

文章编号: 1001-0920(2004)06-0642-05

线性不确定时滞系统混杂反馈 H 鲁棒镇定

聂宏^{1,2}, 王明顺¹, 赵军¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 辽宁石油化工大学 理学院, 辽宁 抚顺 113001)

摘要: 利用混杂反馈控制策略研究一类线性不确定时滞系统 H 鲁棒镇定问题. 分别利用单 Lyapunov 函数方法和多 Lyapunov 函数方法给出了控制器的两种切换方案, 这两种方案都能保证线性不确定时滞系统的镇定和 H 扰动衰减度, 并由两个耦合的线性矩阵不等式的解给出了两个静态状态反馈 H 控制器的设计.

关键词: 控制器切换; 单 Lyapunov 函数; 多 Lyapunov 函数; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Hybrid feedback H robust stabilization for a class of uncertain linear time-delay systems

NIE Hong^{1,2}, WANG Ming-shun¹, ZHAO Jun¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Faculty of Science, Liaoning University of Petroleum and Chemical Technology, Fushun 113001, China. Correspondent: NIE Hong, E-mail: hongnie-001@163.com)

Abstract: By means of hybrid feedback control strategy, the problem of H robust stabilization for a class of uncertain linear time-delay systems is studied. Based on single Lyapunov function technique and multiple Lyapunov function technique, two laws of switching between controllers are designed respectively, under which the systems are stabilizable with H disturbance attenuation. Moreover, two static state feedback H control laws are given in terms of the solvability of two coupled linear matrix inequalities.

Key words: controller switching; single Lyapunov function; multiple Lyapunov function; linear matrix inequality

1 引言

控制器切换系统^[1]是指系统存在有限个备选的控制器的, 而每个单一的控制器的不能满足设计要求, 只有通过控制器之间的相互切换才能实现预期的控制目的. 这类系统的典型实例有: 步进电动机驱动装置^[2], 计算机磁盘驱动器^[3], 以及某些机器人控制系统^[4]. 利用控制器切换使受控系统渐近稳定问题已引起人们的关注. 文献^[5, 6]分别利用混杂输出(状态)反馈控制策略, 对一类确定性线性系统的镇

定(H 镇定)问题进行研究. 由于不确定性和时滞在实际系统中是不可避免的, 人们对具有参数不确定线性时滞系统鲁棒控制器^[7, 8]和鲁棒 H 控制器^[9]设计问题进行广泛的研究. 其中文献^[9]根据 Riccati 方程, 给出了线性不确定时滞系统在无记忆状态反馈下具有 H 性能界鲁棒稳定的充分条件, 但没有考虑系统的混杂状态反馈问题.

利用混杂反馈控制策略研究线性不确定时滞系统 H 鲁棒镇定问题, 目前还未见文献报道. 本文

收稿日期: 2003-06-02; 修回日期: 2003-10-14.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60274009); 高等学校博士点专项科研基金项目(20020145007); 辽宁省自然科学基金资助项目(20032020).

作者简介: 聂宏(1965—), 女, 辽宁抚顺人, 博士生, 从事切换系统、鲁棒控制等研究; 赵军(1957—), 男, 辽宁海城人, 教授, 博士生导师, 从事混杂系统、鲁棒控制等研究.

对这一问题进行讨论. 首先对于状态反馈控制器的增益阵全部已知或全部未知两种情形, 分别基于单 Lyapunov 函数技术和多 Lyapunov 函数技术, 给出了控制器的两种切换方案, 确保了线性不确定时滞系统的稳定性和 H 扰动衰减度; 然后给出了状态反馈 H 控制器的设计方法; 最后通过仿真实例验证了所得结论的有效性.

2 预备知识

引入以下记号: 对于 $R^n \times n$ 空间的任意两个对称矩阵 X 和 Y , $X > Y$ (或 $X < Y$) 表示 $X - Y$ 是一个正定 (或负定) 矩阵; $L_2[0, \infty)$ 表示 $[0, \infty)$ 上平方可积的向量函数空间; $\|\cdot\|_2$ 表示 L_2 范数; Z^+ 表示正整数集合; I 表示适当维数的单位阵.

