第19卷 第7期
Vol 19 No. 7

控 制 与 决 策
Control and Decision

2004年7月
July 2004

文章编号: 1001-0920(2004)07-0808-05

基于神经网络的严反馈块非线性系统的鲁棒控制

胡云安[1,2], 晋玉强[2], 张友安[2], 崔平远[1]
(1. 哈尔滨工业大学 航天工程与力学系, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 海军航空工程学院 自动控制系, 山东 烟台 264001)

摘 要: 针对非匹配不确定性的严反馈块非线性系统, 基于神经网络提出一种鲁棒控制方法. 利用Lyapunov稳定性定理推导出RBF神经网络的全调节律, 用于处理系统中的非线性参数不确定性, 提高了神经网络的在线逼近能力; 采用神经网络和鲁棒控制方法, 利用已知信息的同时, 对控制系数矩阵未知时的设计问题进行处理, 避免了控制器可能的奇异问题; 引入非线性跟踪微分器, 解决了Backstepping设计中的"计算膨胀"问题. 运用Lyapunov稳定性定理证明了闭环系统的所有信号均最终一致有界.

关键词: 块非线性系统; 鲁棒控制; 非匹配不确定性; 全调节RBF神经网络; 反演
中图分类号: TP271　　**文献标识码**: A

NN-based robust control for strict-feedback block nonlinear systems

HU Yun-an[1,2], *JIN Yu-qiang*[2], *ZHANG You-an*[2], *CUI Ping-yuan*[1]
(1. Department of Astronautics and Mechanics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China; 2. Department of Automatic Control, Naval Aeronautical Engineering Academy, Yantai 264001, China. Correspondent: HU Yun-an, E-mail: hya507@sina.com)

Abstract: Based on neural networks, a robust control design method is proposed for strict-feedback block nonlinear systems with mismatched uncertainties. Radial-basis-function (RBF) neural networks are used to identify the nonlinear parametric uncertainties of the system. And the adaptive tuning rules for updating all the parameters of the RBF neural networks are derived using the Lyapunov stability theorem to improve the approximate ability of the networks on-line. Considering the known information, neural network and robust control are used to deal with the design problem when control coefficient matrices are unknown. For every subsystem, a nonlinear tracking differentiator is introduced to solve the "computer explosion" problem in backstepping design. It is proved that all the signals of the closed-loop system are uniform ultimate bounded.

Key words: block nonlinear systems; robust control; mismatched uncertainty; fully tuned RBF neural networks; backstepping

1 引　言

非线性自适应控制理论在过去的十几年经历了一个快速发展阶段[1~3], 但大多数研究成果都局限于不确定性是参数线性化和状态反馈线性化的, 并且最初需要满足匹配条件. 自适应Backstepping设计方法可以处理非匹配不确定性问题[4], 是对上述研究的一种突破. 对于严反馈非线性系统, Backstepping是一种系统的、构造性的设计方法, 理论研究已相对成熟, 而对于块控标准型的非线性系统, 因其难度大, 取得的成果较少. 块控原理是在"块

收稿日期: 2003-06-06; **修回日期**: 2003-11-26.
基金项目: 国家863高科技基金资助项目(2002AA735041).
作者简介: 胡云安(1966—), 男, 湖北松滋人, 教授, 博士生, 从事非线性控制、神经网络和变结构控制等研究; 晋玉强(1977—), 男, 河北衡水人, 助教, 博士生, 从事非线性控制理论、神经网络等研究.

控标准型'的基础上发展起来的. 人们基于块控原理相继提出了一些控制及设计方法[5,6].

RBF 神经网络是一种典型的局部逼近网络, 在控制系统的设计中得到了广泛应用, 在大多数应用中仅调节其权值, 在对系统的先验知识了解较少的情况下难以得到理想的逼近效果. 为解决这一问题, 文献[7]提出采用权值、中心和影响范围全部调节的方法, 但在参数调节律的实现上用梯度优化算法, 而基于优化算法的设计并不能保证整个系统的稳定性[3]; 文献[8]和[9]分别针对存在广义不确定性的一类非线性系统提出了神经网络自适应设计方法. 但这两种设计方法均存在缺陷: 1) 每步设计都是相对于标量系统进行的, 不能简单地推广到每个子系统都是多变量的设计过程中, 而在多变量系统控制系数矩阵未知情况下, 控制是一个难点问题; 2) 未有效利用已知信息, 过分依赖神经网络的逼近能力.

