第 19 卷 第 8 期
Vol 19 No. 8

控 制 与 决 策
Control and Decision

2004 年 8 月
Aug 2004

文章编号: 1001-0920(2004)08-0898-05

复杂系统的质量生存交互决策算法的研究

叶明确, 王浣尘
(上海交通大学 管理学院, 上海 200052)

摘 要: 在复杂系统的质量生存交互决策中, 为获得最大质量生存函数 W^*, 通过研究离散质量生存决策及离散系统有限化过程, 给出了最大质量生存函数 W^* 的递归数值算法, 并完成了有限近似解的收敛性证明. 通过系列仿真试验验证了算法的有效性, 并对算法进行了改进和扩展.

关键词: 复杂系统; 质量生存决策; 最大质量生存函数; 递归数值算法
中图分类号: C934; N94　　　　**文献标识码**: A

Research on algorithm of highest viable quality function of complex system

YE Ming-que, WANG Huan-chen
(School of Management, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200052, China. Correspondent: YE Ming-que, E-mail: yemingque@eyou.com)

Abstract: To obtain the highest viable quality function in the interactive quality viable decision of complex system, the discrete system and its finite reduction process are studied, which leads to approach a recursive numerical algorithm of the function. The convergence proof and a simple sample of the algorithm are provided to verify effectiveness of the algorithm and its modified one.

Key words: complex system; quality viable decision; highest viable quality function; recursive numerical algorithm

1 引 言

在复杂系统的质量生存交互决策[1,2]中, 为了维持微分包含系统

$$x'(t) \in F(x(t)), x(0) = x_0, \text{a.e. } t \geq 0 \quad (1)$$

的质量生存性(简记 Q-生存性), 定义了最大 Q-生存函数 W_F^*. 由于 W_F^* 函数难以用解析方法得到, 文献[3]通过研究离散包含系统

$$x_{n+1} \in G(x_n), \forall n \geq 0 \quad (2)$$

和最大离散 Q-生存函数 W_G^*, 导出了最大离散 Q-生存函数 W_G^* 的离散递推算法, 并用此方法得到了 W_F^* 的离散近似解 $W_{G_\tau}^*$, 证明了当离散步长 $\tau \to 0$ 时, 离散近似解 $W_{G_\tau}^*$ 收敛, 有 $\lim\limits_{\tau\to 0}{}^{\#}\downarrow W_{G_\tau}^* = W_F^*$ (这里的极限是文献[4]中的图极限概念). 但是, 离散算法只在时间 t 上离散, 而在空间 X 上仍连续取值. 能在计算机上实现的数值算法只能计算有限个点, 所以需研究定义在有限空间 X^h 上的有限包含系统

$$x_{n+1}^h \in G^h(x_n^h), \forall n \geq 0. \quad (3)$$

其中: h 表示空间离散步长, 对于任一 h, 有限空间 X^h 是 X 空间的一个可数子集, 用如下方式张成 X 空间, 即 $\forall x \in X, \exists x^h \in X^h$, 使得

$$\| x - x^h \| \leq \alpha(h). \quad (4)$$

其中 $\alpha(h)$ 满足

$$\lim_{h\to 0} \alpha(h) = 0. \quad (5)$$

有限包含系统(3)实质上是定义在有限空间

收稿日期: 2003-09-01; **修回日期**: 2003-11-03.
作者简介: 叶明确(1974—), 女, 安徽滁州人, 博士后, 从事复杂社会经济系统分析与控制的研究; 王浣尘(1933—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事经济控制理论、电子政务等研究.

X^h 上的离散包含系统, 与离散系统并无本质区别, 具有离散系统的一些基本性质 通过研究离散系统的有限化过程可知, 用综合加厚方法可得到离散系统中 W_G^* 的一个具有收敛性的有限近似解, 该有限近似解的形式和性质见本文命题 1.