考虑如下不确定线性时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + A(t))x(t) + (A_d + A_d(t))x(t-h) + Dw(t) + Bu(t), \\ z(t) = Cx(t), \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态, $w(t) \in R^p$ 为属于 $L_2[0, \infty)$ 的扰动输入, $u(t) \in R^m$ 为控制输入, $z(t) \in R^q$ 为被控输出, A, A_d, B, C, D 为适当维数的已知常值阵, $h > 0$ 为时滞常数, $\varphi(t) \in C[-h, 0]$ 为已知连续向量值初始函数, $A(t)$ 为时变参数不确定性, 且满足

$$A = MF(t)N, \quad A_d = M_d F_d(t)N_d. \quad (2)$$

这里 M, M_d, N 和 N_d 是适当维数的已知常值阵, $F(t)$ 和 $F_d(t)$ 是具有 Lebesgue 可测元的未知时变函数矩阵, 满足

$$F^T(t)F(t) \leq I, \quad F_d^T(t)F_d(t) \leq I. \quad (3)$$

定义 1 对于任意的 $h > 0$ 和所有允许的不确定性, 如果当 $w = 0$ 时, 系统(1)是渐近稳定的, 且对于给定的常数 $\gamma > 0$, 在零初始条件下, 对于所有非零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 有 $\|z(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$, 则称系统(1) ($u(t) = 0$) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 γ . 如果存在一个无记忆线性状态反馈控制律 $u(t) = Kx(t)$, 使得系统(1)的闭环系统是稳定的, 且具有 H 扰动衰减度 γ , 则称系统(1)是镇定的且具有 H 扰动衰减度 γ . 称此控制律是系统(1)的一个鲁棒 H 控制律.

下述引理给出了系统(1) ($u = 0$) 稳定且具有 H 扰动衰减度 γ 的充分条件.

引理 1 对于给定的常数 $\gamma > 0$, 如果存在正定

矩阵 P 和 Q , 使得

$$\begin{aligned} & (A + A)^\top P + P(A + A) + \\ & P(A_d + A_d)Q^{-1}(A_d + A_d)^\top P + \\ & Q + C^\top C + \gamma^{-2}PDD^\top P < 0 \end{aligned} \quad (4)$$

成立, 则系统(1) ($u = 0$) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 γ .

引理 2 设 A, M, N 和 F 为适当维数的实矩阵, 满足 $F^\top F \leq I$, 则有:

- 1) 对于任意的标量 $\alpha > 0$, 有 $MFN + N^\top F^\top M^\top \leq \alpha MM^\top + \alpha^{-1}N^\top N$;
- 2) 对于任意的矩阵 $Q > 0$ 以及标量 $\alpha > 0$, 如果 $Q - \alpha^{-1}N^\top N > 0$, 则有

$$\begin{aligned} & (A + MFN)Q^{-1}(A + MFN)^\top \\ & A(Q - \alpha^{-1}N^\top N)^{-1}A^\top + \alpha MM^\top. \end{aligned}$$

引理 3 对于给定的常数 $\gamma > 0$, 如果存在对称正定矩阵 Q , 适当的标量 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, 使得 $Q - \alpha_2^{-1}N_d^\top N_d > 0$, 且

$$\begin{bmatrix} S & PH_1 & PA_d \\ H_1^\top P & -J_1 & 0 \\ A_d^\top P & 0 & -(Q - \alpha_2^{-1}N_d^\top N_d) \end{bmatrix} < 0, \quad (5)$$

有对称正定解 P , 则系统(1) ($u = 0$) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 γ . 其中

$$\begin{aligned} S &= A^\top P + PA + Q + C^\top C + \alpha_1^{-1}N^\top N, \\ H_1 &= (\alpha_1 M, \alpha_2 M_d, D), J_1 = \text{diag}\{\alpha_1 I, \alpha_2 I, \alpha_2 I\}. \end{aligned}$$

