

文章编号: 1001-0920(2004)09-1017-05

## 理性遗传算法及其在运动规划中的应用

景兴建<sup>1,2</sup>, 王越超<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 辽宁 沈阳 110016; 2 中国科学院 研究生院, 北京 100080)

**摘要:** 为提高理性遗传算法遗传信息的完备性、算法全局收敛性以及算法的整体结构, 给出了一个更一般化的理性算子和算法结构, 证明了算法的全局收敛性。理论分析和在运动规划问题中的应用结果验证了理性遗传算法的有效性。

**关键词:** 理性遗传算法; 遗传信息; 运动规划

**中图分类号:** TP18      **文献标识码:** A

## Rational genetic algorithm and its application to the problem of motion planning

JING Xing-jian<sup>1,2</sup>, WANG Yue-chao<sup>1</sup>

(1. Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2 The Graduate School, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China Correspondent: JING Xing-jian, E-mail: xjjing@msia.ac.cn)

**Abstract:** By using the feedback of genetic information, a rational genetic algorithm (RGA) is proposed to overcome the drawbacks of conventional genetic algorithms such as slow convergence. The genetic information (GI) is extended in order to improve its completeness, and the rational genetic operators are rebuilt with more generality based on the extended GI. A more general specification for the whole RGA is given and the global convergence of the RGA is shown. Theoretical analysis and practical application to motion planning are given to illustrate the effectiveness of RGA.

**Key words:** rational genetic algorithm (RGA); genetic information; motion planning

### 1 引言

遗传算法通过模仿生物进化机制, 可实现在解空间内进行全局的并行搜索, 有效地克服一般优化算法存在的局部极小问题, 因而在各种优化求解问题中得到了广泛应用<sup>[1~4]</sup>。但传统遗传算法在求解复杂问题时, 往往存在收敛过慢甚至早熟等问题, 使其在很多实际问题的应用中受到很大的限制。文献[5]提出了理性遗传算法的概念, 通过增加遗传信息反馈来减少遗传运算的错误率, 以加快算法搜索, 并证明了它的有效性。事实上, 理性遗传算法的有效性

取决于遗传信息的完备性, 即正确性。文献[5]仅说明了在遗传信息完备的情况下, 理性算子的有效性, 却没有说明如何保证遗传信息的完备性、算法全局收敛性以及算法的整体结构等。为此, 本文基于文献[5]中的算法, 给出一个更一般化的算法结构, 分析了算法的收敛性, 并将其应用于水下移动机器人的运动规划。

由于海域水下地形复杂, 并可能存在各种人为的障碍区以及季节性、区域性、多变性的洋流影响, 使得水下移动机器人的运动规划更为困难。在无碰

收稿日期: 2003-09-01; 修回日期: 2003-11-12

作者简介: 景兴建(1976—), 男, 河南南阳人, 博士生, 从事运动规划、鲁棒控制的研究; 王越超(1960—), 男, 辽宁沈阳人, 研究员, 博士生导师, 从事机器人学等研究。

撞、节能、路径最短并符合运动约束等要求下,如何获得满意的规划路径,是一个复杂的多目标优化问题。由理性遗传算法可得到较好的规划结果。通过与传统遗传算法在相同条件下实际规划结果的对比,可以看出理性遗传算法的优越性。

## 2 改进的理性遗传算法

符号说明:  $X$  代表一个个体,即问题的一个解(包括可行解和不可行解),一般可表示为一个  $n$  维待优化参数阵,假定各参数间没有优先级;  $XX_N(k)$  代表第  $k$  代的一个具有  $N$  个个体的群体;  $S$  代表  $n$  维搜索空间;  $f(X)$  代表个体  $X$  的适应度,即  $f: S \rightarrow [0, f_M], f_M$  表示适应度的最大值,假定最优解对应适应度的最小值;  $T = \{T_m, T_{rc}, T_{rs}, T_{ro}\}$  为理性遗传算子集,包含变异、交叉、选择及其他 4 个算子集,“其他”可以是规则也可以是适当的局部搜索算法等;  $T_p(X)$  表示  $X$  经某种遗传操作后得到的个体;  $(X)_i$  表示  $X$  的第  $i$  个元素,并有  $(B)_i = (X)_i - (A)_i$ 。

