

文章编号: 1001-0920(2004)09-1074-04

纵列式无人直升机建模及其精确线性化方法研究

胡春华, 朱纪洪, 孙增圻

(清华大学 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 利用牛顿-欧拉法对纵列式无人直升机的近似悬停模态进行数学建模, 得出标准仿射非线性状态方程, 然后应用状态反馈精确线性化方法进行设计. 仿真结果表明, 系统输出可稳定跟踪给定信号.

关键词: 纵列式无人直升机; 精确线性化; 输出跟踪控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Modelling and exact linearization for an unmanned tandem helicopter

HU Chun-hua, ZHU Ji-hong, SUN Zeng-qi

(National Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Correspondent: HU Chun-hua, E-mail: huchunhua99@mails.tsinghua.edu.cn)

Abstract: Newton-Euler method is used to model an unmanned tandem helicopter. By approximate transformation, normal affine nonlinear state equation is obtained. And then exact linearization is introduced to design and simulate the output tracking. The simulation result shows that the control law designed by the transformed linear controllable system can follow up the given signal.

Key words: unmanned tandem helicopter; exact linearization; output tracking control

1 引 言

纵列式直升机的代表机型美国的 CH-47 有两个旋翼, 沿机体一前一后纵向排列, 后旋翼安装位置较高, 两旋翼转向相反, 扭矩相互平衡. 除具备普通直升机的优点外, 纵列式直升机还具有机身较大和重心移动允许范围较大的优点, 因而能携带较多的载荷. 然而, 随之而来的操纵机构复杂, 后旋翼气动性能较差等缺点则对控制方法提出了更高的要求. 直升机具有多种飞行模态, 其中悬停是最基本、最关键的一种. 本文主要讨论无人直升机在近似悬停模态下的建模与控制.

非线性系统的微分几何方法在理论上经过几十年的发展已经初步形成了自己的完整体系, 反馈线

性化方法则是其中结果最多的一个部分. Koo 等人^[1~3]将其应用于直升机的控制, 取得了很好的仿真实验结果. 本文首先对一架纵列式无人直升机的近似悬停模态进行数学建模, 推导出仿射非线性标准方程; 然后对所提出的系统模型应用精确线性化方法的条件进行分析; 最后应用精确线性化方法对该直升机近似悬停模态跟踪给定输出进行了仿真研究.

2 纵列式直升机模型

该纵列式无人直升机可分为 5 部分: 舵机动力学, 操纵系统动力学, 旋翼动力学, 力和力矩以及刚体动力学, 如图 1 所示. 其中: $u_l^i, u_r^i, u_n^i, u_l^i, u_r^i, u_n^i$ 表示前后旋翼左侧舵机指令输入, 右侧舵机指令输入和

收稿日期: 2003-08-21; 修回日期: 2003-11-03

基金项目: 国家 863 基金资助项目(2002AA 756022).

作者简介: 胡春华(1976—), 男, 江苏东台人, 博士生, 从事纵列式无人直升机的建模与控制研究; 孙增圻(1943—), 男, 江苏靖江人, 教授, 博士生导师, 博士, 从事智能控制、机器人等研究.

前方舵机指令输入; $\theta^n, \theta^t, \theta^i, \theta^r, \theta^l, \theta^r$ 表示前后旋翼左侧舵机输出, 前后旋翼右侧舵机输出和前方舵机输出角度; $\delta_i, \delta_r, \delta_i, \delta_r, \delta_i, \delta_r$ 表示前后横向周期变距, 纵向周期变距和总距; $T_n, a_s^n, b_s^n, T_t, a_s^t, b_s^t$ 表示前后旋翼垂直于桨盘平面向上的力, 桨盘平面的纵向倾角和横向倾角; F 和 Γ 表示作用于直升机的合力和合力矩; P, V, Θ, ω 表示直升机的位置、速度、姿态角和角速度

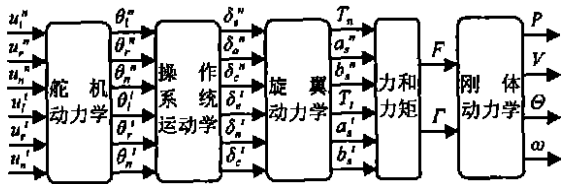


图 1 直升机动力学

2.1 直升机动力学方程

前后旋翼各由 3 个舵机操纵, 安装位置为左、右各一个, 前方一个。图 2 中 θ_i, θ 和 θ 分别表示前方舵机和左、右舵机的输出角度。近似认为舵机动力学为一阶惯性环节, 时间常数为 0.1, 并考虑图 2 所示操纵系统的运动学, 可得出操纵系统输出与指令输入的关系为