3 主要结果

假如控制律 $u(t)$ 由状态反馈控制器

$$u_1(t) = K_1 x(t), \dots, u_m(t) = K_m x(t) \quad (6)$$

切换而产生. 这里 K_1, \dots, K_m 为全部已知或全部未知的矩阵, 即考虑混杂状态反馈控制器

$$u(t) = K_{i(t)} x(t), \quad (7)$$

其中 $i(t) : [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$ 为待设计的切换律. 此时, 由式(1)和(7)组成的闭环系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_i + A)x(t) + (A_d + A_d)x(t-h) + Dw(t), \\ z(t) = Cx(t), \\ x(t) = \varphi(t), t \in [-h, 0]. \end{cases} \quad (8)$$

其中 $A_i = A + BK_i, i = 1, 2, \dots, m$. 显然, 式(8)是由 m 个子系统构成的不确定线性时滞切换系统.

对于任意的 $j (1 \leq j \leq m)$, 用

$$l_j = \{t_{k_1}, t_{k_1+1}, t_{k_2}, t_{k_2+1}, \dots, t_{k_l}, t_{k_l+1}, \dots\}$$

表示系统(8)第 j 个子系统的切换时刻序列. 即对任意的 $l \in Z^+$, 当 $t_{k_l} \leq t < t_{k_l+1}$ 时, 有 $i(t) = j$.

假设系统 (8) 满足在任意的切换信号下,其解是右可微的且在任意有限时间区间 $[0, T]$ 仅有有限次切换. 下面给出不确定线性时滞切换系统 (8) 镇定且具有 H 扰动衰减度 的定义.

定义 2 如果存在一个切换律 $i = i(t)$, 使得对于任意的 $h > 0$ 和所有允许的参数不确定性, 当 $w = 0$ 时, 系统 (8) 是渐近稳定的, 且对于给定的常数 $\gamma > 0$, 在零初始条件下, 对所有非零的 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 有 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$, 则称系统 (8) 是镇定的且具有 H 扰动衰减度 γ .

不妨设式 (6) 中每个单一的状态反馈控制器均不能使系统 (1) 稳定, 且具有 H 扰动衰减度 γ_i . 若是这种情形, 则问题的解将是平凡的. 因此本文在系统状态的完整信息可获得的假设下, 设计一个切换律 $i: [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$, 使得系统 (8) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 γ .

方法 1 (单 Lyapunov 函数方法)

定理 1 对于给定的常数 $\gamma > 0$, 如果存在矩阵 $A = [A_1, \dots, A_m]$, 适当的常数 $\alpha_1, \alpha_2 > 0$, 对称正定矩阵 $Q > 0$, 使得 $Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d > 0$, 以及

$$A^T P + PA + \alpha_1^{-1} N^T N + \alpha_1 PMM^T P + PA_d(Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + Q + \alpha_2 PM_d M_d^T P + C^T C + \alpha_2^{-2} PDD^T P < 0, \quad (9)$$

有对称正定解 P , 则一定存在切换律 $i: [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, m\}$, 使得系统 (8) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 γ . 其中

$$A = [A_1, \dots, A_m], \quad i = 1, \dots, m \quad (0, 1).$$

证明 将 A 代入式 (9), 可得对于 $\forall x \in R^n \setminus \{0\}$, 有

$$\sum_{i=1}^m x^T [A_i^T P + PA_i + \alpha_1^{-1} N^T N + \alpha_1 PMM^T P + \alpha_2 PM_d M_d^T P + PA_d(Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + Q + C^T C + \alpha_2^{-2} PDD^T P] x < 0. \quad (10)$$

令

$$\{x \mid x^T [A_i^T P + PA_i + \alpha_1 PMM^T P + \alpha_1^{-1} N^T N + PA_d(Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + \alpha_2 PM_d M_d^T P + Q + C^T C + \alpha_2^{-2} PDD^T P] x < 0\}, \quad (11)$$