本文方法具有非匹配不确定性的块控非线性系统的Backstepping, 解决了上述问题.

2　全调节 RBF 神经网络

全调节RBF 神经网络就是同时调节RBF 神经网络的权值, 并同时调节中心点值和影响范围. 这样, 全调节RBF 神经网络具有比一般RBF 神经网络更强的在线逼近能力.

假设 1　函数矢量 $\Delta f: \Omega \mapsto R^r$, Ω 为属于 R^n 的一个紧子集. 对于任意的 $\epsilon = [\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \cdots \quad \epsilon_r]^{\mathrm{T}} > 0$, 总存在一个最优高斯基函数矢量 $\varphi: R^n \mapsto R^l$ 和一个最优权重矩阵 $W^* \in R^{l\times r}$, 使得

$$\Delta f = W^{*\mathrm{T}}\varphi + \epsilon, \forall x \in \Omega \tag{1}$$

其中

$$\varphi = \left[\exp\left[\frac{-\|\zeta - \mu_1^*\|^2}{\sigma_1^{*2}}\right] \cdots \exp\left[\frac{-\|\zeta - \mu_l^*\|^2}{\sigma_l^{*2}}\right]\right]^{\mathrm{T}},$$

式中: μ_i^*, $i = 1, 2, \cdots, l$ 为最优中心点; l 为隐层节点数; σ_i^*, $i = 1, 2, \cdots, l$ 为最优的影响范围; $\zeta \in R^n$ 为 RBF 神经网络输入向量; ϵ 为网络重构误差. 全调节 RBF 神经网络的具体结构和相关结果参见文献[10].

3　控制系统神经网络自适应设计

3.1　系统描述

考虑如下非线性系统:

$$\begin{aligned}
\mathring{X}_1 &= f_1(\overline{X}_1) + g_1(\overline{X}_1)X_2,\\
\mathring{X}_2 &= f_2(\overline{X}_2) + g_2(\overline{X}_2)X_3,\\
&\vdots\\
\mathring{X}_n &= f_n(\overline{X}_n) + g_n(\overline{X}_n)u.
\end{aligned} \tag{2}$$

式中: $\overline{X}_i = [X_1^{\mathrm{T}} \quad \cdots \quad X_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$; $f_i(\overline{X}_i^{\mathrm{T}})$, $g_i(\overline{X}_i^{\mathrm{T}})$ 为系统中含有不确定性的函数; $X_i = [x_{i1} \quad \cdots \quad x_{in_i}]^{\mathrm{T}}$, $i = 1, \cdots, n$, n_i 为第 i 个子块的阶次, $u \in R^p$. 设

$$f_i(\overline{X}_i) = f_{i0}(\overline{X}_i) + \Delta f_i(\overline{X}_i),$$

$$g_i(\overline{X}_i) = g_{i0}(\overline{X}_i) + \Delta g_i(\overline{X}_i),$$

$g_i(\overline{X}_i)$ 是行满秩的. 其中: $f_{i0}(\overline{X}_i)$, $g_{i0}(\overline{X}_i)$ 为系统的名义值; $\Delta f_i(\overline{X}_i)$, $\Delta g_i(\overline{X}_i)$ 为存在的不确定项.

3.2　控制系统设计与稳定性分析

控制系统设计的目的是能够消除不确定性对系统的影响, 稳定跟踪系统的期望信号 X_{id}.