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta}_i \\ \dot{\delta}_r \\ \dot{\delta}_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_i \\ \delta_r \\ \delta_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 & 5 & 10 \\ 2.5 & 2.5 & 0 \\ 2.5 & -2.5 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i^i \\ u_i^r \\ u_i^t \end{bmatrix} \quad (1)$$

旋翼动力学可近似为^[4]

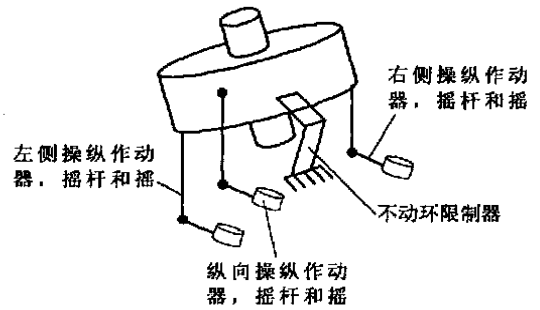
$$T_i = c_1 \delta_i + c_3 \delta_i^3, a_s^i = \delta_i, b_s^i = \delta_i, \quad (2)$$

其中 $i = n, t$, 分别表示前、后旋翼。则该纵列式无人直升机产生的 3 轴方向的力和力矩可近似表示为

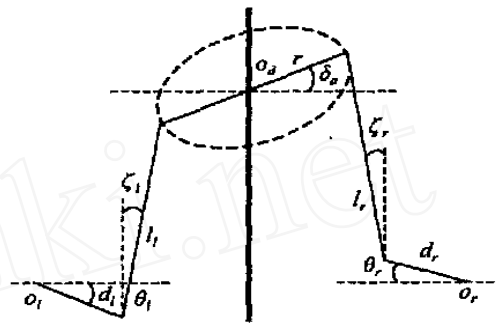
$$\begin{aligned} F_x^i &= T_i \sin a_s^i, F_y^i = T_i \sin b_s^i, \\ F_z^i &= -T_i \cos a_s^i \cos b_s^i, R_i = \alpha_i b_s^i - \rho_i \sin a_s^i, \\ M_i &= \beta_i a_s^i - \rho_i \sin b_s^i, N_i = -\rho_i \cos a_s^i \cos b_s^i \end{aligned} \quad (3)$$

其中: α_i, β_i 为系统参数; $\rho_i = 0.2 T_i^2$ 。将直升机看作刚体, 则作用在直升机上的合力和合力矩可表示为

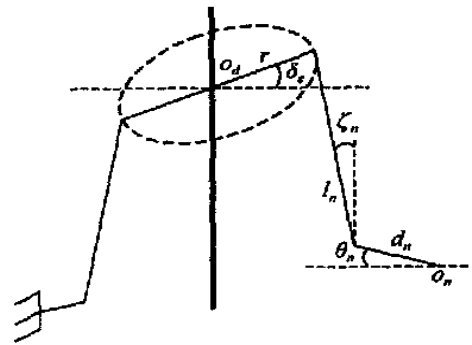
$$\begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} F_x^n + F_x^t \\ F_y^n + F_y^t \\ F_z^n + F_z^t \end{bmatrix} + R^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix}, \\ \Gamma &= \begin{bmatrix} R_n + R_t + F_y^n h_n + F_y^t h_t \\ M_n + M_t - F_x^n h_n - F_x^t h_t - F_z^n l_n + F_z^t l_t \\ N_n + N_t + F_y^n l_n - F_y^t l_t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4)$$



(a) 自动倾斜器不动环



(b) 不动环横向操纵系统



(c) 不动环纵向操纵系统

图 2 操纵系统简图

其中: R 为地面坐标系到机体坐标系的旋转矩阵; h_n, h_t, l_n, l_t 分别表示垂直于前后旋翼桨盘平面向上的力到直升机质心的垂直距离和水平距离; ϕ, θ, ψ 表示机体坐标系相对于地面坐标系的角位置