由式 (10) 可知, $R^n \setminus \{0\} = \bigcup_{i=1}^m \Omega_i$. 令 $\tilde{\Omega}_1 = \Omega_1, \tilde{\Omega}_2 =$

$$= \Omega_2 \setminus \tilde{\Omega}_1, \dots, \tilde{\Omega}_m = \Omega_m \setminus \bigcup_{i=1}^{m-1} \tilde{\Omega}_i, \text{ 则有}$$

$$R^n \setminus \{0\} = \bigcup_{i=1}^m \tilde{\Omega}_i, \quad \tilde{\Omega}_i \cap \tilde{\Omega}_j = \emptyset, \quad i \neq j.$$

切换律可设计为 $i(t) = i, x(t) \in \tilde{\Omega}_i$. 此切换律可确保系统 (8) 在 $w = 0$ 时渐近稳定. 事实上, 对于任意的 $x \in R^n \setminus \{0\}$, Lyapunov 函数

$$V(x(t)) = x^T(t) Px(t) + \int_{t-h}^t x^T(\tau) Qx(\tau) d\tau$$

沿系统 (8) 解轨迹的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= x^T(t) [A_{i(t)}^T P + PA_{i(t)} + \alpha_1^{-1} N^T N + \alpha_1 PMM^T P + \alpha_2 PM_d M_d^T P + PA_d(Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + Q] x(t) < 0. \quad (12) \end{aligned}$$

所以根据单 Lyapunov 函数技术和切换律的设计, 可知系统 (8) 是渐近稳定的.

为确立所需要的 H 性能指标, 假定 $x(t) = 0, t \in [-h, 0]$. 定义

$$J = \int_0^\infty [z^T(t) z(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t)] dt.$$

由于系统 (8) 是鲁棒稳定的, 对于任意非零向量 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 有

$$J = \int_0^\infty [z^T(t) z(t) - \gamma^2 w^T(t) w(t) + \dot{V}(x(t))] dt - x^T(\infty) Px(\infty) - V(0),$$

其中

$$V = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_{t-h}^t x^T(\tau) Qx(\tau) d\tau > 0.$$

由矩阵不等式 (12) 和 $P > 0$, 可进一步得到

$$J = \int_0^\infty x^T(t) [A_i^T P + PA_i + \alpha_1^{-1} N^T N + \alpha_1 PMM^T P + \alpha_2 PM_d M_d^T P + PA_d(Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + Q + C^T C + \alpha_2^{-2} PDD^T P] x(t) dt.$$

由切换律的设计可知, 对于所有允许的参数不确定性, 任意的时滞 $h > 0$ 和非零向量 $w(t) \in L_2[0, \infty)$, 有 $\|z(t)\|_2 < \gamma \|w(t)\|_2$ 成立.

方法 2 (多 Lyapunov 函数方法)

假设状态反馈控制器集合 (6) 中仅含有两个控制器, 且控制器的增益矩阵是未知的. 此时, 可利用多 Lyapunov 函数方法构造切换律.

定理 2 对于给定的 $\gamma > 0$, 如果存在两个非负或非正实数 μ_1 和 μ_2 , 两个正常数 $\alpha_1, \alpha_2 > 0$, 一个正定对称矩阵 $Q > 0$, 使得 $Q - \alpha_2^{-1} N_d^T N_d > 0$, 以及下面两个矩阵不等式

$$-A^T P_1 - P_1 A + \mu^{-1} P_1 B R^{-1} B^T P_1 -$$

$$\begin{aligned}
& i^{-1} N^T N - {}_1 P_1 M M^T P_1 - {}_2 P_1 M_d M_d^T P_1 - \\
& P_1 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_1 - Q - \\
& C^T C - {}_1^{-2} P_1 D D^T P_1 + {}_1 (P_2 - P_1) > 0, \quad (13) \\
& - A^T P_2 - P_2 A + \mu^{-1} P_2 B R^{-1} B^T P_2 - \\
& i^{-1} N^T N - {}_1 P_2 M M^T P_2 - {}_2 P_2 M_d M_d^T P_2 - \\
& P_2 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_2 - Q - \\
& C^T C - {}_2^{-2} P_2 D D^T P_2 + {}_2 (P_1 - P_2) > 0, \quad (14)
\end{aligned}$$

