

文章编号: 1001-0920(2004)09-1050-04

## 基于观测器的非线性系统神经网络鲁棒控制

齐国元, 陈增强, 袁著祉

(1. 天津科技大学 自动化系, 天津 300222; 2. 南开大学 自动化系, 天津 300071)

**摘要:** 提出一类不依赖于模型的状态观测器, 通过分析其根轨迹和极点要求配置合适的参数, 该观测器本身是一个能提取高阶微分的高阶微分器。基于 Lyapunov 稳定性理论设计了使闭环系统渐近稳定, 对模型变化和扰动具有鲁棒性的神经网络自适应控制器。该控制器不仅考虑了闭环系统的输出和设定输入误差的微分, 而且考虑了误差的高阶微分, 从而提高了控制品质。最后通过仿真例子验证了所提出理论的正确性。

**关键词:** 非线性系统; 神经网络; 微分状态观测器; 自适应鲁棒控制器

中图分类号: TP273

文献标识码: A

## Observer-based neural networks robust control for a class of nonlinear system

Q I Guo-yuan, CH EN Zeng-qiang, YUAN Zhu-zhi

(1. Department of Automation, Tianjin University of Science and Technology, Tianjin 300222, China; 2. Department of Automation, Nankai University, Tianjin 300071, China. Correspondent: Q I Guo-yuan, E-mail: qigy580@sohu.com)

**Abstract:** A differential state observer that does not rely on the model is presented. Its parameters are distributed through analyzing its root-locus and pole requirements. The observer itself is a high order differentiator that is able to extract the high order differential. Based on Lyapunov stability theory, an adaptive neural networks controller is designed, which makes the closed-loop system asymptotically stable and robust for changing of the model and the disturbance of the plant. The controller not only considers differential of the errors between the output and the given input but also considers high orders differentials of the errors, thus the control quality is improved. The simulation examples show the effectiveness of the method.

**Key words:** nonlinear systems; neural networks; differential; state observer; adaptive robust controller

### 1 引言

考虑含有模型未知且含非线性特性的不确定性时变仿射系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + b[f(x, t) + g(x, t)u + d(t)], \\ y = C^T x. \end{cases} \quad (1)$$

其中 
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix};$$

$x \in R^n$  为不可测状态,  $y \in R$  为可测输出,  $u \in R$  为控制输入,  $d(t)$  为有界未知扰动,  $f, g: R^n \rightarrow R$  为未知时变非线性光滑函数。问题是基于可测输出  $y$  设计观测器, 以获得状态  $x$  的估计  $\hat{x}$ , 然后基于  $\hat{x}$  设计自适应神经网络控制器。

收稿日期: 2003-10-03; 修回日期: 2003-11-26

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60174021; 60374037); 南开大学创新基金资助项目。

作者简介: 齐国元(1970—), 男, 黑龙江绥化人, 副教授, 博士, 从事非线性系统、智能控制的研究; 陈增强(1964—), 男, 天津人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事自适应控制、预测控制等研究。

文献[1, 2]假定  $f(x)$  和  $g(x)$  已知, 采用极点配置方法设计了渐近稳定的非线性观测器, 它是经典的线性 Luenberger 观测器的推广. 当非线性函数未知时, 文献[3]用动态递推神经网络代替非线性函数, 设计了一类对未知不确定性具有鲁棒性的自适应神经网络观测器, 但所设计的观测器要求系统输出误差方程满足严格正实的条件, 得到的是估计误差一致最终有界(UUB), 而不是一致收敛的结论, 使观测器的适用范围受到限制

本文针对系统(1), 将状态观测问题转化成信号高阶微分提取问题, 提出一类不依赖于模型且参数少、精度高的微分状态观测器, 并给出了稳定性和收敛性分析. 用神经网络替代未知非线性函数  $f(x, t)$  和  $g(x, t)$ , 基于 Lyapunov 稳定性理论设计了使闭环系统渐近稳定, 对模型变化和扰动具有鲁棒性的自适应控制器. 该控制器不仅考虑了闭环系统的输出和设定输入误差的微分, 且考虑了误差的高阶微分. 这种不同于 PD 控制<sup>[4]</sup>只考虑误差微分而不考虑误差高阶微分的思想, 提高了系统的控制品质