本文借鉴了生存核算法的研究方法和成果 生存核算法最早源于 Basile 和 Isidori 的零动态算法[5], 后由法国数学家 Aubin 将其引入生存理论, 主要有 Frankowska 等的快速生存核算法[6] 和 Aubin 的生存域算法[7]. 但直到 1994 年 Saint-Pierre 充分研究了生存核算法并给出有限近似方法后, 才真正完成了生存核算法[8]. 此后, Cardaliaguet 等[9,10] 将生存核算法引入到对策系统和最优控制系统 本文将连续系统的离散化过程与离散系统的有限化过程相结合, 得到了 W_F^* 的数值算法, 并用仿真实例对算法进行验证和改进

2　最大 Q - 生存函数的有限近似解及其收敛性证明

将离散近似算法与有限化方法相结合, 可得到最大 Q - 生存函数 W_F^* 的有限近似解 $W_{G_{\tau,r}^h}^*$ 构造方法如下:

1) 分别构造出集值映射 $G_{\tau,r}^h$, 函数 $W^{r/k}$ 和生存质量期望函数 Γ_τ;

2) 采用文献[3] 中的离散递归算法 $A(W^{r/k}, G_{\tau,r}^h, \Gamma_\tau)$ 计算出最大 Q - 生存函数 W_F^* 的有限近似函数 $W_{G_{\tau,r}^h}^*$.

各个映射和函数的构造如下:

1) 集值映射 $G_{\tau,r}^h$ 可通过加厚离散法和加厚有限法的两个步骤得到, 即

$$G_\tau = 1 + \tau F + r_0 B; \tag{6b}$$

$$G_{\tau,r}(x) = G_\tau(x) + rB; \tag{6a}$$

$$G_{\tau,r}^h(x^h) \triangleq G_{\tau,r}(x^h) \cap X^h, \quad \forall x^h \in \mathrm{Dom}(G) \cap X^h. \tag{6c}$$

其中: $\tau > 0$ 是离散步长, $r_0 = \frac{M\lambda}{2}\tau^2$ 是离散加厚半径, r 是有限加厚半径, λ 是集值映射 F 的 Lipschitz 系数, $M \triangleq \sup_{X \in \mathrm{Dom}(W)} \sup_{y \in F(x)} \| y \| < \infty$ 定义了集值映射 F 的有界条件.

2) 函数 $W^{r/k}$ 可通过生存质量函数 W 变换得到, 即

$$W^{r/k}(x) \triangleq \sup_{x' \in B(x, r/k) \cap \mathrm{Dom}(W)} W(x'), \quad \forall x \in \mathrm{Dom}(W). \tag{7}$$

其中 k 是集值映射 G_τ 的 Lipschitz 系数, $k = 1 + \tau\lambda$

3) 生存质量期望函数 Γ_τ 可通过如下转换得到: 将 $w(t+\tau) = w(t) + \int^\tau \rho(w(s))\,\mathrm{d}s$ 写成 $w(t+\tau) = \Gamma_\tau(w(t), \tau)$ 的形式, 从而得到离散步长为 τ 的离散函数 Γ_τ

下面的定理 1 证明了上述算法的收敛性 在给出定理 1 及其证明之前, 首先给出离散系统 G 中的 $W_G^*(x)$ 函数与其有限近似解 $W_{G_r^h}^{(r/k)*}(x^h)$ 的关系:

命题 1　在离散系统中, 假定:

1) $G: X \to X$ 是一个 k-Lipschitz 集值映射, 且满足性质: $\forall \xi \in G(x)$, $\exists \xi^h \in G(x) \cap X^h$, 使得 $\| \xi - \xi^h \| \le r/k$; 2) $\rho: R_+ \to R$ 是一个线性增长的连续函数; 3) 生存质量函数 W 为上半连续函数 则对所有 $r \ge k\alpha(h)$, 有

$$W_G^*(x) \le \sup_{x^h \in B(x, r/k) \cap X^h \cap \mathrm{Dom}(W)} W_{G_r^h}^{(r/k)*}(x^h), \quad \forall x \in \mathrm{Dom}(W). \tag{8}$$

证明略

定理 1(最大有限 Q - 生存函数的收敛定理 1)

在微分包含系统 F 中, 假定:

1) $F: X \to X$ 是一个 λ-Lipschitz 集值映射;

2) $\rho: R_+ \to R$ 是一个线性增长的连续函数;

3) 生存质量函数 W 相依下可导;

4) 生存质量函数 W 为上半连续函数, 且满足有界条件

$$M \triangleq \sup_{x \in \mathrm{Dom}(W)} \sup_{y \in F(x)} \| y \| < \infty;$$