首先引入新的误差状态向量 $z_i \in R^{n_i}$,

$$z_i = X_i - X_{id}, i = 1, \cdots, n, \tag{3}$$

其中 X_{id} 为系统期望的状态轨迹. 由式(2) 可得误差状态方程为

$$\mathring{z}_1 = f_1(X_1) + g_1(X_1)X_2 - \mathring{X}_{1d}. \tag{4}$$

Step1　考虑系统(4), 将式(4) 重新组合得

$$\begin{aligned}
\mathring{z}_1 = {} & f_{10}(x_1) + g_{10}(x_1)x_2 - \mathring{x}_{1d} + \\
& (\Delta f_1(x_1) + \Delta g_1(x_1)x_2) = \\
& f_{10}(x_1) + g_{10}(x_1)x_2 - \mathring{x}_{1d} - \Delta_1.
\end{aligned} \tag{5}$$

其中 $\Delta_1 = -(\Delta f_1(X_1) + \Delta g_1(X_1)X_2)$ 为由不确定性影响而引入的项. 由假设 1, 设

$$\Delta_1 = W_1^{*\mathrm{T}}\varphi_1^*(Z_1) + \epsilon_1. \tag{6}$$

其中

$$\varphi_1^* = \left[\exp\left(\frac{-\|z_1 - \mu_{11}^*\|^2}{\sigma_{11}^{*2}}\right) \cdots \exp\left(\frac{-\|z_1 - \mu_{1l}^*\|^2}{\sigma_{1l}^{*2}}\right)\right]^{\mathrm{T}}$$

为最优基函数; W_i, φ_i, μ_{ij} 和 σ_{ij} 中的下标 i 表示第 i 个子系统的神经网络参数; $Z_1 = [X_1^{\mathrm{T}} \quad X_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 为神经网络的输入; W_1^* 为最优权重矩阵; ϵ_1 为神经网络重构误差.

将 X_2 作为式(4) 的虚拟控制量, 则存在一个理想的虚拟控制量

$$\begin{aligned}
X_{2d}^* = {} & -g_{10}^{+}(X_1)[f_{10}(X_1) - \mathring{X}_{1d} + k_1 z_1 - \\
& W_1^{*\mathrm{T}}\varphi_1^*(Z_1) - \epsilon_1],
\end{aligned} \tag{7}$$

使得

$$\mathring{z}_1 = -k_1 z_1 + g_{10}(X_1)(X_2 - X_2^*).$$

式中: $k_1 > 0$ 为设计参数, $g_{10}^{+}(X_1)$ 为其右伪逆, 下同. 因 X_2^* 是得不到的, 故选取期望的虚拟控制量为

$$\begin{aligned}
X_{2d} = {} & -g_{10}^{+}(X_1)[f_{10}(X_1) - \mathring{X}_{1d} + k_1 z_1 - \\
& \hat{W}_1^{\mathrm{T}}\hat{\varphi}_1(Z_1) - v_1].
\end{aligned} \tag{8}$$

式中: $\hat{W}_1$, $\hat{\varphi}_1$ 分别为最优权重 W_1^* 和最优基函数 φ_1^* 的估计值, 定义 $\widetilde{W}_1 = \hat{W}_1 - W_1^*$, $\widetilde{\mu}_{1i} = \hat{\mu}_{1i} - \mu_{1i}^*$, $\widetilde{\sigma}_{1i} =$

$\hat{\sigma}_{1i}-\sigma^*_{1i}$, $\hat{\mu}_{1i}$, $\hat{\sigma}_{1i}$ 分别为相应的最优中心值点 μ^*_{1i} 和最优影响范围 σ^*_{1i} 的估计值, $i=1,\cdots,l$.

选择神经网络各参数自适应调节律为

$$\dot{\hat{W}}_1=-\Gamma_{W_1}(\hat{\varphi}_1-\hat{\varphi}'_{1\mu}\cdot{}^*\hat{\mu}_1-\hat{\varphi}'_{1\sigma}\cdot{}^*\hat{\sigma}_1)z_1^{\mathrm T}-\Gamma_{W_1}\delta_{W_1}\hat{W}_1,$$
$$\dot{\hat{\mu}}_{1i}=-\Gamma_{1\mu}\hat{\varphi}'_{1\mu_i}(\hat{W}_1z_1)_i-\Gamma_{1\mu}\delta_{1\mu}\hat{\mu}_{1i},$$
$$\dot{\hat{\sigma}}_{1i}=-\Gamma_{1\sigma}\hat{\varphi}'_{1\sigma_i}(\hat{W}_1z_1)_i-\Gamma_{1\sigma}\delta_{1\sigma}\hat{\sigma}_{1i},$$
$$i=1,\cdots,l.\tag{9}$$

