 的估计.

对于任意的 $\epsilon > 0$, 由引理 1 和假设, 光滑虚拟控制律和光滑校正函数分别为

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= -c_1 z_1 - \tau^{-1} \phi_1 - \\ & z_1 (4\tau)^{-1} (d^2 + \hat{p}^2), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}} = (z_1 - 1 - \tau^{-1}(\hat{p} - p^0)), \\ \tilde{p} = r[(4\tau)^{-1} z_1^2 - 2(\hat{p} - p^0)]. \end{cases} \quad (4)$$

使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 z_1^2 + z_1(x_2 - \dot{z}_1) - \\ & (z_1 + \tau^{-1})^T (\hat{p} - p) - (z_1 + \\ & r^{-1} \tilde{p}) (\hat{p} - \tilde{p}) + 2\dot{z}_1. \end{aligned} \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= 0, \quad \dot{\hat{p}} = 0, \quad \dot{\tilde{p}} > 0, \quad \dot{z}_2 > 0, \\ & = \tau^{-1} \tilde{p}^T (\hat{p} - p^0) + 2\tilde{p}(\hat{p} - p^0), \end{aligned}$$

p^0 和 p^0 分别为设计常数和常向量.

第 i 步 ($2 \leq i \leq n$): 定义坐标变换 $z_i = x_i -$

x_{i-1} , 取 Lyapunov 函数 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$. 由假设 1 和引理 1 知, 存在非负光滑函数 $\rho_i(x_1, \dots, x_i)$, 使得

$$|\phi_i(z_i, \dots, z_{i-1}, \frac{\partial z_{i-1}}{\partial x_j})| \leq \frac{p_i z_i^2}{4}. \quad (6)$$

因此光滑虚拟控制律和校正函数分别为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i &= -c_i z_i - z_{i-1} + \frac{\partial z_{i-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - \\ & \tau^{-1} w_i - \frac{z_i d^2}{4} (\frac{\partial z_{i-1}}{\partial y_r})^2 - \frac{z_i}{4} \hat{p}^2 + \\ & \tau^{-2} z_{j+1} \frac{\partial z_i}{\partial \hat{w}_i} + r \tau^{-2} z_{j+1} z_i \frac{\partial z_i}{\partial p} + \\ & \frac{\partial z_{i-1}}{\partial \hat{p}} (z_i + \frac{\partial z_{i-1}}{\partial \hat{p}} \tilde{p}). \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$$\dot{z}_i = z_{i-1} + z_i w_i, \quad \tilde{p}_i = \tilde{p}_{i-1} + r z_i^2 \tilde{p}_i.$$

使得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= -\sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + z_i(x_{i+1} - \dot{z}_i) - \\ & (z_i + \tau^{-1})^T (\hat{p} - p) - (z_i + \\ & r^{-1} \tilde{p}) (\hat{p} - \tilde{p}) + 2\dot{z}_i. \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$\begin{cases} \dot{\hat{p}}_i = \hat{p}_{i-1} - z_i \frac{\partial z_{i-1}}{\partial \hat{p}}, \\ \dot{z}_i = z_{i-1} - z_i \frac{\partial z_{i-1}}{\partial p}, \\ w_i = z_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial z_{i-1}}{\partial x_j} z_j. \end{cases} \quad (9)$$

显然, 当 $i = n$ 时, 自适应控制律和参数自适应调节律分别为

$$u = x_{n+1} = z_n, \quad (10)$$

$$\dot{\hat{p}} = \hat{p}_n, \quad \dot{\tilde{p}} = \tilde{p}_n. \quad (11)$$

使得下式成立:

$$\dot{V}_n = -\sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + 2\dot{z}_n + \dots \quad (12)$$

对 (12) 进行放大, 可进一步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 - \frac{1}{2} \tilde{\tau}^T \tilde{\tau} - \frac{1}{2} \tilde{p}^2 + 2n + \\ &\frac{1}{2} \tilde{p}^2 + \frac{1}{2} (p - p^0)^2 \\ &- cV_n + \mu. \end{aligned} \tag{13}$$

其中

$$\begin{aligned} c &= \min\{2c_i, \quad 1, r_2, i = 1, \dots, n\}, \\ \mu &= 2n + \frac{1}{2} \tilde{p}^2 + \\ &\frac{1}{2} (p - p^0)^2. \end{aligned}$$

至此,便完成了控制器的设计.