5) 令离散加厚半径 $r_0 \ge \frac{M\lambda}{2}\tau^2$ 且满足 $\lim_{\tau \to 0} \frac{r_0}{\tau} = 0$, $\alpha(h) \le r_0$, 其中: $\alpha(h)$ 见式(4) 和(5), 它是有限空间的元素最大间距, 且满足 $\lim_{h \to 0} \alpha(h) = 0$;

6) 取有限加厚半径 $r \ge k(r_0 + \alpha(h))$, 且满足 $\lim_{\tau \to 0} r/\tau = 0$, 其中 $k = 1 + \tau\lambda$ 是集值映射 G_τ 的 Lipschitz 系数

集值映射 $G_{\tau,r}^h$, 函数 $W^{r/k}$ 和生存质量期望函数 Γ_τ 的构造见式(6) 和(7). 则离散算法 $A(W^{r/k}, G_{\tau,r}^h, \Gamma_\tau)$ 得到的函数 $W_{G_{\tau,r}^h}^{r/k}$ 的下图上极限 $\lim_{\tau,h \to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_{G_{\tau,r}^h}^{r/k*}$ 是微分包含系统 F 中的最大 Q - 生存函数 W_F^*, 即

$$W_F^* = \lim_{\tau,h \to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_{G_{\tau,r}^h}^{r/k*}.$$

证明　1) 在连续系统 F 中, 令 $\Pi(x, w) = F(x) \times \rho(w)$ 反映系统状态 x 和生存质量期望 w 的联合动态; 在离散系统 $G_{\tau,r}$ 中, 令 $\Pi_{\tau,r}(x, w) = G_{\tau,r}(x) \times \Gamma_\tau(w)$ 反映系统状态 x 和生存质量期望 w 的联合动态; 在有限系统 $G_{\tau,r}^h$ 中, 令 $\Pi_{\tau,r}^h(x, w) = G_{\tau,r}^h(x) \times \Gamma_\tau(w)$ 反映系统状态 x 和生存质量期望 w

的联合动态 下面验证两个系统的联合动态满足如下关系:

$$\Pi = \overline{\mathrm{Co}} \lim_{\tau, h \to 0} \left(\frac{\Pi^h_{\tau, r} - 1}{\tau} \right).$$

首先计算

$$\frac{\Pi_{\tau, r}(x, w) - (x, w)}{\tau} =$$

$$\frac{G_{\tau, r}(x) \times \Gamma_\tau\{w\} - (x, w)}{\tau} =$$

$$\left(F(x) + \frac{r_0}{\tau} B + \frac{r}{\tau} B \right) \times$$

$$\int^\tau \rho(w(s)) \mathrm{d}s / \tau =$$

$$\Pi(x, w) + \left\{ \frac{r_0 + r}{\tau} B \right\} \times$$

$$\left\{ \int^\tau (\rho(w(s)) - \rho(w(t))) \mathrm{d}s / \tau \right\}. \tag{9}$$

由条件 5) 和 6), 当 $\tau \to 0$ 时尾项趋于零, 有

$$\lim_{\tau \to 0} \left(\frac{\Pi_{\tau, r} - 1}{\tau} \right) = \Pi$$

再根据 $\Pi_{\tau, r} = \lim\limits_{h \to 0} \overline{\mathrm{Co}} (\Pi^h_{\tau, r})$, 有

$$\overline{\mathrm{Co}} \lim_{\tau, h \to 0} \left(\frac{\Pi^h_{\tau, r} - 1}{\tau} \right) =$$

$$\lim_{\tau \to 0} \left(\frac{\lim\limits_{h \to 0} \overline{\mathrm{Co}} (\Pi^h_{\tau, r}) - 1}{\tau} \right) = \lim_{\tau \to 0} \left(\frac{\Pi_{\tau, r} - 1}{\tau} \right) = \Pi \tag{10}$$

令 $D = H_p(W)$, $D^{r/k} = H_p(W^{r/k})$, 根据生存核收敛定理[8], 有

$$\lim \sup_{\tau, h \to 0} \mathrm{Viab}_{\Pi^h_{\tau, r}(x, w)} (D^{r/k}) \subset \mathrm{Viab}_{\Pi(x, w)} (D),$$