其中: $\delta_{W_1},\delta_{1\mu},\delta_{1\sigma}>0$ 为设计参数; $\hat{\varphi}'_{1\mu_i}=\partial\hat{\varphi}_{1i}/\partial\hat{\mu}_{1i}$; $\hat{\varphi}'_{1\sigma_i}$ 和 $(\hat{W}_1z_1)_i$ 分别表示 $\hat{\varphi}'_{1\mu}$, $\hat{\varphi}'_{1\sigma}$ 和 $\hat{W}_1z_1$ 的第 i 个元素. 令引入的鲁棒项为

$$v_1=-z_1(\|\hat{W}_1^{\mathrm T}\hat{\varphi}'_{1\mu}\|^2+\|\hat{W}_1^{\mathrm T}\hat{\varphi}'_{1\sigma}\|^2+\|\hat{\sigma}'_{1\mu}\cdot{}^*\hat{\mu}_1\|^2+\|\hat{\varphi}'_{1\sigma}\cdot{}^*\hat{\sigma}_1\|^2)/\eta_1,\tag{10}$$

其中 $\eta_1>0$ 为设计参数. 选取 Lyapunov 函数

$$V_1=\frac{1}{2}z_1^{\mathrm T}z_1+\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\tilde{W}_1^{\mathrm T}\Gamma_{W_1}^{-1}\tilde{W}_1]+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}(\tilde{\mu}_{1i}^{\mathrm T}\Gamma_{1\mu}^{-1}\tilde{\mu}_{1i})+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{l}\Gamma_{1\sigma}^{-1}\tilde{\sigma}_{1i}^2,\tag{11}$$

其中: $\Gamma_{W_1}=\Gamma_{W_1}^{\mathrm T}>0$, $\Gamma_{1\mu}=\Gamma_{1\mu}^{\mathrm T}>0$, $\Gamma_{1\sigma}>0$ 为设计参数. 对 V_1 求导, 应用文献[10]定理 4.1, 并将式(7)～(9)代入, 可以证明

$$\dot{V}_1\leqslant-k_1\|z_1\|^2+z_1^{\mathrm T}g_{10}(X_1)z_2-\frac{\delta_{W_1}}{2}\|\tilde{W}_1\|^2-\frac{\delta_{1\mu}}{2}\|\tilde{\mu}_1\|^2-\frac{\delta_{1\sigma}}{2}\|\tilde{\sigma}_1\|^2+c_1,\tag{12}$$

式中 $c_1>0$ 为常数.

Step2 考虑系统 $\dot{z}_i=f_i(\bar{X}_i)+g_i(\bar{X}_i)X_{i+1}-\dot{X}_{id}$, 则存在一个理想的虚拟控制量

$$X^*_{(i+1)d}=-g^+_{i0}(\bar{X}_i)[f_{i0}(\bar{X}_i)-\dot{\hat{X}}_{id}+g^{\mathrm T}_{(i-1)0}(\bar{X}_{i-1})z_{i-1}+k_iz_i-W_i^{*\mathrm T}\varphi_i(Z_i)-\epsilon_i],\tag{13}$$

使得

$$\dot{z}_i=-k_iz_i+g^{\mathrm T}_{(i-1)0}(\bar{X}_{i-1})z_{i-1}+g_{i0}(\bar{X}_i)(X_{i+1}-X^*_{i+1}).$$

式中: $k_i>0$ 为设计参数, $\dot{\hat{X}}_{id}$ 是以 X_{id} 为输入的非线性跟踪微分器的输出, 记 $e_{id}=\dot{\hat{X}}_{id}-\dot{X}_{id}$, 非线性跟踪微分器的跟踪能力及有关性质参见文献[11].

$$\Delta_i=-(\Delta f_i(\bar{X}_i)+\Delta g_i(\bar{X}_i)X_{i+1})-e_{id},$$

设 $\Delta_i=W_i^{*\mathrm T}\varphi_i(Z_i)+\epsilon_i$, $Z_i=[X_1^{\mathrm T}\ \cdots\ X_{i+1}^{\mathrm T}]^{\mathrm T}$.