由上面的设计过程可得如下结论:

定理 1 如果假设 1 和假设 2 满足,则自适应控制律 (10) 和参数自适应调节律 (11) 应用于系统 (1),可使闭环系统的所有信号全局一致有界,且对于任意的 $\epsilon > 0$,存在 $T > 0$,当 $t > T$ 时,有

$$|y - y_r| < \epsilon. \tag{14}$$

证明 因为 μ 是常数,所以根据 Gronwall 不等式,由式 (13) 可得

$$V_n \leq \frac{\mu}{c} + e^{-ct} [V_n(0) - \frac{\mu}{c}]. \tag{15}$$

因此 $z_1, \dots, z_n, \tilde{\tau}, \tilde{p}$ 全局一致有界,从而 $x_1, \dots, x_n, \hat{p}, u$ 全局一致有界.由式 (15) 可知,一定存在 $T > 0$,当 $t > T$ 时,有

$$V_n \leq 2\mu/c. \tag{16}$$

对于任意的 $\epsilon > 0$,适当选择 $c_1, \dots, c_n, 1, 2, \dots$,可使 $2\sqrt{\mu/c} < \epsilon$.从而当 $t > T$ 时,有

$$|y - y_r| \leq \sqrt{2V_n} \leq 2\sqrt{\mu/c} < \epsilon. \tag{17}$$

因此定理 1 得证.

4 示例仿真

为验证本文所设计算法的有效性,考虑如下系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \sin(x_1) + \theta_1(x, u, t), \\ \dot{x}_2 = u, \\ y = x_1. \end{cases} \tag{18}$$

其中 $\theta_1(x, u, t) = e^{x_1}$, 为未知常参数.参考输出信号为

$$\begin{aligned} y_r(t) &= \begin{cases} \cos(t), & 4k < t < 4k + 1; \\ -1, & 4k + 1 < t < 4k + 3; \\ \cos(t), & 4k + 3 < t < 4k + 4; \end{cases} \\ &k = 0, 1, \dots \end{aligned} \tag{19}$$

显然 $y_r(t) \in C^1$,且满足 $|y_r(t)| \leq 1, |\dot{y}_r(t)| \leq 1$.由于 $y_r(t)$ 仅有一阶导数,以往文献中的算法都不适用.

利用本文设计的算法对系统 (18) 进行仿真.取 $\theta_1(x, u, t) = \sin(x_2)e^{x_1}, \theta_1 = 1$;控制器参数分别为 $c_1 = c_2 = 1, r = 10, \sigma = 0.1, p^0 = 0, \hat{p}(0) = 0, \hat{p}(0) = 1, x(0) = [1, 0]^T$.仿真结果如图 1 和图 2 所示.

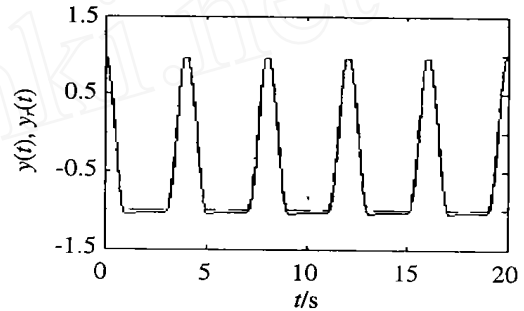


图 1 输出和参考信号的仿真

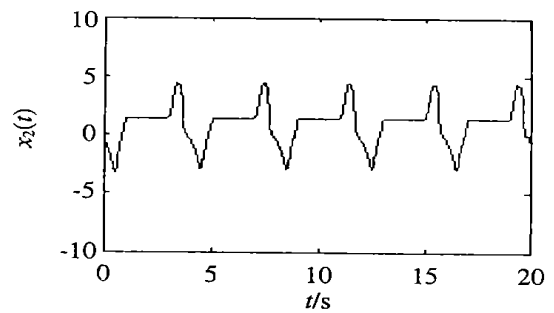


图 2 状态 x_2 的仿真

从图 1 和图 2 可以看出,输出跟踪误差很小,状态 x_1 和 x_2 有界,同时可得出其余信号也是有界的(图略).该仿真示例验证了本文算法是有效的.

5 结 论

本文针对一类不确定非线性系统,在参考信号仅有一阶导数的条件下,设计了一种鲁棒自适应状态反馈控制器,保证闭环系统所有信号全局一致有界,且输出跟踪误差任意小.仿真示例验证了算法的鲁棒性和有效性.

参考文献 (References):

[1] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.

[2] Marino R, Tomei P. *Nonlinear Control Design* [M]. London: Prentice-Hall, 1995.