得 $\lim \sup\limits_{\tau, h \to 0} H_p(W^\tau_\infty) \subset H_p(W^*_F)$, 即

$$W^*_F \geq \lim_{\tau, h \to 0} W^{r/k *}_{G_{\tau, r}}.$$

2) 命题 1 的条件满足(证明略). 根据命题 1, 有

$$W^*_{G_\tau}(x) \leq$$

$$\sup_{x^h \in B(x, r/k) \cap X^h \cap \mathrm{Dom}(W)} W^{r/k *}_{G_{\tau, r}} (x^h) \Big|_{r = kM\lambda\tau^2},$$

$$\forall x \in \mathrm{Dom}(W). \tag{11}$$

加厚离散算法的收敛定理的结论是: 当离散加厚半径 $r_0 = \frac{M\lambda}{2} \tau^2$ 时, $W^*_F = \lim\limits_{\tau \to 0} {}^\# \downarrow W^*_{G_\tau}$ 从证明过程可知, 当离散加厚半径 $r_0 \geq \frac{M\lambda}{2} \tau^2$ 且满足 $\lim\limits_{\tau \to 0} \frac{r_0}{\tau} = 0$ 时, 有相同的结论 $W^*_F = \lim\limits_{\tau \to 0} {}^\# \downarrow W^*_{G_\tau}$ 成立, 从而 $W^*_F \leq \lim\limits_{\tau, h \to 0} {}^\# \downarrow W^{r/k *}_{G_{\tau, r}} (x^h)$. 综合 1) 和 2), 得

$$W^*_F = \lim_{\tau, h \to 0} {}^\# \downarrow W^{r/k *}_{G_{\tau, r}} (x^h). \qquad \square$$

3 仿真实例

3.1 系统设定

下面用一个简单的仿真实例来检验上述有限算法的有效性 考虑系统

$$\begin{cases} x'(t) \in F(x(t)) = 1 + x(t) + \overline{B}, \\ x(t) \in [0, 2]. \end{cases} \tag{12}$$

其中: $\overline{B}$ 是单位闭球 $[-1, 1]$; F 是 Lipschitz 集值映射, Lipschitz 系数 $\lambda = 1$. 对于集合 $K = [0, 2]$, 显然系统(12) 在 K 域内是一定生存的 假定定义在 K 域上的质量生存函数

$$W(x) = \begin{cases} 1 + x, 0 \leq x < 1; \\ 3 - x, 1 < x \leq 2 \end{cases} \tag{13}$$

是一个连续非光滑函数, 其最高生存质量点在 K 域中心, 生存质量从中心向外由 2 递减到 1. 生存质量期望下限值 $w(t)$ 的变动受人们的心理因素影响: 1) 一般说, 人们总希望生存质量在总体上是一直上升的, 即变化率 $\rho(w) \geq 0$; 2) 当 w 值较低时, 人们急切希望提高生存质量标准, 增长率 $\rho(w)$ 较高; 3) 当 w 值较高时, 人们提高生存质量的心情相对不那么迫切, 因而增长率相对低一些; 4) 当 w 达到生存质量最大值时, 没有必要也不可能增加期望值, 所以增长率 $\rho(w) = 0$. 这种假定较为符合人们对生存质量的期望心理 本例中假定 $\rho(w) = 4(w - 2)$.

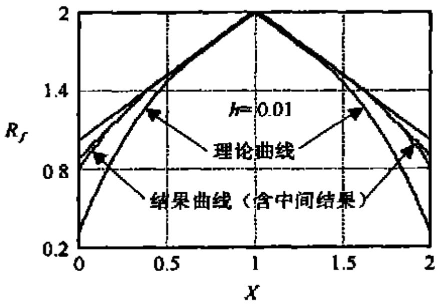
对于上述设定的系统, 可计算出最大质量生存函数 W^*_F 的理论值, 它是由 4 段曲线连接而成的连续非光滑函数

$$W^*_F(x) = \begin{cases} 2 - \frac{27}{256}(2 - x)^4, x \in [0, 2/3]; \\ 1 + x, x \in (2/3, 1); \\ 3 - x, x \in (1, 4/3); \\ 2 - \frac{27}{256}(x)^4, x \in [4/3, 2]. \end{cases} \tag{14}$$