### 2.1 遗传信息和理性遗传算子的定义

遗传信息代表个体进化的方向,假定  $X = T_p(Y)$  或  $Y = T_p(X)$  ( $p = m, c, o$ ),即存在子父关系,则遗传信息可定义为

$$GI(X) = \text{sign}(X - Y) \text{sign}(f(Y) - f(X)), \quad (1)$$

其中  $GI(X)$  和  $\text{sign}(X)$  均为  $n$  维矩阵

$$(\text{sign}(X))_i = \begin{cases} 1, & (X)_i > 0; \\ 0, & (X)_i = 0; \\ -1, & (X)_i < 0 \end{cases}$$

适应度的评价是整体上评价。从此定义可以看出,遗传信息可表示个体整体上的进化趋势,但它并不能准确反映某个或某几个参数一次进化的好坏。为确保遗传信息的完备性,某个个体在进行理性遗传运算时,其各元素应按一定的概率选择进行运算,而不是全部进行运算。对于没有进行遗传运算的元素,其相应的遗传信息为零。

依据上述遗传信息的定义,理性交叉和理性变异分别定义如下:

$$T_{rc}((X_1)_i, (X_2)_i) = \begin{cases} \max((X_1)_i, (X_2)_i) + [(A)_i - \max((X_1)_i, (X_2)_i)]\alpha, & (GI(X_1))_i = 1, (GI(X_2))_i = 1; \\ \min((X_1)_i, (X_2)_i) - [\min((X_1)_i, (X_2)_i) - (B)_i]\alpha, & (GI(X_1))_i = -1, (GI(X_2))_i = -1; \\ a_1(X_1)_i + a_2(X_2)_i, & (GI(X_1))_i(GI(X_2))_i < 1. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\alpha$  是区间  $[0, 1]$  上的随机数,符合均匀分布;  $0 < a_1, a_2 < 1, a_1 + a_2 = 1$ 。

$$T_{ro}((X)_i) = \begin{cases} (X)_i + \beta(\Delta X_1)_i(GI(X))_i, & \text{age}(X) < \text{const. age}, (GI(X))_i = 0; \\ T_{rom}((X)_i), & \text{age}(X) < \text{const. age}, (GI(X))_i = 0; \\ \{(X)_i + \Gamma(\text{age}(X))(\Delta X_2)_i\}_{(B)_i}^A, & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

其中:  $\beta > 0$  用于确定搜索范围,待定;  $\Delta X_1$  和  $\Delta X_2$  均为随机数矩阵,  $(\Delta X_1)_i \sim M(0, 1)$ ,  $(\Delta X_2)_i \sim M(-1, 1)$ ,  $M(-1, 1)$  表示区间  $[-1, 1]$  上的均匀分布,  $M(0, 1)$  表示区间  $[0, 1]$  上的均匀分布;  $T_{rom}$  根据具体问题待定,可以是具有特殊作用或目的的先验规则,也可以是一般的局部搜索算法;  $\{x\}_{(B)_i}^A$  表示一旦  $x$  超过其范围  $[B_i, A_i]$ , 则取其相应边界值;  $\Gamma(\text{age}(X))$  是  $\text{age}(X)$  的单调增函数,  $\text{age}(X)$  是个体年龄,存活一代年龄加 1;  $\text{const. age} > 0$  是一待定正常整数。

从式 (2) 的定义可以看出,情况  $GI(X_1)_{ij}GI(X_2)_{ij} < 1$  相当于传统遗传算法的交叉操作,而式 (3) 中第 3 种情况则相当于传统遗传算法的变异操作。文献 [5] 所定义的理性交叉和变异操作分别包含在式 (2) 和 (3) 中。另外,从式 (3) 的定义看,  $T_{rom}$  可以是一般的局部搜索算法,因此现有的将遗传算法与局部搜索算法相结合的混合算法,也可包括在理性遗传算法的范畴内。

选择算子应配合变异和交叉算子进行,为下一步遗传进化提供合适的种群。从理性遗传算法的基本思想,即尽可能减少错误的遗传运算看,选择的结果不应使已产生的最好的个体丢失。因此,传统的杰出选择算子可以使用或直接只选择最好的个体。