(下转第 717 页)

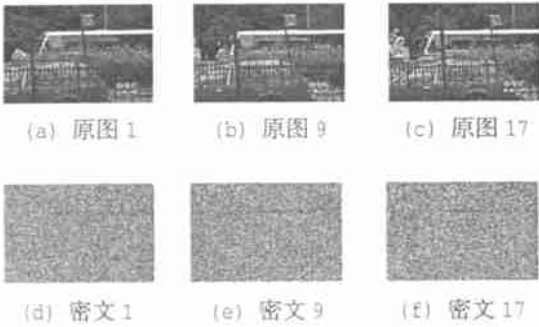


图 5 视频图像序列加密结果

Microsoft Windows 98 操作系统, Baker 映射的循环次数为 4 次. 实验结果如表 1 所示. 可见, 基于三维 Baker 映射加密方法的加解密速度很快, 达到 1.2 MB/s 以上, 因此更适于大数据量、实时性要求高的多媒体数据的加密.

表 1 两种加密算法加解密速度比较

测试图像 长 × 宽	基于 3D Baker 的密码		DES 算法	
	加密/s	解密/s	加密/s	解密/s
aerial 128 × 128	0.05	0.03	0.50	0.44
boats 256 × 256	0.06	0.05	1.92	1.87
cougar 640 × 480	0.22	0.22	8.93	8.90
girl 1 024 × 768	0.60	0.60	22.52	23.13
city 2 048 × 2 048	3.24	3.19	122.05	120.45

6 结 语

本文将 Baker 映射扩展到三维, 并保持了原映射的混沌特性. 扩展后的三维映射具有更大的密钥空间和更快的混乱速度, 能够实现三维空间的位置置乱, 适合于视频或多频谱图像序列的加密及其他

三维数据的保密应用. 本文提出将三维混沌映射用于加密的方案, 对图像序列的加密结果表明, 该方案具有较高的安全性. 针对视频数据量大的特点, 将三维混沌映射用于视频流的部分加密, 将是进一步研究的课题.

参考文献 (References) :

[1] Habutsu T, Nishio Y, Sasase I, et al. A secret key cryptosystem by iterating chaotic map[J]. *Lect Notes Comput Sci*, 1991, 547: 127-140.

[2] Tsueike M, Ueta T, Nishio Y. An application of two dimensional chaos cryptosystem [R]. *Japanses: IEICE*, 1996.

[3] Kötulski Z, Szczepanski J. Discrete chaotic cryptography [J]. *Ann Physik*, 1997, 6(5): 381-394.

[4] Naoki Masuda, Kazuyuki Aihara. Cryptosystems with discretized chaotic maps [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems — I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(1): 28-40.

[5] Pichler F, Scharinger J. Finite dimensional generalized Baker dynamical systems for cryptographic applications[J]. *Lect Notes in Comput Sci*, 1996, 1030: 465-476.

[6] Kocarev L, Jakimoski G, Stojanovski T, et al. From chaotic maps to encryption schemes[A]. *Proc IEEE Int Symp ISCAS 98*[C]. Monterey: IEEE, 1998. 514-517.

[7] Fridrich J. Symmetric ciphers based on two-dimensional chaotic maps [J]. *Int J Bifurcation and Chaos*, 1998, 8(6): 1259-1284.

[8] Chen C C, Daponte J S, Fox M D. Fractal feature analysis and classification in medical imaging[J]. *IEEE Trans on Medical Imaging*, 1989, 8(2): 133-142.

[9] Shannon C. Communication theory of secrecy systems[J]. *Bell System Technical J*, 1949, 28(4): 656-715.

(上接第 713 页)

[3] Byrnes C I, Isidori A. Output regulation for nonlinear systems: An overview[J]. *Int J Robust Nonlinear Control*, 2000, 33(10): 323-337.

[4] 王强德, 陈卫田, 魏春玲, 等. 一类不确定非线性系统的鲁棒自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(2): 244-248.
(Wang Qiangde, Chen Weitian, Wei Chunling, et al. Robust adaptive control of a class of uncertain nonlinear systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(2): 244-248.)

[5] Jiang Zhongping, Laurent Praly. Design of robust adaptive controller for nonlinear systems with dynamic uncertainties

[J]. *Automatica*, 1998, 34(7): 825-840.

[6] 王强德, 魏春玲, 王华建. 一类非线性参数系统的鲁棒自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(2): 197-202.
(Wang Qiangde, Wei Chunling, Wang Huajian. Robust adaptive controller of a class of nonlinear parameterization systems[J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(2): 197-202.)

[7] Qian Chunjiang, Lin Wei. Practical output tracking of nonlinear systems with uncontrollable unstable linearization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 21-36.