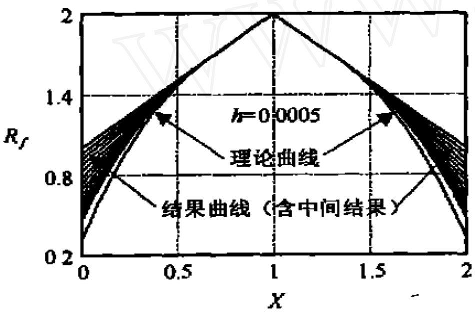
3.2 仿真结果

采用 MATLAB 软件编程以及上节给出的有限算法, 分别用空间离散步长 $h = 0.05$, $h = 0.02$, $h = 0.01$, $h = 0.005$, $h = 0.002$, $h = 0.001$ 和 $h = 0.0005$ 进行 7 次仿真计算 递推停止条件是递推误差小于 10^{-6}, 即 $\max\limits_{x^h \in [0, 2]} \left| W^h_{n+1}(x^h) - W^h_n(x^h) \right| \leq 10^{-6}$. 得到的部分结果如图 1 所示, 最下方的曲线是最大 Q - 生存函数 W^*_F 的理论值, 图中保留了递推过程的中间结果曲线 从递推结果可以看出, 随着空间离散步长 h 的减小, 离散结果曲线逐渐逼近理论曲线, 但结果曲线与理论曲线相比, 总有一种"厚尾"现象 虽然"厚度"会随着步长 h 的减小而减小, 但这

种误差相对步长而言有些过大, 所以应重新审视上节给出的算法, 以期有所改进



(a)　离散步长 $h = 0.01$



(b)　离散步长 $h = 0.0005$

图 1　算法结果

4　算法改进

通过对算法的分析(过程略) 可知, 由于一个与离散步长 τ 有关的乘子项 $\frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau} = O(\tau)$ (而非常见的 $o(\tau)$) 的存在, 多次递推后, 致使累积误差效果较为突出. 为消除上述乘子的影响, 对总算法中的加厚离散算法部分进行了改进. 微分包含系统 F 仍采用加厚过程, 生存质量期望的离散则改用有限差分的方法. 为了维持算法的收敛性, 首先将乘子误差改为累加误差. 更改了原先的加厚离散算法, 并证明了新的离散算法的收敛性. 将新离散算法与上节的有限算法结合, 便可得到新的有限算法 1. 由于最终的仿真结果验证了新算法 1 的累加项 $\frac{N}{a}\left(1 - \frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau}\right) = O(\tau)$ 比乘子 $\frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau} = O(\tau)$ 造成的误差更大, 所以有关结果不在此列出.

去除算法 1 的累加项, 便得到了新有限算法 2. 新算法 2 的步骤、理论收敛性证明及仿真结果如下:

空间离散步长 $h = \frac{1}{2}M\lambda\tau^2$, 时间离散步长 $\tau = \sqrt{\frac{2h}{M\lambda}}$, 有限算法各步简化成只与空间离散步长 h 有关的映射. 集值映射 $G^h_{\tau,r}$, 函数 $W^{r/k}$ 和生存质量期望函数 $\hat{\Gamma}_\tau(\rho(w) = -aw + b)$ 的构造如下:

$$G_{\tau,r}(x) = 1 + \tau F + 2M\lambda\tau^2 B = 1 + \tau(h)F + 4hB; \tag{15a}$$

$$G^h_{\tau,r}(x^h) \triangleq G_{\tau,r}(x^h) \cap X^h, \quad \forall x^h \in \mathrm{Dom}(G) \cap X^h; \tag{15b}$$

$$W^{r/k}(x) = \sup_{x' \in B(x, M\lambda\tau^2) \cap \mathrm{Dom}(W)} W(x') = \sup_{x' \in B(x, 2h) \cap \mathrm{Dom}(W)} W(x'), \ \forall x \in \mathrm{Dom}(W); \tag{16}$$

$$\hat{\Gamma}_\tau = 1 + \tau\rho. \tag{17}$$

因为 τ 和 r 可以用 h 的函数表示, 所以将这里的 $G^h_{\tau,r}$ 简记为 $\overline{G}^h$, $W^{r/k}$ 记为 W^{2h}, $\hat{\Gamma}_\tau$ 记为 $\hat{\Gamma}(\tau(h), a, b)$. 则有限算法可简化为如下递推公式: 定义一个非增的函数序列 $W^h_0, W^h_1, \cdots, W^h_n, \cdots$, 有

$$W^h_0(x^h) = W^{2h}(x^h), \ \forall x^h \in \mathrm{Dom}(W) \cap X^h;$$

$$W^h_{n+1}(x) = \min\left(W^h_n(x), \frac{\sup(W^h_n(\overline{G}^h(x))) + b\tau}{1 - a\tau(h)}\right), \quad \forall x^h \in \mathrm{Dom}(W) \cap X^h. \tag{18}$$