有对称正定解 P_1 和 P_2 , 则一定存在切换律 $i(t) : [0, +\infty) \rightarrow \{1, 2\}$, 使得系统(1) 是稳定的且具有 H 扰动衰减度 μ . 如果式(13) 和(14) 有正定解, 则使系统(1) 稳定且具有 H 扰动衰减度 μ 的状态反馈阵由下式给出:

$$K_1 = -\frac{1}{2\mu} R^{-1} B^T P_1, \quad K_2 = -\frac{1}{2\mu} R^{-1} B^T P_2. \quad (15)$$

证明 不妨设 $\mu, \mu > 0$, 定义 $A_1 \triangleq A + B K_1, A_2 \triangleq A + B K_2$. 式(15) 代入(13) 和(14), 得

$$\begin{aligned}
& - A_1^T P_1 - P_1 A_1 - i^{-1} N^T N - \\
& {}_1 P_1 M M^T P_1 - {}_2 P_1 M_d M_d^T P_1 - P_1 A_d (Q - \\
& {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_1 - Q - C^T C - \\
& {}_1^{-2} P_1 D D^T P_1 + {}_1 (P_2 - P_1) > 0, \quad (16) \\
& - A_2^T P_2 - P_2 A_2 - i^{-1} N^T N - \\
& {}_1 P_2 M M^T P_2 - {}_2 P_2 M_d M_d^T P_2 - P_2 A_d (Q - \\
& {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_2 - Q - C^T C - \\
& {}_2^{-2} P_2 D D^T P_2 + {}_2 (P_1 - P_2) > 0. \quad (17)
\end{aligned}$$

令 Lyapunov 函数

$$V_i(x) = x^T(t) P_i x(t) + \int_{t-h}^t x^T(\tau) Q x(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2.$$

切换律为 $i(t) = \arg \max\{V_i(x(t)), i = 1, 2\}$. 由 S-procedure 知式(16) 和(17) 同时成立, 可得出: 若 $x \in \Omega_1 = \{x \in R^n \mid x^T (P_1 - P_2) x = 0, x \neq 0\}$, 则

$$\begin{aligned}
& x^T(t) [A_1^T P_1 + P_1 A_1 + i^{-1} N^T N + \\
& {}_1 P_1 M M^T P_1 + {}_2 P_1 M_d M_d^T P_1 + \\
& P_1 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_1 + Q + \\
& C^T C + {}_1^{-2} P_1 D D^T P_1] x(t) < 0; \quad (18)
\end{aligned}$$

若 $x \in \Omega_2 = \{x \in R^n \mid x^T (P_2 - P_1) x = 0, x \neq 0\}$, 则

$$\begin{aligned}
& x^T(t) [A_2^T P_2 + P_2 A_2 + i^{-1} N^T N + \\
& {}_1 P_2 M M^T P_2 + {}_2 P_2 M_d M_d^T P_2 + \\
& P_2 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_2 + Q + \\
& C^T C + {}_2^{-2} P_2 D D^T P_2] x(t) < 0. \quad (19)
\end{aligned}$$

显然 $\Omega_1 \cup \Omega_2 = R^n \setminus \{0\}$. 当 $x \in \Omega_1$ 时, 可得切换律 $i(t) = 1$, $V_1(x(t))$ 沿系统(1) 解轨迹的导数为 $\dot{V}_1(x(t))$

$$\begin{aligned}
& x^T(t) [A_1^T P_1 + P_1 A_1 + i^{-1} N^T N + \\
& {}_1 P_1 M M^T P_1 + {}_2 P_1 M_d M_d^T P_1 + \\
& P_1 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_1 + Q] x(t).
\end{aligned}$$

考虑式(18), 可得 $\dot{V}_1(x(t)) < 0$. 同理可证明, 当 $x \in \Omega_2$ 时, $\dot{V}_2(x(t)) < 0$. 由切换律的设计可知, 在切换时刻 t_j , 有

$$V_{i(t_j)}(x(t_j)) = \lim_{t \rightarrow t_j} V_{i(t)}(x(t)).$$

由多 Lyapunov 函数技术知系统(1) 是渐近稳定的.