### 2.2 理性遗传算法总体结构及算法收敛性分析

理性遗传算法整体结构如图 1 所示,与传统遗传算法最大的不同在于它包含了遗传信息的实时产生、反馈和利用。下面分析算法整体的收敛性。

**引理 1** 在遗传信息完备的情况下,理性交叉 (2) 和变异 (3) 可以加快对极值的搜索。

**证明** 若遗传信息是完备的,则有  $GI(X) = 0$ , 由式 (2) 和 (3) 的定义可知,此种情况相当于文献 [5] 所定义的理性交叉和理性变异算子。由文献 [5] 的定理 1 和定理 2 知,在遗传信息是完备的且极值点落在搜索范围内的情况下,理性变异算子搜索到极值点的概率是一般变异算子的 2 倍;而当个体  $X_1$

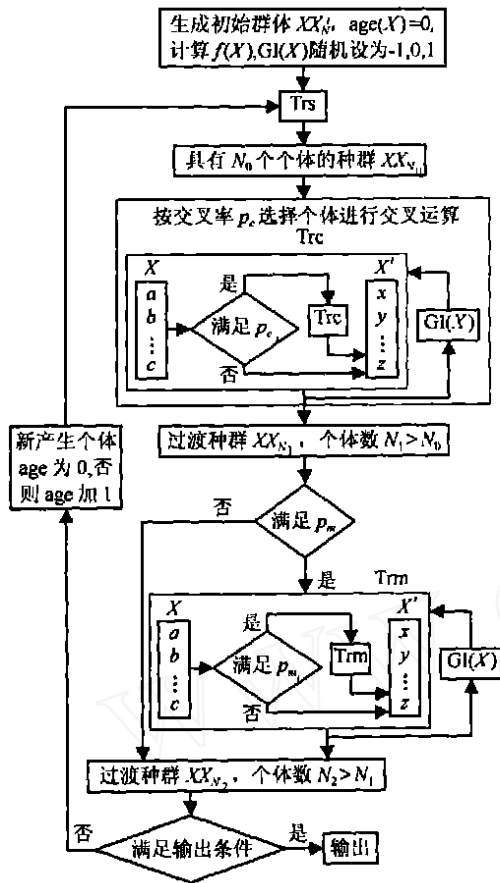


图 1 理性遗传算法整体结构

和  $X_2$  同属于一个极值点作用域时, 对其进行理性交叉的结果是在包含极值点的一个子空间内进行等概率搜索 因此, 理性算子有效地避免了盲目性, 加快了对极值的搜索

引理 2 理性变异(3) 可实现对整个搜索空间的搜索, 而不会陷入局部最优

证明 如果个体  $X$  处于一个极值点上, 则对于情况  $age(X) < const. age$ , 假定  $(GI(X))_i = 0$ , 如果理性变异没有搜索到更好的极值点, 则  $age(X)$  增加 当  $GI(X) = 0$  时, 由于  $T_{rom}$  一般采用局部搜索算法,  $X$  仍将停留在该极值点附近, 变异后将  $(GI(X))_i = 0$ , 要么  $age(X)$  增加, 要么转入前一种情况, 且遗传信息指向该极值点 这两种情况最终都将转入情况  $age(X) = const. age$

如果个体年龄  $age(X) = const. age$ , 则由理性变异知,  $T_m(X) = X + \Delta T$ , 其中  $\Delta T = \Gamma(age(X))\Delta X_2$ , 显然  $\Delta T$  就是搜索半径 因为  $(\Delta X_2)_i \in M(-1, 1)$ , 所以有  $(\Delta T)_i \in M(-\Gamma(age(x)), \Gamma(age(x)))$ . 既然  $\Gamma(age(X))$  是  $age(X)$  的增函数, 只要  $X$  一直处于该极值点, 搜索范围便不断扩大, 直到整个搜索区间 如果有其他更

好的极值点, 假定采用最佳适应度选择算子, 则在未找到比  $X$  更好的个体之前,  $age(X)$  将一直增加, 其等概率搜索半径  $\Gamma(age(x))$  将不断扩大 假定有极值点  $X^*$  满足  $f(X^*) < f(X)$ , 取点  $X^*$  的最大  $\epsilon$  邻域  $\delta_\epsilon(X^*) = \{X \mid X - X^* < \epsilon, X \in S, \epsilon > 0\}$ , 有  $\forall Y \in \delta_\epsilon(X^*), f(Y) < f(X)$ . 假定第  $K_0$  代  $\delta_\epsilon(X^*)$  进入  $X$  的搜索范围, 则每代搜索到该区域的概率为

$$p_{(X, X^*)}^K = \frac{\text{area}(\delta_\epsilon(X^*)) \cdot \delta_{r_K(\text{age}(X))}(X)}{p_m \cdot \min(\text{area}([B, A]), \text{area}(\delta_{r_K(\text{age}(X))}(X)))} \quad (4)$$