当 $n \to \infty$ 时, 记 $W^h_\infty = \lim_{n\to\infty} \downarrow W^h_n$, 则 W^h_∞ 是离散近似解 $W^*_{G^h_{\tau,r}}$. 将算法 (18) 记为 $A(W^{2h}, \overline{G}^h, \hat{\Gamma}(\tau(h), a, b))$.

定理 2 证明了有限算法 2 中的离散算法收敛性:

定理 2 (最大离散 Q - 生存函数的收敛定理 2)

在微分包含系统 F 中, 假定:

1) $F: X \to X$ 是一个 λ-Lipschitz 集值映射;

2) $\rho: R_+ \to R$ 是一个线性增长的连续函数;

3) 生存质量函数 W 相依下可导;

4) 生存质量函数 W 为上半连续函数, 且满足有界条件

$$M \triangleq \sup_{x \in \mathrm{Dom}(W)} \sup_{y \in F(x)} \| y \| < \infty;$$

5) $F_\tau(x) = F(x) + \frac{M\lambda}{2}\tau B$, $G_\tau = 1 + \tau F_\tau = 1 + \tau F + \frac{M\lambda}{2}\tau^2 B$;

6) $\hat{\Gamma}_\tau = 1 + \tau\rho$, $\Gamma_\tau = 1 + \tau\frac{1-e^{-a\tau}}{a\tau}\rho$, $\rho(w) = -aw + b$.

假设用离散算法 $A(W, G_\tau, \Gamma = \Gamma_\tau)$ 得到的函数序列极限 $W^\tau_\infty|_{\Gamma=\Gamma_\tau} = W^*_{G_\tau}|_{\Gamma=\Gamma_\tau}$, 用离散算法 $A(W, G_\tau, \Gamma = \hat{\Gamma}_\tau)$ 得到的函数序列极限 $W^\tau_\infty|_{\Gamma=\hat{\Gamma}_\tau} = W^*_{G_\tau}|_{\Gamma=\hat{\Gamma}}$ 的下图上极限 $\lim^\sharp_{\tau\to 0}\downarrow W^\tau_\infty$ 是微分包含系统 F 的最大 Q - 生存函数 W^*_F, 即

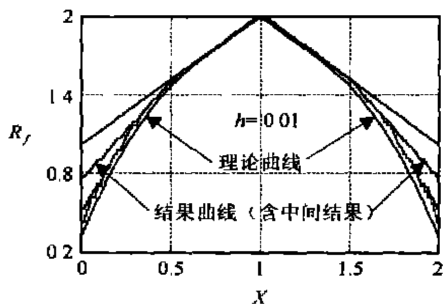
$$W_F^* = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_\infty^\tau\big|_{\Gamma=\Gamma_\tau} = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_{G_\tau}^*\big|_{\Gamma=\Gamma_\tau}, \quad (19a)$$

$$W_F^* = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_\infty^\tau\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau} = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_{G_\tau}^*\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau} \quad (19b)$$

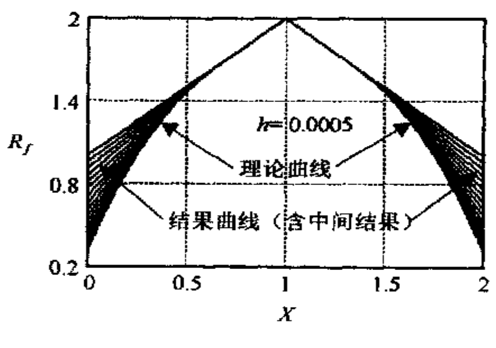
证明略

由于只对离散算法作了改动, 且维持了离散算法的收敛性, 因而新有限算法 2 的收敛性与上节的有限算法收敛性相同 证明略

采用MATLAB 软件编程以及上节给出的有限算法, 分别用空间离散步长 $h = 0.05$, $h = 0.02$, $h = 0.01$, $h = 0.005$, $h = 0.002$, $h = 0.001$ 和 $h = 0.0005$ 进行了 7 次仿真对比计算, 得到的部分结果如图 2 所示 从图 2 可以看出, 随着空间离散步长 h 的减小, 离散结果曲线逐渐逼近理论曲线 还可以看到, 新有限算法 2 的误差明显降低, 结果曲线的“厚尾”现象消失 新有限算法 2 对原有限算法是一个成功的改进



