

文章编号: 1001-0920(2004)06-0637-05

基于小波网络的一类非线性系统稳定最小方差控制

郭 健¹, 陈庆伟¹, 胡维礼¹, 吴宏鑫²

(1. 南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094; 2. 北京控制工程研究所, 北京 100080)

摘 要: 研究一类非线性系统的最小方差控制. 将非线性系统等价表示为时变线性系统, 利用小波网络的非线性逼近特性在线辨识时变系数, 利用改进的投影算法在线调整小波网络的权值; 在此基础上设计了非线性系统的最小方差控制器, 并分析了闭环控制系统的稳定性. 仿真结果表明了该算法的有效性.

关键词: 非线性; 时变; 小波网络; 最小方差控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Stable minimum variance control for a class of nonlinear systems based on wavelet networks

GUO Jian¹, CHEN Qing-wei¹, HU Wei-li¹, WU Hong-xin²

(1. Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China; 2. Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100080, China. Correspondent: GUO Jian, E-mail: gjg@263.sina.com)

Abstract: Minimum variance control for a class of nonlinear systems is discussed. The nonlinear system is substituted by a time-varying linear system. Wavelet networks are used to identify the time-varying coefficients for their better nonlinear approximation character. Then improved gradient estimation algorithm is used to adjust the weights of the wavelet networks. A minimum variance controller is designed. The stability of the closed-loop system is proved. The effectiveness of the presented method is demonstrated by the simulation results.

Key words: nonlinear; time-varying; wavelet networks; minimum variance control

1 引 言

最小方差控制器^[1]是按最小输出方差为目标设计的自校正控制律. 它能有效地抑制随机干扰, 算法简单, 易于实现, 在实际工业过程中具有重要的应用价值. 传统的最小方差控制是基于线性模型进行控制. 将最小方差控制推广到非线性系统, 主要存在以下困难: 1) 非线性系统结构复杂多变, 很难找到合适的不确定非线性动态系统的模型结构; 2) 由于缺乏有效的数学分析工具, 难以优化求解控制律^[2]. 常见的近似线性化方法和精确反馈线性化等都具有较大的局限性^[3,4].

文献[5]针对一类常见的非线性系统, 等价表示为时变线性系统, 将形式多样的非线性系统转化为一般线性系统结构, 为此类非线性系统的研究提供了一种方法, 但随之出现了时变参数的估计问题. 为此, 本文构造了多输入多输出小波网络在线辨识系统时变参数, 在此基础上设计了非线性系统最小方差自适应控制器.

2 被控对象

假设被控对象由如下输入输出模型描述:

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)) + \varepsilon(k). \quad (1)$$

收稿日期: 2003-06-26; 修回日期: 2003-08-21.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60034010, 60174019); 南京理工大学科研基金资助项目(AB41415).

作者简介: 郭健(1974—), 男, 江苏南通人, 博士, 从事预测控制、小波神经网络的研究; 胡维礼(1941—), 男, 江苏东台人, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、网络控制等研究.

其中: $u(\cdot)$ 和 $y(\cdot)$ 分别表示系统输入和输出, m 和 n 为输入和输出阶次, (k) 表示有界噪声干扰, $f(\cdot)$ 满足:

$$1) f(0, 0, \dots, 0) = 0.$$

2) $f(\cdot)$ 关于 $y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)$ 连续可导, 且各偏导数有界. 不妨设 $|\partial f(\cdot)/\partial u(k-i)|, |\partial f(\cdot)/\partial y(k-i)| \leq k_{\max}$.

以上条件是许多实际非线性过程所满足的. 在此基础上可得到非线性系统(1)的线性表示.

引理 1^[5] 满足假设条件 1) 和 2) 的非线性系统(1), 可等价表示为如下时变线性系统:

$$y(k) = a_1(k)y(k-1) + \dots + a_n(k)y(k-n) + b_1(k)u(k-1) + \dots + b_m(k)u(k-m) + (k), \quad (2)$$

其中

$$|a_i(k)| \leq k_{\max}, |b_j(k)| \leq k_{\max}, \quad i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m.$$

将非线性系统(1)等价表示为具有线性系统结构的时变线性系统(2), 可利用线性系统已有的方法设计非线性系统的控制器. 但时变参数估计问题也随之而来. 由引理 1 的推导过程可知, 线性系统(2)中各系数与系统的输入输出之间是非线性映射关系, 常规的参数辨识方法难以适用. 考虑到小波神经网络在非线逼近方面所具有的优势, 本文利用小波网络逼近系统时变系数.