注 1 由于本文引入了非线性跟踪微分器, 用 $\dot{\hat{X}}_{id}$ 代替 $\dot{X}_{id}$, 这样在子块系统增加的情况下, 系统的虚拟控制量所含项只是线性增长, 而原设计方法则是以指数形式增长[4], 本文方法抑制了"计算膨胀"问题.

因 X^*_{i+1} 是得不到的, 故选取期望的虚拟控制量为

$$X_{(i+1)d}=-g^{-1}_{i0}(\bar{X}_i)[f_{i0}(\bar{X}_i)-\dot{\hat{X}}_{id}+g^{\mathrm T}_{(i-1)0}(\bar{X}_{i-1})z_{i-1}+k_iz_i-\hat{W}_i^{\mathrm T}\hat{\varphi}_i(Z_i)-v_i].\tag{14}$$

式中: $\hat{W}_i$, $\hat{\varphi}_i$ 分别为最优权重 W_i^* 和最优基函数 φ_i 的估计值. v_i 为引入的鲁棒项. 选取 Lyapunov 函数

$$V_i=V_{i-1}+\frac{1}{2}z_i^{\mathrm T}z_i+\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\tilde{W}_i^{\mathrm T}\Gamma_{W_i}^{-1}\tilde{W}_i]+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}(\tilde{\mu}_{ij}^{\mathrm T}\Gamma_{i\mu}^{-1}\tilde{\mu}_{ij})+\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{l}\Gamma_{i\sigma}^{-1}\tilde{\sigma}_{ij}^2,\tag{15}$$

同样选取适当的神经网络调节律和鲁棒项, 可以证明

$$\dot{V}_i\leqslant-\sum_{j=1}^{i}k_j\|z_j\|^2+z_i^{\mathrm T}g_{i0}(\bar{X}_i)z_{i+1}+\sum_{j=1}^{i}\left(-\frac{\delta_{W_j}}{2}\|\tilde{W}_j\|^2-\frac{\delta_{j\mu}}{2}\|\tilde{\mu}_j\|^2-\frac{\delta_{j\sigma}}{2}\|\tilde{\sigma}_j\|^2+c_j\right).\tag{16}$$

Stepn 取 Lyapunov 函数为

$$V_n=V_{n-1}+\frac{1}{2}z_n^{\mathrm T}z_n+\frac{1}{2}\mathrm{tr}\left[\tilde{W}_n^{\mathrm T}\Gamma_{W_n}^{-1}\tilde{W}_n\right]+\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\tilde{W}_g^{\mathrm T}\Gamma_g^{-1}\tilde{W}_g].\tag{17}$$

求其导数可得

$$\dot{V}_n=\dot{V}_{n-1}+z_n^{\mathrm T}(f_{n0}(\bar{X}_n)+g_n(\bar{X}_n)u-\dot{\hat{X}}_{nd}-\Delta_n)+\mathrm{tr}[\tilde{W}_n^{\mathrm T}\Gamma_{W_n}^{-1}\dot{\tilde{W}}_n]+\mathrm{tr}[\tilde{W}_{gn}^{\mathrm T}\Gamma_{gn}^{-1}\dot{\tilde{W}}_{gn}],\tag{18}$$

式中 $\Delta_n=-[\Delta f_{n0}(\bar{X}_n)+\dot{\hat{X}}_{nd}-\dot{X}_{nd}]$. 为讨论方便, 设 $\hat{g}_n(\bar{X}_n):=g_{n0}(\bar{X}_n)+\Delta\hat{g}_n(\bar{X}_n)$ 且其逆存在, 令 $[b_{ij}]=\hat{g}_n^{-1}(\bar{X}_n)$, $i,j=1,\cdots,n$. 系统中的不确定性由仅调节权值的 RBF 神经网络来逼近:

$$\Delta\hat{f}_n(\bar{X}_n)+\dot{\hat{X}}_{nd}-\dot{X}_{nd}=W_n^*\varphi_n+\epsilon_{W_n},$$
$$\Delta g_n(\bar{X}_n)=W_g^*\varphi_g+\epsilon_g,$$
$$W_g=[(W_{gij}^{\mathrm T})_{1\times l}]_{n_n\times(n_n\times l)},$$
$$\varphi_g=\mathrm{diag}(\varphi_n,\cdots,\varphi_n).$$