为证明 $w(t) \in \Omega_2$ 是 $z(t) \in \Omega_2$ 的一个在零初始条件下的上界, 假定 $x(t) = 0, t \in [-h, 0]$, 定义

$$J = \int_0^{\infty} [z^T(t) z(t) - {}_2 w^T(t) w(t)] dt.$$

设两个子系统的切换时间序列为

$$\{t_{k_1}, t_{k_1+1}, t_{k_2}, t_{k_2+1}, \dots, t_{k_l}, t_{k_l+1}, \dots\}.$$

不妨设对于任意的 $l \in Z^+$, 当 $t_{k_l} \leq t < t_{k_l+1}$ 时, 有 $i(t) = 1$; 当 $t_{k_l+1} \leq t < t_{k_l+2}$ 时, 有 $i(t) = 2$. 这时函数 J 可写成下列形式:

$$\begin{aligned}
J = & \int_{t_{k_l}}^{t_{k_l+1}} [z^T(t) z(t) - {}_2 w^T(t) w(t) + \\
& \dot{V}_1(x(t))] dt + \int_{t_{k_l+1}}^{t_{k_l+2}} [z^T(t) z(t) - \\
& {}_2 w^T(t) w(t) + \dot{V}_2(x(t))] dt - \\
& [V_1(x(t_{k_l+1})) - V_2(x(t_{k_l+1}))] - \\
& [V_2(x(t_{k_l+1})) - V_1(x(t_{k_l+1}))].
\end{aligned}$$

对于任意的 $l \in Z^+$, 均有以下二式成立:

$$\begin{aligned}
& V_1(x(t_{k_l+1})) - V_2(x(t_{k_l+1})) \leq 0, \\
& V_2(x(t_{k_l+1})) - V_1(x(t_{k_l+1})) \leq 0.
\end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}
& J \leq \int_{t_{k_l}}^{t_{k_l+1}} x^T(t) [A_1^T P_1 + P_1 A_1 + i^{-1} N^T N + \\
& {}_1 P_1 M M^T P_1 + {}_2 P_1 M_d M_d^T P_1 + Q + C^T C + \\
& P_1 A_d (Q - {}_2^{-1} N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P_1 + {}_1^{-2} P_1 D D^T P_1] \times \\
& x(t) dt + \int_{t_{k_l+1}}^{t_{k_l+2}} x^T(t) [A_2^T P_2 + P_2 A_2 + \\
& i^{-1} N^T N + {}_1 P_2 M M^T P_2 + {}_2 P_2 M_d M_d^T P_2 +
\end{aligned}$$

$$Q + C^T C + P_2 A_d (Q - \int_0^1 N_d^T N_d)^{-1} \times \\ A_d^T P_2 + \int_0^1 P_2 D D^T P_2] x(t) dt \}.$$

由切换律的设计可知,对于任意非零向量 $w(t) \in L_2(0, \infty)$,有 $\|z(t)\|_2 < \|w(t)\|_2$ 成立.