3 时变参数估计

3.1 小波网络

小波网络^[6]是结合小波分析和人工神经网络二者优点的一种前馈型网络, 具有较强的非线性函数逼近能力, 性能优于同等规模的神经网络. 利用小波网络对非线性系统建模, 已成为非线性系统分析的一条新途径^[7].

小波网络的结构如图 1 所示. 对任一 $f(x) \in L^2(R^n)$, 可由图 1 的小波网络描述为

$$f(x) \approx y = \sum_{l=1}^r w_l g_l(X). \quad (3)$$

其中: w 为权值, $g_l(X)$ 为小波基函数, $r = (2j+1)(2h+1)$, j 和 h 分别为小波网络的伸缩参数和平移参数, 可事先根据信号的时频域特性而确定. 于是小波网络的可调参数只有权值 w , 且与输出呈线性关系, 可较方便地修正小波网络参数.

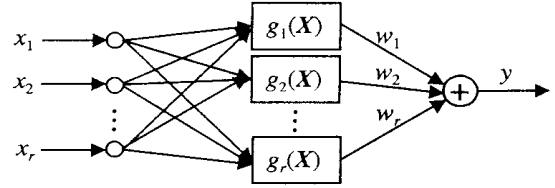


图 1 小波网络结构

3.2 时变参数估计

由引理 1 的推导过程可知, 系统(2)中的时变参数 a_i 和 b_j 取决于原系统的状态(输入和输出). 因此, k 时刻取小波网络的输入

$$X_k = [y(k-1), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]^T.$$

小波网络输出为 $[a_1(k), \dots, a_n(k), b_1(k), \dots, b_m(k)]^T$, 即

$$\begin{cases} a_i(k) & w_{i,l}^a g_l(X_k), i = 1, \dots, n; \\ b_j(k) & w_{j,l}^b g_l(X_k), i = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (4)$$

用于参数辨识的小波网络结构如图 2 所示.

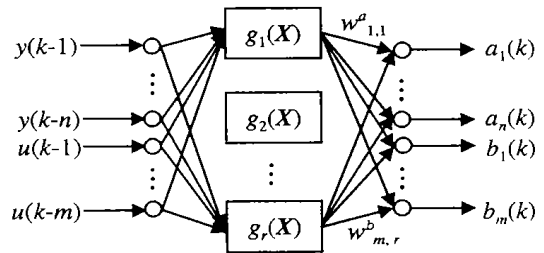


图 2 参数辨识小波网络结构

将式(4)代入(2), 得

$$y(k) = w^T g(k-1) + (k). \quad (5)$$

其中

$$w = [w_{1,1}^a, \dots, w_{1,r}^a, \dots, w_{n,1}^a, \dots, w_{n,r}^a, w_{1,1}^b, \dots, w_{1,r}^b, \dots, w_{m,1}^b, \dots, w_{m,r}^b]^T, \\ g(k-1) = [g_1 y(k-1), \dots, g_r y(k-1), \dots, g_1 y(k-n), \dots, g_r y(k-n), g_1 u(k-1), \dots, g_r u(k-1), \dots, g_1 u(k-m), \dots, g_r u(k-m)]^T.$$

(k) 含噪声干扰及其他未建模动态.

小波网络权值在线调整的目标是使小波网络的输出与系统实际输出的误差最小, 故采用如下改进的带死区梯度算法^[8]:

$$\begin{cases} \hat{w}(k) = \\ \hat{w}(k-1) + \frac{\mu e(k) g(k-1)}{1 + g(k-1)^T g(k-1)}; \\ e(k) = \begin{cases} e(k) - \hat{y}(k), & e(k) > 0 \\ e(k) + \hat{y}(k), & e(k) < 0 \\ 0, & |e(k)| \leq \delta \end{cases}; \\ e(k) = y(k) - \hat{y}(k); \\ \hat{y}(k) = \hat{w}^T(k-1) g(k-1). \end{cases} \quad (6)$$

其中: $0 < \mu < 2, \delta > 0$.

4 最小方差控制器设计

最小方差控制取性能指标

$$E = \frac{1}{2} [y(k+1) - y_r(k+1)]^2. \quad (7)$$

其中: $y(k+1)$ 为下一步输出值, $y_r(k+1)$ 为输出期望值. 由于 $y(k+1)$ 无法测得, 需要进行预报.