选取控制规律为

$$u=-[g_{n0}(\bar{X}_n)+\hat{W}_g\varphi_g]^+[f_{n0}(\bar{X}_n)-\dot{\hat{X}}_{nd}+k_nz_n+g^{\mathrm T}_{(n-1)0}(\bar{X}_{(n-1)})z_{(n-1)}-$$

$$\hat{W}_n\varphi_n - v_n]. \tag{19}$$

式中

$$v_n = [v_{n1}, \cdots, v_{nn_n}]^{\mathrm{T}},$$

$$v_{ni} = D_{\epsilon fi}\,\mathrm{sgn}(z_{ni}) + U_{\max}\,\mathrm{sgn}(z_{ni})\sum_{j=1}^{n_n} D_{\epsilon gij},$$

$D_{\epsilon fi}$ 和 $D_{\epsilon gij}(i, j = 1, \cdots, n_n)$ 分别为神经网络逼近误差的上界. 由式(19)可得

$$u_i = \sum_{j=1}^{n_n} b_{ij}[f_{n0}(\bar{X}_n) - \dot{\hat{X}}_{nd} + k_n z_n + g^{\mathrm{T}}_{(n-1)0}(\bar{X}_{(n-1)})z_{(n-1)} - \hat{W}_n\varphi_n - v_n]_j. \tag{20}$$

令

$$a_i(\bar{X}_n) = \sum_{j=1}^{n_n}|b_{ij}|[|f_{n0}(\bar{X}_n)|_j + |\dot{\hat{X}}_{nd}|_j + k_n|z_n|_j + |g^{\mathrm{T}}_{(n-1)0}(\bar{X}_{(n-1)})z_{(n-1)}|_j + |\hat{W}_n\varphi_n|_j + D_{\epsilon fi}],$$

$$h_i(\bar{X}_n) = \sum_{j=1}^{n_n}|b_{ij}|\sum_{k=1}^{n_n}D_{\epsilon gjk}.$$

其中: $|\cdot|_j$ 表示第 j 个元素取绝对值. 因 $D_{\epsilon gjk}$ 可以任意小, 类似文献[12]可设 $0 \le h_i(\bar{X}_n) < 1$, 所以

$$|u_i| \le a_i(\bar{X}_n) + U_{\max}(\bar{X}_n)h_i(\bar{X}_n) \le U_{\max}(\bar{X}_n),$$

$$U_{\max}(\bar{X}_n) \ge \max_{i=1,\cdots,n_n}\left[\frac{a_i(\bar{X}_n)}{1 - h_i(\bar{X}_n)}\right]. \tag{21}$$

将式(18)变换为

$$\dot{V}_n \le \dot{V}_{n-1} + z_n^{\mathrm{T}}(f_{n0}(\bar{X}_n) + [g_{n0}(\bar{X}_n) + \Delta\hat{g}_n(\bar{X}_n)]u - \dot{\hat{X}}_{nd} - \Delta_n + [\Delta g_n(\bar{X}_n) - \Delta\hat{g}_n(\bar{X}_n)]u) + \mathrm{tr}[\tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\Gamma_{W_n}^{-1}\dot{\tilde{W}}_n] + \mathrm{tr}[\tilde{W}_g^{T}\Gamma_g^{-1}\dot{\tilde{W}}_g]. \tag{22}$$

由于在控制中不能保证 $\hat{W}_n, \hat{W}_g$ 保持在给定的有界闭集内, 为此应用文献[13]中的投影算子, 设参数向量的可行域为

$$\Omega_{W_{n0}} \triangleq \{\hat{W}_n \,|\, \|\hat{W}_n^{\mathrm{T}}\hat{W}_n\|^2 \le \beta_{W_n}\},$$
$$\Omega_{W_n} \triangleq \{\hat{W}_n \,|\, \|\hat{W}_n^{\mathrm{T}}\hat{W}_n\|^2 \le \beta_{W_n} + \lambda_{W_n}\},$$
$$\Omega_{g_{n0}} \triangleq \{\hat{W}_g \,|\, \|\hat{W}_g^{\mathrm{T}}\hat{W}_g\|^2 \le \beta_{W_g}\},$$
$$\Omega_{g_n} \triangleq \{\hat{W}_g \,|\, \|\hat{W}_g^{\mathrm{T}}\hat{W}_g\|^2 \le \beta_{W_g} + \lambda_{W_g}\}. \tag{23}$$