4 仿真例子

考虑不确定线性时滞系统(8),其中 $i = 1, 2$. 其参数分别为

$$A_1 = \begin{bmatrix} -5 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}, \\ A_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 \end{bmatrix}, C = [1 \ 0], \\ D = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, M = M_d = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ N = [0 \ 0.5], N_d = [0.5 \ 0], \\ F(t) = F_d(t) = \sin t.$$

显然,系统(8)的两个子系统都不是渐近稳定的.但利用定理 1 并采取切换策略,可使系统(8)渐近稳定.选取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5, \beta = 1/\sqrt{2}, P = Q = I$, 则

$$\dot{A} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \\ \dot{A}^T P + P \dot{A} + \int_0^1 N^T N + \alpha_1 P M M^T P + \\ P A_d (Q - \int_0^1 N_d^T N_d)^{-1} A_d^T P + \alpha_2 P M_d M_d^T P + \\ Q + C^T C + \int_0^1 P D D^T P = \\ \begin{bmatrix} -1.96 & 0 \\ 0 & -0.38 \end{bmatrix} < 0.$$

由定理 1 有

$$\Omega_1 = \{ x \mid R^n / -3.98x_1^2 + 2.81x_2^2 < 0 \}, \\ \Omega_2 = \{ x \mid R^n / 2.02x_1^2 - 3.19x_2^2 < 0 \}.$$

显然 $\Omega_1 \cap \Omega_2 = R^n \setminus \{0\}$. 切换律设计如下:

$$i(t) = \begin{cases} 1, & x_1 > 1, \\ 2, & x_1 < 1. \end{cases} \quad (20)$$

图 1 的仿真结果显示,线性不确定时滞系统(8)在切换律(20)下是渐近稳定的.

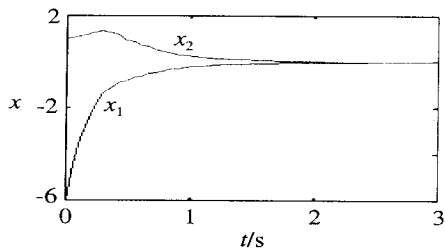


图 1 系统(8)在切换律(20)下的状态响应

5 结 论

本文研究一类线性不确定时滞系统混杂状态

反馈 H_∞ 鲁棒控制问题. 给定一个控制器集合,在单一连续的控制器不能使系统稳定且具有 H_∞ 扰动衰减度的情况下,采用混杂反馈控制策略使控制系统的性能得以满足,其关键之处在于控制器切换方案的设计. 所得结果表明,利用控制器切换技术扩大了控制器增益矩阵的选取范围,这为线性不确定时滞系统实现其他性能要求提供了更多的可能性,并为 H_∞ 控制综合问题的研究提供了新的视角.

参考文献 (References):

[1] Skafidas E, Evans R J, Savkin A V, et al. Stability results for switched controller systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(4): 553-564.

[2] Brockett R W. *Hybrid Models for Motion Control Systems* [M]. Boston: Birkhauser, 1993.

[3] Gollu A, Varaiya P P. Hybrid dynamical systems [A]. *Proc of the 28th Conf on Decision and Control* [C]. Tampa, 1989. 2708-2712.

[4] Jeon D, Tomizuka M. Learning hybrid force and position control of robot manipulators[J]. *IEEE Trans on Robotics Automation*, 1996, 9: 423-431.

[5] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. *Control Systems Magazine*, 1999, 19(5): 59-70.

[6] 聂宏, 赵军. 线性系统的混杂状态反馈 H_∞ 鲁棒控制[J]. *东北大学学报*, 2003, 24(2): 128-132. (Nie H, Zhao J. H_∞ robust control of a class of linear systems via hybrid state feedback[J]. *J of Northeastern University*, 2003, 24(2): 128-132.)

[7] Choi H H, Chung M J. Memoryless stabilization of uncertain dynamic systems with time-varying delayed states and controls[J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1349-1351.

[8] 俞立. 不确定线性时滞系统稳定控制器的设计[J]. *控制理论与应用*, 1991, 8(1): 68-73. (Yu Li. The design of stabilizing controller for uncertain linear time-delay systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1991, 8(1): 68-73.)

[9] Yu L, Chu J, Su H. Robust memoryless H_∞ controller design for linear time-delay systems with norm-bounded time-varying uncertainty[J]. *Automatica*, 1996, 32(12): 1759-1762.

[10] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(4): 475-482.