## 2 微分状态观测器设计及其稳定性和收敛性分析

由系统(1)有  $x = [y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}]^T$ , 即  $x_2(t), \dots, x_n(t)$  分别为  $y(t)$  的  $1 \sim n-1$  阶微分. 本文设计的微分状态观测器为

$$\Sigma \begin{cases} \dot{\hat{x}}_i(t) = \hat{x}_{i+1}(t) + a_i(y(t) - \hat{x}_1(t)), \\ \dot{\hat{x}}_{n_0}(t) = a_{n_0}(y(t) - \hat{x}_1(t)). \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, n_0 - 1, n_0$  为  $\Sigma$  的阶次, 通常设置  $n_0 = n + 1$ ;  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_{n_0}(t)$  为系统  $\Sigma$  的状态;  $y(t)$  为任意  $n$  阶可微的非线性可测输入信号. 显然, 该观测器不同于以往已知模型的典型观测器和在线辨识模型的自适应观测器, 它不依赖系统的模型, 容易得到  $y$  到  $x_1$  的闭环传递函数

$$\Phi(s) = \frac{a_1 s^{n_0-1} + \dots + a_{n_0-1} s + a_{n_0}}{s^{n_0} + a_1 s^{n_0-1} + \dots + a_{n_0-1} s + a_{n_0}} \quad (3)$$

将式(3)写成开环传递函数, 并表示成零极点形式, 有

$$G(s) = \left[ K \prod_{i=1}^{n_0-1} (s - z_i) \right] / s^{n_0} \quad (4)$$

其中

$$a_1 = K, a_2 = -K \prod_{i=1}^{n_0-1} z_i, \dots, a_{n_0} = (-1)^{n_0} K \prod_{i=1}^{n_0-1} z_i \quad (5)$$

给出增益  $K$  和零点  $z_i (i = 1, 2, \dots, n_0 - 1)$  的值, 便可确定参数  $a_i (i = 1, 2, \dots, n_0)$  的值. 从结构上看, 它是一个  $n_0$  型系统, 可保证较高的跟踪精度. 下面基于闭环系统的根轨迹设计理想的参数  $z_i$  和  $K$ .

为使系统  $\Sigma$  渐近稳定, 要求所有零点  $z_i$  均应位于  $s$  平面的左半平面, 最好位于负实轴上. 由式(4), 所有根轨迹均从原点出发, 并随着  $K$  的增大而趋向于左半平面. 设计闭环极点  $s_i (i = 1, 2, \dots, n_0)$  应考虑以下原则:

所有极点虚部绝对值应尽可能小, 实部绝对值取值要适中, 过小不能保证跟踪的速度, 过大其指数模态将迅速收敛到零, 但这些模态的幅值将趋近于无穷大, 跟踪误差会变化过快, 使各阶微分振荡激烈, 影响提取的微分品质

不失一般性, 设所有零点取相同负实数, 即

$$z_i = -a, i = 1, 2, \dots, n_0, \quad (6)$$

通常  $a \in [2, 10]$ . 由式(4)和(6)有闭环传递函数

$$\Phi(s) = \frac{K(s+a)^{n_0-1}}{s^{n_0} + K(s+a)^{n_0-1}} \quad (7)$$

根据系统特征方程求得分离点  $s = -n_0 a (s = 0$  舍弃,  $s = -a$  为会合点). 可选取根轨迹在实轴上的分离点  $s_{1,2} = -n_0 a$  作为一对闭环极点, 并由  $s_{1,2}$  确定  $K$  的值. 幅值条件为

$$K \prod_{j=1}^{n_0-1} |s - z_j| / \prod_{i=1}^{n_0} |s - p_i| = 1 \quad (8)$$

其中:  $z_j = -a$  为开环零点,  $p_i = 0$  为开环极点,  $s$  为任意闭环极点. 将  $s = -n_0 a$  代入式(8), 求得

$$K = n_0^n a / (n_0 - 1)^{n_0-1} \quad (9)$$

由式(5), (6)和(9)知, 观测器只有两个可调参数, 即  $n_0$  和  $z_i = -a$ . 以  $n_0 = 5, a = 2$  为例, 系统根轨迹如图 1 所示. 图中“ $\times$ ”号为闭环系统的 5 个极点, 计算得  $s_{1,2} = -10, s_{3,4} = -1.53 \pm j0.74, s_5 = -1.35$ .