其中:  $p_m$  为变异率,  $\text{area}(S)$  表示求区域  $S$  的面积(或体积). 则再进化  $M$  代仍搜索不到该区域的概率为

$$\overline{p_X^M} = \prod_{K=K_0}^{K_0+M} (1 - p_{(X, X^*)}^K) \quad (5)$$

因此, 再进化  $M$  代搜索到该区域的概率为  $p_X^M = 1 - \overline{p_X^M}$ . 显然, 当  $K$  足够大时,  $\overline{p_X^M} = (1 - p_{(X, X^*)}^K)^M \rightarrow 0$ , 即  $p_X^M \rightarrow 1$  (当  $M \rightarrow \infty$ ), 亦即随着进化代数的增加, 搜索到极值点  $X^*$  的概率将趋近于 1, 所以不会陷入局部最优

定理 1 在遗传信息完备的情况下, 本文提出的理性遗传算法可加快对极值的搜索, 当进化代数足够大时, 将依概率搜索到全局最优解

证明 由引理 1, 在遗传信息完备的情况下, 理性遗传算子可使算法加快向极值收敛, 而一旦达到极值点, 则由引理 2, 算法将以该极值点为中心进行等概率搜索, 搜索半径不断扩大, 并将依概率收敛到更好的极值点 假定  $X^*$  是全局最优点, 且从第  $K_0$  代开始每代有  $N_K (K \geq K_0, N_K > 1)$  个个体变异, 搜索半径包含到区域  $\delta(X^*)$ , 记这些个体为集合  $X_{N_K}$ . 则每代搜索不到区域  $\delta(X^*)$  的概率为

$$(1 - p_{(X, X^*)}^K)^{N_K}, \text{ 而进化 } M \text{ 代都搜索不到该区域 } X_{N_K} \text{ 的概率为 } \prod_{K=K_0}^{K_0+M} (1 - p_{(X, X^*)}^K)^{N_K}. \text{ 因此, 进化 } M \text{ 代搜}$$

索到  $\delta(X^*)$  的概率为  $p_X^M = 1 - \prod_{K=K_0}^{K_0+M} (1 - p_{(X, X^*)}^K)^{N_K}$ , 显然有  $\lim_{M \rightarrow \infty} p_X^M = 1$ . 因此, 当进化代数足够大时, 算法将依概率搜索到全局最优解

### 3 问题描述及求解算法

由于水下环境的复杂性, 水下移动机器人的运动规划(实际上是一个三维路径规划问题)可转化

为二维路径的规划问题 本文仅考虑定水深的路径规划 给定水深的海域障碍物信息可通过海水等深数据得到, 离散网格点上的洋流信息可通过插值得到 于是水下移动机器人的运动规划问题为: 给定出发点和目标点的坐标 start 和 goal, 以及一定水深的障碍物信息和洋流信息, 规划出一条连接出发点和目标点, 且无碰撞、路径尽可能短、能耗尽可能小的运动路径  $P$ .

可将  $P$  描述为连接 start 和 goal 的一条折线段上的  $N$  个关节点, 其中:  $P_0 = \text{start}, P_N = \text{goal}$  于是, 上述问题可转化为优化点集  $\{P_i | i = 1, \dots, N - 1\}$ , 使得  $\{P_i | i = 0, \dots, N\}$  依次连接得到的路径满足上述条件 显然, 在理性遗传算法内该点集作为一个个体  $X$ , 在给定海域内各点的搜索范围都是有界的, 可根据实际情况具体确定

定义如下性能指标作为适应度:

$$f(X) = K_{\text{dist}}S(X) + K_{\text{cross}}\text{crossnum}(X) + K_{\text{flow}}\text{flow}(X) \quad (6)$$

其中:  $K_{\text{dist}}, K_{\text{cross}}, K_{\text{flow}}$  均为待定正常数;  $S(X)$  代表个体  $X$  的实际路径长度;  $\text{crossnum}(X)$  用于计算围绕折线  $X$  左右,  $\text{safe}$  宽度范围带状区域内障碍物所占的面积;  $\text{flow}(X)$  代表洋流对  $X$  的惩罚项, 具体定义如下:

对于折线  $X$  上的任一点  $x$ , 该点斜率可用单位矢量表示为  $K(x)$ , 洋流为矢量  $V(x)$ , 记  $\theta = (K(x)V(x))/|V(x)|$ , 则有(见图 2)

$$\text{flow}(x) = \begin{cases} 0.2 |V(x)|, & \theta < -0.99; \\ |V(x)| / \sqrt{|\theta| + 1}, & -0.99 < \theta < 0; \\ |V(x)| / (1 + \theta), & 0 < \theta < 0.99; \\ 0, & \theta > 0.99 \end{cases} \quad (7)$$

因为要求能量最优, 所以在逆洋流时的惩罚应大于顺洋流的惩罚 又因洋流运动容易产生位置误差, 为

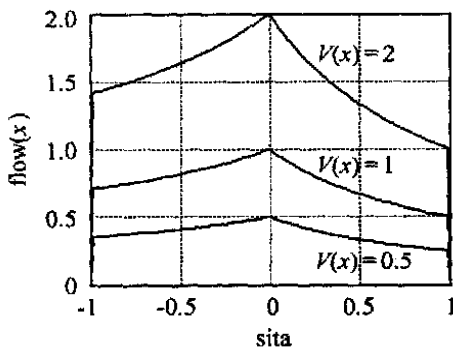


图 2 洋流惩罚

矫正位置误差, 最终会造成能量消耗, 因此垂直洋流惩罚最大

对于  $\text{flow}(X)$ , 有

$$\text{flow}(X) = \int_x \text{flow}(x) dx \quad (8)$$

在理性交叉算子中, 分别取

$$a_1 = \frac{f((X_1)_i)}{f((X_1)_i) + f((X_2)_i)},$$

$$a_2 = \frac{f((X_2)_i)}{f((X_1)_i) + f((X_2)_i)} \quad (9)$$

在理性变异算子中, 为得到尽可能短且平滑的路径, 可定义

$$T_{\text{rom}}(P_i) = \begin{cases} (P_i + P_{i+1})/2, & \text{pro} > 0.5; \\ (P_i + P_{i-1})/2, & \text{pro} < 0.5 \end{cases} \quad (10)$$

其中:  $\text{pro} \in M(0, 1)$ ,  $P_i$  为个体  $X$  的第  $i$  个元素 此处  $T_{\text{rom}}$  在相邻节点之间搜索, 相当于局部搜索算法 另外, 取  $\Gamma(\text{age}(X)) = b\sqrt{\text{age}(X)}$ ,  $b > 0$ , 显然满足定理要求 对于式(3)中  $\beta$ , 用于确定搜索范围, 可定义为

$$\beta = \begin{cases} ((A)_i - (X)_i)/\delta, \\ ((X)_i - (B)_i)/\delta, \end{cases} \quad \delta \in [0, 1] \quad (11)$$

整体算法流程如图 2 所示 其中交叉运算中一部分个体从  $XX_{N_2}$  中随机选取

### 4 仿真结果

对于上述算法, 本文用 VC++ 进行了应用实现 大量仿真结果表明, 与传统遗传算法和搜索算法相比, 理性遗传算法不仅收敛速度快, 而且可得到全局理想的规划结果 限于篇幅, 下面仅给出其中一例, 并在相同条件下与传统遗传算法相比较, 分别给出相应的规划结果 算法中的参数设定为: 水深 25 m, 安全距  $\text{safe} = 0.5 \text{ n mile}$ ; 种群 30 个,  $K_{\text{dist}} = 1$ ,  $K_{\text{cross}} = 1000$ ,  $K_{\text{flow}} = 1$ ;  $b = 0.5$ ,  $\delta = 3$ ,  $\text{const. age} = 2$ ; 个体交叉概率  $p_{ci} = 0.9$ , 节点交叉概率  $p_{ci} = 0.6$ , 个体变异概率  $p_{mi} = 0.8$ , 节点变异概率  $p_{mi} = 0.6$ , 个体节点数为 5 (包含出发点和目标点). 算法停止条件为: 前后 50 代内最好个体的适应度变化小于 5

规划结果为: 理性遗传算法一开始便具有很快的收敛速度, 得到解的适应度为 10 111. 339 970, 路径长度为 9 895. 977 262, 碰撞惩罚为 0, 洋流惩罚为 215 362 7, 满足停止条件时优化代数为 130 多代 而传统遗传算法在前 220 代内适应度一直没降下来, 适应度趋于平缓满足停止条件时最好个体适应度为 11 690 330 385, 路径长度为 11 240 413 273, 碰撞惩罚为 0, 洋流惩罚为 449 917 1, 优化代数为