由小波网络参数估计模型, 可得输出预报

$$\hat{y}(k+1) = \hat{w}^T(k) g(k). \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{w}(k) &= [\hat{w}_{1,1}^a, \dots, \hat{w}_{1,r}^a, \dots, \hat{w}_{n,1}^a, \dots, \hat{w}_{n,r}^a, \\ &\quad \hat{w}_{1,1}^b, \dots, \hat{w}_{1,r}^b, \dots, \hat{w}_{m,1}^b, \dots, \hat{w}_{m,r}^b]^T, \\ g(k) &= [g_1 y(k), \dots, g_r y(k), \dots, g_1 y(k-n+1), \\ &\quad \dots, g_r y(k-n+1), g_1 u(k), \dots, g_r u(k), \\ &\quad \dots, g_1 u(k-m+1), \dots, g_r u(k-m+1)]^T. \end{aligned}$$

将式(8)作为未来输出的预报代入性能指标

(7), 由 $\partial E / \partial u(k) = 0$ 可得控制器

$$\begin{aligned} u(k) &= \frac{1}{\hat{w}_{1,1}^b g_1 + \dots + \hat{w}_{1,r}^b g_r} [y_r(k+1) - \\ &\quad \hat{w}_{1,1}^a g_1 y(k) - \dots - \hat{w}_{1,r}^a g_r y(k) - \dots - \\ &\quad \hat{w}_{n,1}^a g_1 y(k-n+1) - \dots - \\ &\quad \hat{w}_{n,r}^a g_r y(k-n+1) - \hat{w}_{2,1}^b g_1 u(k-1) - \\ &\quad \dots - \hat{w}_{2,r}^b g_r u(k-1) - \dots - \\ &\quad \hat{w}_{m,1}^b g_1 u(k-m+1) - \dots - \\ &\quad \hat{w}_{m,r}^b g_r u(k-m+1)]. \end{aligned} \quad (9)$$

5 稳定性分析

引理 2^[8] 若非线性系统(1) 是逆稳定的, 则有

$$|u(k-1)| \leq k_1 + k_2 \max_i |y(i)|.$$

其中: $0 < k_1 < \infty, 0 < k_2 < \infty$.

引理 3^[8] 若标量序列 $\{s(k)\}, \{d_1(k)\},$

$\{d_2(k)\}$ 和列向量序列 $\{g(k)\}$ 满足下述条件:

- 1) $\lim_k \frac{s^2(k)}{d_1(k) + d_2(k)^T g(k) g(k)} = 0$;
- 2) 对于一切 $k \geq 1$, 有

$0 < d_1(k) < k_3 < \infty, 0 < d_2(k) < k_3 < \infty,$
 k_3 为一正常数;

$$\begin{aligned} &3) \quad \lim_k \frac{o_1 + o_2 \max_k |s(k)|}{0 < o_1 < \infty, 0 < o_2 < \infty}. \end{aligned}$$

则有:

- 1) $\{s(k)\}$ 有界;
- 2) $\lim_k s(k) = 0$.

定理 1 若非线性系统(1) 满足:

- 1) 存在 w_0 , 使得

$$y(k) = w_0^T g(k) + s(k),$$

其中 $|s(k)| \leq 1, 1$ 为正常数;

- 2) 非线性系统(1) 是逆稳定的.

若权值学习算法(6) 中取 $\mu > 1$, 则由式(1),

(6) 和(9) 组成的闭环控制系统具有如下特性:

- 1) $\hat{w}(k) - w_0$
 $\hat{w}(k-1) - w_0 \dots$
 $\hat{w}(0) - w_0$;

- 2) 闭环系统输入输出 $u(k)$ 和 $y(k)$ 有界;

- 3) $\lim_k |e(k)| \leq \delta, \lim_k |e(k)| \leq \delta,$

其中

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k), e(k) = y(k) - y_r(k).$$

证明: 1) 设 $\tilde{w}(k-1) = \hat{w}(k-1) - w_0$, 则

$$\begin{aligned} e(k) &= y(k) - \hat{y}(k) = \\ &w_0^T g(k-1) - \hat{w}^T(k-1) g(k-1) + \\ &g(k-1) s(k) = \\ &- \tilde{w}^T(k-1) g(k-1) + s(k). \end{aligned} \quad (10)$$

由式(6) 得

$$\begin{aligned} \tilde{w}(k) &= \tilde{w}(k-1) - \\ &\frac{\mu g(k-1) e(k)}{1 + g(k-1)^T g(k-1)}. \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} \|\tilde{w}(k)\|^2 - \|\tilde{w}(k-1)\|^2 &= \\ 2 \frac{\mu [f(k) - e(k)] e(k)}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} + \\ \frac{\mu^2 g^T(k-1) g(k-1) e^2(k)}{(1 + g(k-1)^T g(k-1))^2} - \\ 2 \frac{\mu [f(k) - e(k)] e(k)}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} + \\ \frac{\mu^2 e^2(k)}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} &= \\ \frac{\mu e(k) [2 - 2e(k) + \mu e(k)]}{1 + g(k-1)^T g(k-1)}. \end{aligned}$$

当 $e(k) > 0$ 时, $e(k) = e(k) - \mu > 0$, 则
 $\mu / e(k) / \{2 - 2e(k) + \mu e(k)\} =$
 $\mu / |e(k)| / \{2 - 2e(k) + \mu e(k) - \mu\}$
 $\mu / |e(k)| / \{2 - 2\} < 0$.