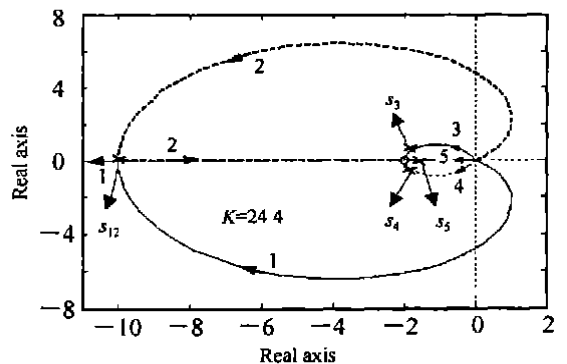


图 1 系统  $\Sigma$  的根轨迹

**定理 1** 微分状态观测器  $\Sigma$  不依赖于被观测非线性对象模型而渐近稳定, 并且具有高精度的收敛性, 即

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_1(t) = x_1(t), \lim_{a \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = x_1(t), \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(t) &= \hat{x}_i + a_{i-1}(x_1(t) - \hat{x}_1(t)), \\ i &= 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \quad (11)$$

**证明** 由式(2)知, 观测器  $\Sigma$  不依赖于被观测非线性对象的模型. 根据系统  $\Sigma$  极点的选取, 显然该系统是渐近稳定的. 将式(9)代入(7)并取极限, 有  $\lim_{a \rightarrow \infty} \Phi(s) = 1$ , 即  $\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_1(t) = x_1(t)$ . 进一步有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \hat{x}_i^{(i)}(t) = x_i^{(i)}(t), i = 2, 3, \dots, n. \quad (12)$$

由式(1)有

$$x_i(t) = x_i^{(i-1)}(t), i = 2, 3, \dots, n. \quad (13)$$

将  $y(t) = x_1(t)$  代入式(2), 得

$$\begin{aligned} \bar{x}_i(t) &= x_i + a_{i-1}(x_1(t) - \hat{x}_1(t)) = \\ &= x_i^{(i-1)}(t), i = 2, 3, \dots, n. \end{aligned} \quad (14)$$

由式(12) ~ (14), 有

$$\lim_{a \rightarrow \infty} \bar{x}_i(t) = x_i(t), i = 2, 3, \dots, n.$$

### 3 神经网络自适应鲁棒控制器设计

假定设定输入  $y_r$  有  $n$  阶导数, 令  $y_r$  的各阶微分组成的向量为  $r = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T$ , 系统输出与设定输入的微分误差向量  $e = r - x$ . 首先考虑  $x$  和  $r$  完全可测的情况, 由式(1)有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_e e + b[y_r^{(n)} - (f(x, t) + \\ &g(x, t)u + d(t))] \end{aligned} \quad (15)$$

令  $K = [k_1, k_2, \dots, k_n]$ ,  $K$  满足使  $A_c = A - bK$  为严格 Hurwitz 多项式. 由式(15)有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_c e + b[Ke + y_r^{(n)} - (f(x, t) + \\ &g(\hat{x}, t)u + \hat{d}(t))] \end{aligned} \quad (16)$$

用神经网络  $f(\hat{x}, t)$ ,  $g(\hat{x}, t)$ ,  $d(t)$  分别代替  $f(x, t)$ ,  $g(x, t)$ ,  $d(t)$ ;  $f(\hat{x}, t)$  和  $g(\hat{x}, t)$  隐层神经元个数均为  $N$ ;  $d(t)$  为单层神经元, 理想的神经网络表达式为

$$\begin{cases} f(x, t) = W_f \sigma(z_f) + \Theta_1, \\ z_f = W_{f1}x + \Theta_{11}, \\ g(x, t) = W_g \sigma(z_g) + \Theta_2, \\ z_g = W_{g1}x + \Theta_{21}, \\ d(t) = W_d + \Theta_d. \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $W_{f1}, W_{g1} \in R^{N \times n}$  为输入层到隐层的权系数矩阵,  $\Theta_1, \Theta_2 \in R^N$  为阈值,  $W_f, W_g \in R^{1 \times N}$  为隐层到输出层的权系数矩阵,  $W_d \in R, W_d$  没有网络输入, 但它可根据误差  $e$  进行修正, 以克服扰动变化和非线

性误差. 与式(17)等价的神经网络系统为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_c e + b[Ke + y_r^{(n)} - (W_f \sigma(z_f) + \\ &\hat{G} + (W_g \sigma(z_g) + \hat{\Theta}_d)u + W_d + \hat{\Theta}_d)] \end{aligned} \quad (18)$$