(a)　新算法 2 结果曲线($h = 0.01$)



(b)　新算法 2 结果曲线($h = 0.0005$)

图 2　仿真对比结果

值得注意的是定理 2 中 $\rho(w) = -aw + b$ 的条件是一个特例 下面将定理 2 条件扩展, 得到一个一般性的新有限近似算法

定理 3(最大离散 Q - 生存函数的收敛定理 3)

在微分包含系统 F 中, 假定定理 2 的 1)～ 5) 条件满足, 且有:

1) ρ 满足有界条件 $N \triangleq \sup_{y\in \mathrm{Im}(W)} |\rho(y)| < \infty$, 其中 $\mathrm{Im}(W)$ 表示函数 W 的值域, 且满足单调性

$$\int_0^\tau \rho(w(s))\,\mathrm{d}s \ge \tau\rho(w(t)),\ \forall t \ge 0,\ \forall \tau > 0,$$

或反之有

$$\int_0^\tau \rho(w(s))\,\mathrm{d}s \le \tau\rho(w(t)),\ \forall t \ge 0,\ \forall \tau > 0;$$

2) 对微分方程 $\forall t \ge 0, w'(t) = \rho(w(t))$ 的解 $w(\cdot)$, Γ_τ 满足 $\forall t \ge 0, w(t+\tau) = \Gamma_\tau(w(t), \tau)$, $\hat\Gamma_\tau = 1 + \tau\rho$.

则用离散算法 $A(W, G_\tau, \Gamma = \hat\Gamma_\tau)$ 得到的函数序列极限 $W_\infty^\tau\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau} = W_{G_\tau}^*\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau}$ 的下图上极限 $\lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_\infty^\tau$ 是微分包含系统 F 的最大 Q - 生存函数 W_F^*. 即

$$W_F^* = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_\infty^\tau\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau} = \lim_{\tau\to 0}{}^{\#}\!\downarrow W_{G_\tau}^*\big|_{\Gamma=\hat\Gamma_\tau} \quad (20)$$

证明略

5　结　　语

本文通过建立连续系统与有限系统的联系, 得到了一个能实际操作且有效的数值算法, 用这种方法可以得到复杂系统最大 Q - 生存函数 W_F^* 的数值解 本文有限算法适用的函数可以是非光滑、非 Lipschitz 连续、非绝对连续、甚至不连续, 所以本文算法实质上是一种非最优、非光滑的优化算法 但它与常见的离散优化算法有很大不同, 它是用生存理论的集值分析, 通过集合的迭代方法得到的

有限算法为进一步的实证研究奠定了基础 同时, 因为许多与学习和进化有关的决策与对策理论都建立在离散理论上, 所以离散(有限) Q - 生存研究也为生存理论开辟这些新研究方向奠定了基础

参考文献(References):

[1] 叶明确, 张世英 复杂系统的质量生存决策[J] 控制与决策, 2001, 16(4): 398-403
(Ye M Q, Zhang S Y. Quality viable decision of complex system [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 398-403)

[2] 叶明确, 张世英 复杂系统的质量生存交互决策[A], 2002 中国控制与决策学术年会论文集[C] 沈阳: 东北大学出版社, 2002 722-726

[3] 叶明确, 张世英 复杂系统的离散质量生存决策[J] 系统科学与数学, 2004, (3).
(Ye M Q, Zhang S Y. Discrete quality viable decision of complex system [J]. *J of System Science and Mathematical Sciences*, 2004, (3).)

(下转第 919 页)

询. 该算法同时考虑尺度信息和细节信息, 使约简后的特征向量包含更多的时间序列有效信息. 仿真实验结果表明, 该方法具有较高的精度和效率, 是一种有效的时序相似匹配方法. 进一步的工作包括更深入地研究小波包约简过程中最佳基的选取, 并将聚类预处理过程集成到匹配算法中.