式中: $\beta_{W_n} > 0, \lambda_{W_n} > 0, \beta_{W_g} > 0, \lambda_{W_g} > 0$. 采用如下参数自适应律:

$$\dot{\hat{W}}_n = \Gamma_{W_n}\mathrm{proj}(\hat{W}_n, \Phi_W),$$
$$\dot{\hat{W}}_g = \Gamma_g\mathrm{proj}(\hat{W}_g, \Phi_g). \tag{24}$$

投影算子定义为

$$\mathrm{proj}(\hat{M}, \Phi_M) = \begin{cases} \Phi_M - \dfrac{(\|\hat{M}\|^2 - \beta_M)\Phi_M^{\mathrm{T}}\hat{M}}{\delta_M\|\hat{M}\|^2}\hat{M}, \\ \|\hat{M}^2\| > \beta_M, \Phi_M^{\mathrm{T}}\hat{M} > 0; \\ \Phi_M, \text{否则} \end{cases}$$

式中: $M = W_n, W_g$; $\Phi_{W_n} = \Gamma_{W_n}z_n\varphi^{\mathrm{T}}_{W_n}$, $\Phi_{W_g} = -\Gamma_g z_n u^{\mathrm{T}}\varphi_g^{\mathrm{T}}$. 由文献[13]知

$$\tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\Gamma_{W_n}^{-1}\dot{\tilde{W}}_n - \tilde{W}_n^{\mathrm{T}}z_n\varphi^{\mathrm{T}}_{W_n} \le 0,$$
$$\hat{W}_n \in \Omega_n, t \ge 0, \hat{W}_n(0) \in \Omega_{0n};$$
$$\tilde{W}_g^{\mathrm{T}}\Gamma_g^{-1}\dot{\tilde{W}}_g - \tilde{W}_g^{\mathrm{T}}z_n u^{\mathrm{T}}\varphi_g^{\mathrm{T}} \le 0,$$
$$\tilde{W}_g \in \Omega_{gn}, t \ge 0.$$

所以

$$\dot{V} \le -\sum_{j=1}^{n}k_n\|z_n\|^2 + \sum_{j=1}^{n}\left(-\frac{\delta_{W_j}}{2}\|\tilde{W}_j\|^2 - \frac{\delta_{j\mu}}{2}\|\tilde{\mu}_j\|^2 - \frac{\delta_{j\sigma}}{2}\|\tilde{\sigma}_j\|^2 + c_j\right) \le -kV + c. \tag{25}$$

式中

$$k = \min_{j=1,\cdots,n}\left\{2k_j, \frac{\delta_{W_j}}{\lambda_{\max}(\Gamma_{W_j})}, \frac{\delta_{j\mu}}{\lambda_{\max}(\Gamma_{j\mu})}, \frac{\delta_{j\sigma}}{\lambda_{\max}(\Gamma_{j\sigma})}\right\},$$

$$c = \sum_{j=1}^{n}c_j, \quad c_n = kc_0,$$

$$c_0 = \sup_{W_n, W_g}\left[\frac{1}{2}\mathrm{tr}[\tilde{W}_n^{\mathrm{T}}\Gamma_{W_n}^{-1}\tilde{W}_n] + \frac{1}{2}tr[\tilde{W}_g^{\mathrm{T}}\Gamma_g^{-1}\tilde{W}_g]\right].$$

由式(25)可得

$$V(t) \le V(0)e^{-kt} + \frac{1}{k}c, \forall t \ge 0. \tag{26}$$

综上所述, 可得如下定理.