在隐层单元个数  $N \geq 2$  的情况下, 网络输入层到隐层之间的权值调整对网络的逼近特性影响甚小, 因此可固定  $W_{f1}$  和  $W_{g1}$  的值, 只调整输出层权值矩阵  $W_f$  和  $W_g$ <sup>[5]</sup>. 用训练的神经网络替代理想的神经网络, 则有

$$\begin{aligned} \dot{e} &= A_c e + b[Ke + y_r^{(n)} - \\ &(W_f \sigma(z_f) + W_g \sigma(z_g)u + \hat{W}_d + \\ &\tilde{W}_f \sigma(z_f) + \tilde{W}_g \sigma(z_g)u + \tilde{W}_d)] \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{W}_f &= W_f - \hat{W}_f, \tilde{W}_g = W_g - \hat{W}_g, \\ \tilde{W}_d &= \hat{G} + \hat{\Theta}_d u + W_d - \hat{W}_d + \hat{\Theta}_d. \end{aligned}$$

**定理 2** 对于带有未知扰动且模型未知的非线性不确定性时变仿射系统(1), 使其渐近稳定的自适应鲁棒控制律为

$$u = \frac{Ke + y_r^{(n)} - (\hat{W}_f \sigma(z_f) + \hat{W}_d)}{W_g \sigma(z_g)}, \quad (20)$$

神经网络权值参数自适应调整律为

$$\dot{\hat{W}}_f = -e^T P b \sigma^T(z_f), \quad (21a)$$

$$\dot{\hat{W}}_g = -e^T P b \sigma^T(z_g)u, \quad (21b)$$

$$\dot{\hat{W}}_d = -e^T P h \quad (21c)$$

**证明** 取  $u$  为式(20)的形式, 有

$$\begin{aligned} Ke + y_r^{(n)} - (\hat{W}_f \sigma(z_f) + \\ W_g \sigma(z_g)u + \hat{W}_d) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

设计 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} e^T P e + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}_f^T \tilde{W}_f) + \\ &\frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}_g^T \tilde{W}_g) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{W}_d^T \tilde{W}_d), \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $P$  为使  $A_c^T P + P A_c = -Q$  的正定解. 则

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} e^T Q e - e^T P b (\tilde{W}_f \sigma(z_f) + \\ &\tilde{W}_g \sigma(z_g)u + \tilde{W}_d) + \text{tr}(\tilde{W}_f^T \dot{\tilde{W}}_f) + \\ &\text{tr}(\tilde{W}_g^T \dot{\tilde{W}}_g) + \text{tr}(\tilde{W}_d^T \dot{\tilde{W}}_d). \end{aligned} \quad (24)$$

令

$$e^T P b \tilde{W}_f \sigma(z_f) = \text{tr}(\tilde{W}_f^T \dot{\tilde{W}}_f), \quad (25a)$$

$$e^T P b \tilde{W}_g \sigma(z_g)u = \text{tr}(\tilde{W}_g^T \dot{\tilde{W}}_g), \quad (25b)$$

$$e^T P b \tilde{W}_d = \text{tr}(\tilde{W}_d^T \dot{\tilde{W}}_d). \quad (25c)$$

由式(25a)有  $\text{tr}(\tilde{W}_f^T \sigma^T(z_f) e^T P b) = -\text{tr}(\tilde{W}_f^T \dot{\tilde{W}}_f)$ , 即

有式(21a)成立 同理,由式(25b)和(25c),有式(21b)和(21c)成立 显然,由式(24)和(25a)~(25c)有  $\dot{V} = -\frac{1}{2}e^T Q e$  因而控制律(20)为使闭环系统渐近稳定的自适应鲁棒控制律

当状态  $\hat{x}$  和设定输入微分向量  $r$  未知时,可用观测器获得  $\hat{x}$ ,  $r$  和  $y_r^{(n)}$ . 式(17)中  $x$  用  $\hat{x}$  代替,有

$$z_f = W_f^T \hat{x} + \hat{\theta}_1, z_g = W_g^T \hat{x} + \hat{\theta}_1 \quad (26)$$

控制律(20)中微分误差  $e$  用估计误差  $\hat{e} = r - \dot{\hat{x}}$  代替,有基于观测器神经网络的自适应控制律

$$u = \frac{K \hat{e} + y_r^{(n)} - (W_f^T \sigma(z_f) + W_d)}{W_g^T \sigma(z_g)} \quad (27)$$

相应地,神经网络权值调节律(21a)~(21c)变为

$$\dot{\hat{W}}_f = -e^T P b \sigma^T(z_f) \quad (28a)$$

$$\dot{\hat{W}}_g = -e^T P b \sigma^T(z_g) u \quad (28b)$$

$$\dot{\hat{W}}_d = -e^T P h \quad (28c)$$

**说明 1** 为避免控制器(27)分母  $W_g^T \sigma(z_g)$  为零而出现奇异,可确定一个最小界  $\alpha > 0$ ,当  $|W_g^T \sigma(z_g)| < \alpha$  时,取  $W_g^T \sigma(z_g) = \alpha \text{sign}(W_g^T \sigma(z_g))$ ;当  $|W_g^T \sigma(z_g)| \geq \alpha$  时,  $W_g^T \sigma(z_g)$  取原值