参考文献(References):

[1] Kin-pong Chan, Ada Wai-chee Fu. Efficient time series matching by wavelets[A]. *Proc of the ICDE Conf* [C]. Sydney, 1999. 126-133.

[2] Franky Kin-pong Chan, Ada Wai-chee Fu, Clement Yu. Haar wavelets for efficient similarity search of time-series: With and without time warping[J]. *IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering*, 2003, 15 (3): 686-705.

[3] Ivan Popivanov, Ranee J Miller. Similarity search over time-series data using wavelets[A]. *Proc of the ICDE Conf* [C]. San Jose, 2002. 212-221.

[4] Ivan Popivanov. Similarity search over time-series data using wavelets[D]. Toronto: University of Toronto, 2001. 8-45.

[5] Stephane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing* [M]. San Diego: Academic Press, 1997. 318-335.

[6] Guttman A. R-trees: A dynamic index structure for spatial search [A]. *Proc of ACM SIGMOD* [C]. Boston, 1984. 47-57.

[7] Nick Roussopoulos, Stephen Kelley, Frederic Vincent. Nearest neighbor queries[A]. *Proc of ACM SIGMOD* [C]. San Jose: ACM Press, 1995. 71-79.

(上接第 892 页)

[5] 孙树栋, 林茂. 基于遗传算法的多移动机器人协调路径规划[J]. 自动化学报, 2000, 26(5): 672-676.
(Sun S D, Lin M. Path planning of multi-mobile robots using genetic algorithms[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(5): 672-676.)

[6] 周明, 孙树栋, 彭炎午. 基于遗传模拟退火算法的机器人路径规划[J]. 航空学报, 1998, 19(1): 118-120.
(Zhou M, Sun S D, Peng Y W. Path planning of mobile robot via genetic simulated annealing approach[J]. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 1998, 19(1): 118-120.)

[7] 吴斌, 史忠植. 一种基于蚁群算法的 TSP 问题分段求解算法[J]. 计算机学报, 2001, 24(12): 1328-1333.
(Wu B, Shi Z Z. An ant colony algorithm based partition algorithm for TSP [J]. *Chinese J of Computers*, 2001, 24(12): 1328-1333.)

[8] 张纯刚, 席裕庚. 全局环境未知时基于滚动窗口的机器人路径规划[J]. 中国科学(E 辑), 2001, 31(1): 51-58.
(Zhang C G, Xi Y G. Rolling path planning of mobile robot in global unknown environment [J]. *Science in China (Series E)*, 2001, 31(1): 51-58.)

[9] 陈宗海. 月球探测器路径规划的基于案例的学习算法研究[J]. 航空计算技术, 2000, 30(2): 1-4.
(Chen Z H. Lunar probe path planning using case-based learning algorithm [J]. *Aeronautical Computer Technique*, 2000, 30(2): 1-4.)

[10] Sugeno M. An introductory survey of fuzzy control [J]. *Information Science*, 1985, 36(1-2): 59-83.

[11] Jiang T, Li Y. Multimode oriented polynomial transformation based defuzzification strategy and learning procedure[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1997, 27(5): 877-883.

(上接第 902 页)

[4] Aubin J P, Frankowska H. *Set-valued Analysis, Systems and Control: Foundations and Applications* [M]. Boston: Birkhauser, 1990.

[5] Isidoria A. *Nonlinear Control System* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[6] Frankowska H, Quincampoix M. Viability kernals of differential inclusion with constraints: Algorithm and applications [J]. *J Mathematics System Estimation Control*, 1991, 1(3): 371-388.

[7] Aubin J P. *Viability Theory, Systems and Control* [M]. Basel: Birkhauser, 1991.

[8] Saint Pierre P. Approximation of the viability kernel [J]. *Applied Mathematics & Optimisation*, 1994, 29(2): 187-209.

[9] Cardaliaguet P, Quincampoix M, Saint Pierre P. Some algorithms for differential games with two players and one target[J]. *MaM*, 1994, 28(4): 441-461.

[10] Aubin J P, Frankowska H. The viability kernel algorithm for computing value functions of infinite horizon optimal control problems [J]. *J of Mathematical Analysis and Applications*, 1996, 201 (2): 555-576.