350 多代, 除碰撞惩罚项外都比前者大很多。而在搜索时间上, 两者搜索相同的代数所需时间相差不大, 由此可见理性遗传算法的合理性和有效性。

## 5 结 论

理性遗传算法通过在遗传进化过程中实时建立、反馈和利用遗传信息, 模仿生物进化过程中生物个体对知识、经验的继承和学习, 以克服传统遗传算法存在的收敛慢甚至早熟等问题。本文通过增加遗传信息的逻辑值, 丰富了遗传信息的表达能力, 并在此基础上建立了新的更一般化的理性交叉和变异算子, 给出了理性遗传算法的一般算法结构。在理性遗传运算中融合了一般的局部搜索算法或对问题处理有特殊效果的先验规则。本文对所提出的理性遗传算子和理性遗传算法的有效性和全局收敛性进行理论分析, 并针对水下移动机器人的运动规划问题作了具体的算法设计和应用。理论分析和仿真结果表明, 所提出的理性遗传算法不仅具有较快的收敛速度, 而且可以概率收敛到全局最优解。

(上接第 1016 页)

## 6 结 语

本文基于变结构的方法提出了一种桥式吊车系统的抗摆控制器。该方法可在实现系统快速定位的同时提供抗摆控制; 同时由于采用了滑模控制, 当系统状态进入滑动平面后, 整个系统对外界的干扰具有较强的鲁棒性。仿真结果进一步验证了这种滑模控制方法的有效性。该方法对于欠驱动被控对象的控制是一种可行的解决方案。

### 参考文献(References):

- [1] Ho-Hoon Lee, Seung-Gap Choi. A model-based anti-swing control of overhead cranes with high hoisting speeds[A]. *Proc of the 2001 IEEE Int Conf on Robotics & Automation* [C]. Seoul, 2001. 2547-2552.
- [2] Myung S Moon, Hugh F VanLandingham, Yvan J Beliveau. Fuzzy time optimal control of crane load[A]. *Proc of the 35th Conf on Decision and Control* [C]. Kobe, 1996. 1127-1132.
- [3] Giorgio Corriga, Alessandro Giua, Giampaolo U sai. An implicit gain-scheduling controller for cranes[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1998, 6

### 参考文献(References):

- [1] Zbigniew Michalewicz. *Genetic Algorithms + Datastructures = Evolution Programs* [M]. Berlin: Springer-Verlag Press, 1994.
- [2] 陈根社, 陈新海. 遗传算法的研究与进展[J]. *信息与控制*, 1994, 23(4): 215-222.  
(Chen G S, Chen X H. Survey of Genetic Algorithms [J]. *Information and Control*, 1994, 23(4): 215-222.)
- [3] 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法——遗传算法[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [4] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
- [5] 景兴建, 王越超, 谈大龙. 理性遗传算法及其在多机器人运动协调中的应用[J]. *自动化学报*, 2002, 28(6): 955-961.  
(JING X J, Wang Y C, Tan D L. Rational genetic algorithm and its application to motion planning of mobile robots[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 955-961.)

(1): 15-20

- [4] J A Mendez, L A costa, L Moreno, et al. Design of a neural network based self-tuning controller for an overhead crane[A]. *Proc of the 1998 IEEE Int Conf on Control Application* [C]. Trieste, 1998. 167-171.
- [5] William Singhose, Lisa Porter, Michael Kenison, et al. Effect of hoisting on the input shaping control of gantry cranes[J]. *Control Engineering Practice*, 2000, 8(10): 1159-1165.
- [6] Yong-Seok Kim, Ham-Suk Seo, Seung-Ki Sul. A new anti-sway control scheme for trolley crane system [A]. *Conf Rec IEEE-IA S Annual Meeting* [C]. Chicago, 2001. 548-552.
- [7] Martin Gutierrez, Rogelio Soto. Fuzzy control of a scale prototype overhead crane[A]. *Proc on 37th IEEE Conf on Decision & Control* [C]. Tampa, 1998. 4266-4268.
- [8] Yi-Jen Mon, Chih-M in Lin. Hierarchical fuzzy sliding-mode control[A]. *The 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence* [C]. Honolulu. 2002. 656-661.