#### 4 仿真研究

被控对象为非线性不确定性系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t), \dot{x}_2(t) = x_3(t), \\ \dot{x}_3(t) &= b_1 x_1(t) - (b_2 - x_1^2(t)) x_2(t) - \\ & b_3 x_3(t) |x_3(t)| + (\exp(c_1 x_1(t)) + \\ & c_2 + c_3 x_2^2(t)) u(t) + d(t) + \xi(t), \\ y(t) &= x_1(t). \end{aligned}$$

其中:  $d(t) = \text{sign}(\cos(0.5t))$ ,  $b_1, b_2, b_3$  和  $c_3$  为较大范围的任意实数,  $|c_1| < 4, |c_2| < 4, \xi(t)$  为服从  $[-0.1, 0.1]$  均匀分布的白噪声,设定输入为对  $v(t) = \text{sign}(\cos(0.1t))$  柔化的方波  $y_r(t)$ . 选取闭环控制极点  $\lambda_1 = -4, \lambda_{2,3} = -3 \pm j0.707$ , 求得

$$K = [37.9994, 33.4998, 10.0000],$$

$$P = \begin{bmatrix} 3.6798 & 2.3554 & 0.0132 \\ 2.3554 & 2.7998 & 0.0852 \\ 0.0132 & 0.0852 & 0.0585 \end{bmatrix},$$

$\alpha = 0.01$  为同时考察观测器的估计效果和自适应控制器的控制效果,仿真中同时给出了系统状态、状态估计以及设定值的比较 图2为输出  $y(t)$  (即  $x_1$ ) 及其估计  $\hat{x}_1$  与设定输入  $y_r(t)$  (虚线) 的比较,图3为  $x_2$  及其估计  $\hat{x}_2$  与  $y_r(t)$  (虚线) 的比较 仿真结果表明,控制对参数变化具有很强的鲁棒性,当  $b_1 > 0$

时,被控对象不稳定,即为非最小相位系统,闭环控制系统仍能达到较好的控制效果

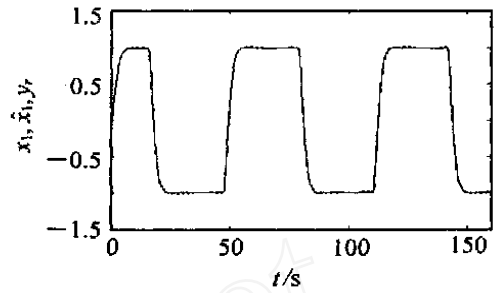


图2 状态  $x_1$ , 估计  $\hat{x}_1$  以及设定输入  $y_r$  的比较

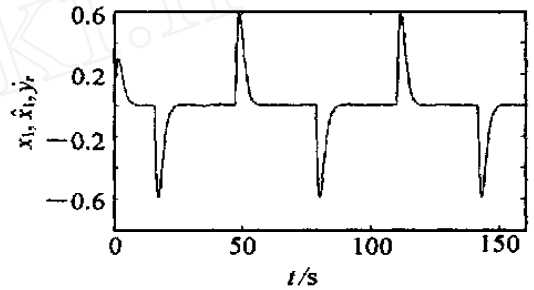


图3 状态  $x_2$ , 估计  $\hat{x}_2$  以及设定输入  $y_r$  的比较

#### 5 结 论

本文提出一类不依赖于模型的高阶微分状态观测器,并给出了稳定性和收敛性分析 基于该观测器和 Lyapunov 稳定性理论,考虑输出和设定值误差微分及高阶微分,设计了神经网络自适应鲁棒控制器 仿真结果表明,该控制器可提高系统的控制品质 and 观测品质

#### 参考文献(References):

[1] Marino R, Tomei P. Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(8): 1239-1245

[2] Marino R, Giovanni L S, Tomei P. Robust adaptive observers for nonlinear systems with bounded disturbances [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(6): 967-972

[3] Kim Y H, Lewis F L. A dynamic recurrent neural-network-based adaptive observer for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 1539-1543

[4] Wang W, Zhang J T, Chai T Y. A survey of advanced PD parameter tuning methods [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2000, 26(3): 347-355

[5] Lewis F L, Yesildirek A, Liu K. Neural net robot controller with guaranteed tracking performance [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1995, 6(3): 703-715