所以

$$\tilde{w}(k)^2 - \tilde{w}(k-1)^2 - \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} [-1(k)] < 0,$$

$$1(k) \triangleq 2 - 2e(k) > 0.$$

当 $e(k) < 0$ 时, $e(k) = e(k) + \mu < 0$, 同理可得

$$\tilde{w}(k)^2 - \tilde{w}(k-1)^2 - \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} [-2(k)] < 0,$$

$$2(k) \triangleq 2e(k) + 2 > 0.$$

当 $|e(k)| < \mu$ 时, $e(k) = 0$, 则
 $\tilde{w}(k)^2 - \tilde{w}(k-1)^2 = 0$.

综上所述

$$\tilde{w}(k)^2 - \tilde{w}(k-1)^2 \leq 0,$$

即

$$\begin{aligned} \hat{w}(k) &= w_0 \\ \hat{w}(k-1) &= w_0 \dots \\ \hat{w}(0) &= w_0 \end{aligned} \quad (11)$$

2) 设 $V(k) = \tilde{w}^T(k) \tilde{w}(k)$, 则

$$\begin{aligned} V(k) + V(0) &= \\ V(k) - V(k-1) + V(k-1) - \\ V(k-2) + \dots + V(1) - V(0) &= \\ \sum_{i=1}^k (i) \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} &= \\ - \sum_{i=1}^k \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(k-1)^T g(k-1)}. \end{aligned}$$

其中

$$(i) = \begin{cases} -1(k), e(i) > 0; \\ -2(k), e(i) < -\mu; \\ 0, |e(i)| < \mu. \end{cases}$$

$$= \min(1(1), \dots, 1(k), 2(1), \dots, 2(k)).$$

即

$$\sum_{i=1}^k \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(i-1)^T g(i-1)} - \frac{1}{\mu} (V(0) - V(k)) = \frac{1}{\mu} V(0). \quad (12)$$

因为 $\frac{1}{\mu} V(0)$ 为一非负常数, 故有

$$\lim_k \frac{\mu / |e(k)|}{1 + g(k-1)^T g(k-1)} = 0. \quad (13)$$

由最小方差控制原理知 $\hat{y}(k) = y_r(k)$, 即

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) = y(k) - y_r(k) = e(k).$$

由 y_r 的有界性得

$$|y(k)| = |y_r(k) - e(k)| \leq k_4 + \max_{0 \leq j \leq k} |e(j)| \leq (k_4 + \mu) + \max_{0 \leq j \leq k} |e(j)|. \quad (14)$$

由原系统的逆稳定条件和引理 2 得

$$|u(k-1)| \leq k_1 + k_2 \max_{0 \leq j \leq k} |y(j)|. \quad (15)$$

结合式(14)和(15)可知, 存在 k_5 和 k_6 , 使得

$$|u(k-1)| \leq k_5 + k_6 \max_{0 \leq j \leq k} |e(j)|. \quad (16)$$

综合式(14)~(16), 由 y_r 的有界性和小波函数 $g(\cdot)$ 的有界性可知, 存在 k_7 和 k_8 , 使得

$$|g(k-1)| \leq k_7 + k_8 \max_{0 \leq j \leq k} |e(j)|. \quad (17)$$

综合式(13), (17)和引理 3, 可得 $g(k)$ 有界, 即闭环系统输入输出 $u(k)$ 和 $y(k)$ 有界, 且

$$\lim_k |e(k)| = 0. \quad (18)$$

3) 由式(18)可得

$$\lim_k |e(k)| = 0, \quad \lim_k |e(k)| = 0.$$

注 1 定理 1 的结论 1) 表明参数估计 $\hat{\theta}(k)$ 逐渐逼近 θ , 但并不能得出 $\lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\theta}(k) = \theta$; 结论 1) 同时表明参数估计 $\hat{\theta}(k)$ 是有界的.