定理 1　考虑系统(2)和(3), 假设 1 的前提下, 虚拟控制量和控制量分别采用式(8), (14)和(19)的形式, 全调节 RBF 神经网络各参数调节律分别采用式(9)和(24)的形式, 有如下结论:

1) 系统状态跟踪误差 z_j 以及神经网络各参数估计误差均有界且指数收敛至系统原点的一个邻域

$$\Omega_j = \left\{z_j, \tilde{W}_j, \tilde{\mu}_j, \tilde{\sigma}_j \,\middle|\, V \le 2\left[V(0) + \frac{1}{k}c\right]\right\}.$$

2) 如下不等式成立:

$$\lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int\|z_j(\tau)\|^2\mathrm{d}\tau \le 2c/k,$$

$$\sum_{j=1}^{n}\|z_j\|^2 \le 2\left[V(0) + \frac{1}{k}c\right].$$

注 2　从式(26)可以看出, 通过调整 $k_i, \delta_{W_i}, \delta_{i\mu}, \delta_{i\sigma}, \Gamma_{W_i}, \Gamma_{i\mu}, \Gamma_{i\sigma}$ 和 η 的值可以调节收敛速度和收敛域的大小, k_i 根据各子系统收敛速度确定, 与神经网络有关的参数可根据神经网络参数选取原则确定, 一

般 η 的取值范围为 0.01～1.

4 结 语

本文方法放宽了文献[8,9]中单输入单输出系统的要求,同时利用已知信息,解决了一类非线性多变量系统控制系数矩阵未知情况的控制器设计问题,避免了可能出现的控制器奇异问题.并首次应用 Lyapunov 稳定性理论推导出全调节RBF 神经网络各参数的自适应调节律,保证了整个闭环系统的稳定性.同时,通过引入非线性微分跟踪器和神经网络抑制了Backstepping 设计存在的"计算膨胀"问题.

参考文献(References):

[1] Sastry S S, Isidori A. Adaptive control of linearizable system[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(11): 1123-1131.

[2] Seto D, Annaswamy A M, Baillieul J. Adaptive control of nonlinear systems with a triangular structure[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(7): 1411-1428.

[3] Polycarpou M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447-451.

[4] Krstic M, KanEllakopoulos I, Kokotovic P. *Nonlinear and Adptive Control Design*[M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1995.

[5] Vadim IUtkin, De-Shiou Chen, Hao-Chi Chang. Block control principle for mechanical systems[J]. *J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2000, 122(1): 1-10.

[6] Loukianov A, Castillo-Toledo B, Dodds S J. Nonlinear sliding surface design in the presence of uncertainty[A]. *Proc of the 14th IFAC*[C]. Beijing, 1999. 55-60.

[7] Li Y, Sundararajan N, Saratchandran P. Neuro-controller design for nonlinear fighter aircraft maneuver using fully tuned RBF networks[J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1293-1301.

[8] Zhang T, Ge S S, Hang C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. *Automatica*, 2000, 36(12): 1835-1846.

[9] Ge S S, Wang C. Adaptive NN control of uncertain nonlinear pure-feedback systems[J]. *Automatica*, 2002, 38(4): 671-682.

[10] 晋玉强. 导弹非线性自适应控制系统设计[D]. 烟台: 海军航空工程学院, 2003.

[11] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器[J]. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177-183.
(Han J Q, Wang W. Nonlinear tracking differentiator[J]. *J of System Science and Mathematic Sciences*, 1994, 14(2): 177-183.)

[12] Raul Ordonez, Jeffrey T Spooner. Stable multi-input multi-output adaptive fuzzy control[A]. *Proc of the 35th CDC*[C]. Japan, 1996. 610-615.

[13] Khalil H K. Adaptive output feedback control of nonlinear systems represented by input-output models[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(2): 177-188.

(上接第807 页)

[8] Michalewicz Z, Schoenauer M. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems[J]. *Evolutionary Computation*, 1996, 4(1): 1-32.

[9] Michalewicz Z, Eaguvel S, et al. The spirit of evolutionary algorithms[J]. *J of Computing and Information Technology*, 1999, 7(1): 1-18.

[10] 林丹, 李敏强, 寇纪松, 等. 基于遗传算法求解约束优化问题的一种算法[J]. 软件学报, 2001, 12(4): 628-632.
(Lin D, Li M Q, Kou J S. A GA-based method for solving constrained optimization problems[J]. *J of Software*, 2001, 12(4): 628-632.)

[11] Schoenauer M, Michalewicz Z. Boundary operators for constrained optimization problems[A]. *Proc of the 7th Int Conf on Genetic Algorithms*[C]. CA: Morgan Kaufman Publishers, 1997. 322-329.