6 实例仿真

取被控对象

$$y(k) = \frac{0.5y(k-1)y(k-2)}{1 + y(k-1)^2 + 2y(k-2)^2} + y(k-3) + u(k-1) + 1.5u(k-2).$$

初始条件为

$$\begin{aligned} u(1) &= -1, u(2) = 1, y(1) = y(2) = 0, \\ y(3) &= 1, j \in [-6, 6], k \in [-6, 6]. \end{aligned}$$

仿真中, 输入信号取幅值为 10, 周期为 200 s 的方波. 仿真结果如图 3 所示. 本文用于参数估计的小

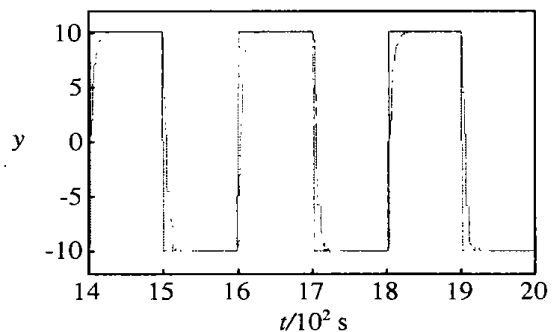


图 3 最小方差控制仿真曲线

波网络的权值在 600 s 左右收敛,而采用文献[5]的样条多项式(3 次)逼近时变系数,则需 2 000 s 左右才能收敛。由仿真结果可以看出,本文方法能取得较好的跟踪效果。

7 结 语

本文研究一类非线性系统的最小方差控制问题。将此类非线性系统等价为线性时变系统,构造了小波网络在线辨识时变参数;在此基础上设计了非线性系统自适应最小方差控制。该算法简单易行,理论分析和仿真结果表明了算法的有效性。

利用小波网络在线辨识系统参数及求解控制器时,若非线性系统阶次较高,会导致小波网络的规模较大,因此在线计算量大。如何保证控制的实时性,还有待于进一步研究。

参考文献(References):

- [1] 韩曾晋. 自适应控制[M]. 北京:清华大学出版社,1995.
- [2] Shen Qingbo, Wang Jin, Li Chang. A minimum variance predictive controller for nonlinear systems[A]. *IEEE Int Conf on Intelligent Processing Systems*[C]. Beijing,1997. 741-744.
- [3] Zhu Q M, Ma Z, Warwick K. Neural network enhanced generalised minimum variance self-tuning controller for nonlinear discrete-time systems[J]. *IEE Proc D*,1999,146(4):319-326.
- [4] 孙维,李晓理,王伟. 基于多模型的非线性系统自适应最小方差控制[J]. *控制理论与应用*,2002,19(4):639-643.
(Sun Wei, Li Xiaoli, Wang Wei. Multiple model based adaptive minimum variance control of nonlinear system[J]. *Control Theory and Applications*,2002,19(4):639-643.)
- [5] 郭健,陈庆伟,朱瑞军,等. 一类非线性系统的自适应预测控制[J]. *控制理论与应用*,2002,19(1):68-72.
(Guo Jian, Chen Qingwei, Zhu Ruijun, et al. Adaptive predictive control of a class of nonlinear system[J]. *Control Theory and Applications*,2002,19(1):68-72.)
- [6] Zhang Qinghua, Albert Benveniste. Wavelet networks[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*,1992,3(6):889-898.
- [7] Zhang Qinghua. Using wavelet network in nonparametric estimation[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*,1997,8(2):227-236.
- [8] 古德温 G C, 孙贵生. 张永光,洪惠民,刘峰译. 自适应滤波、预测与控制[M]. 北京:科学出版社,1992.

(上接第 636 页)

参考文献(References):

- [1] Leonard S. High speed wireless internet access[A]. *Proc of the 22nd Annual Int Conf of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*[C]. Piscataway,2000. 873-877.
- [2] Tozer T C, Grace D. High-altitude platforms for wireless communications[J]. *Electronics and Communication Engineering J*,2001,13(3):127-137.
- [3] Emir M Husni, Radzuan Razadi, Azlin M Said. Broadband communications based on high altitude platform systems (HAPS) for tropical countries [A]. *Proc of Sixth Int Symp on Signal Processing and Its Applications*[C]. Piscataway,2001. 517-520.
- [4] Schlichting H, Truckenbrodt E. 王星灿译. 飞机空气动力学[M]. 北京:国防工业出版社,1978.
- [5] Gene F, Franklin J, David P, et al. *Feedback Control of Dynamic Systems*[M]. New York: Disonwelsley Publishing Company,1994.
- [6] Ortega G. Fuzzy logic techniques for rendezvous and docking of two geostationary satellites[J]. *Telematics and Informatics*,1995,12(3-4):213-227.
- [7] John Koo T. Stable model reference adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*,2001,9(4):624-636.
- [8] 诸静. 模糊控制原理与应用[M]. 北京:机械工业出版社,1995.