直升机在空中的运动可看作自由刚体运动, 有 6 个自由度, 即 3 个平动自由度和 3 个转动自由度。因此, 可相应地建立如下 6 个运动方程, 分别描述直升机质心的平动和直升机绕质心的转动

$$\begin{aligned} m \left(\frac{du}{dt} + wq - vr \right) &= F_x, \\ m \left(\frac{dv}{dt} + ur - wp \right) &= F_y, \\ m \left(\frac{dw}{dt} + vp - uq \right) &= F_z, \\ I_x \frac{dp}{dt} - (I_y - I_z) qr &= M_x, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I_y \frac{dq}{dt} - (I_z - I_x)rp &= M_y, \\
 I_z \frac{dr}{dt} - (I_x - I_y)pq &= M_z \quad (5)
 \end{aligned}$$

式中: m 为直升机质量; u, v, w 为速度在机体轴 x, y, z 上的投影; p, q, r 为直升机绕机体轴 x, y, z 转动的角速度; $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y,$

M_z 分别表示作用于直升机上的各外力和外力矩在对应轴上的投影之和; I_x, I_y, I_z 称作直升机的惯量积, 因为纵列式直升机可近似认为相对于 xOz 平面和 yOz 平面对称, 故惯量积有如下近似关系:

$$I_{xy} = I_{yz} = I_{zx} = 0 \quad (6)$$

因此式(5)中不含 I_{xy}, I_{yz} 和 I_{zx} .

通过式(5)中6个方程式, 可以解出机体坐标系下直升机的速度和角速度 姿态角与角速度, 位置(航程 L , 高度 H , 侧向偏移 Z) 与姿态角的关系分别为

$$\begin{aligned}
 d\phi/dt &= (ps\theta + rc\phi\theta + qs\phi\theta)/c\theta \\
 d\theta/dt &= qc\phi - rs\phi \\
 d\psi/dt &= (qs\phi - rc\phi)/c\theta \\
 dL/dt &= uc\psi c\theta + v(-s\psi c\phi + c\psi s\theta\phi) + \\
 &\quad w(s\phi\theta + c\psi s\theta\phi), \\
 dZ/dt &= us\psi c\theta + v(c\psi c\phi + s\psi s\theta\phi) + \\
 &\quad w(-c\psi s\phi + s\psi s\theta\phi), \\
 dH/dt &= -us\theta + v c\theta\phi + w c\theta\phi \quad (7)
 \end{aligned}$$

2.2 仿射非线性控制系统方程

综合以上推导, 得出该纵列式无人直升机在近似悬停状态平衡点附近的的状态方程为

$$\begin{cases}
 \dot{P} = RV, \\
 \dot{V} = F/m, \\
 \dot{\Theta} = \Psi\omega \\
 \dot{\omega} = I^{-1}(\Gamma - \omega \times I\omega), \\
 \dot{\delta} = A\delta + Bu.
 \end{cases} \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned}
 P &= [L \quad Z \quad H]^T, V = [u \quad v \quad w]^T, \\
 \Theta &= [\phi \quad \theta \quad \psi]^T, \omega = [p \quad q \quad r]^T, \\
 \delta &= [\delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \quad \delta_4 \quad \delta_5 \quad \delta_6]^T, \\
 u &= [u_1 \quad u_2 \quad u_3 \quad u_4 \quad u_5 \quad u_6]^T, \\
 A &= \text{diag}[-10 \quad -10 \quad -10 \quad -10 \quad -10 \quad -10], \\
 B &= \text{diag}[B_0 \quad B_0], \\
 B_0 &= \begin{bmatrix} -5 & 5 & 10 \\ 2.5 & 2.5 & 0 \\ 2.5 & -2.5 & 0 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\Psi = \frac{1}{c\theta} \begin{bmatrix} c\theta & s\phi\theta & c\phi\theta \\ 0 & c\phi\theta & -s\phi\theta \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix},$$

R 为机体坐标系到地面坐标系的旋转矩阵, $I = \text{diag}[I_x \quad I_y \quad I_z]$ 为惯性矩阵, Ψ 为姿态角导数与角速度之间的关系矩阵 则式(8)可写成如下标准仿射非线性系统形式:

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^6 g_i(x)\tilde{u}_i \quad (9)$$

3 纵列式无人直升机精确线性化设计

对于仿射非线性系统(9), 选取输出方程为

$$y = h(x) = [L \quad Z \quad H \quad \phi \quad \theta \quad \psi]^T,$$

容易验证在悬停状态平衡点 x_0 的邻域内有

$$L_g L_f^k h_j(x) = 0; i, j = 1, 2, \dots, 6; k = 0, 1$$

且

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_g L_f^2 h_1(x) & \dots & L_g L_f^2 h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_g L_f^2 h_6(x) & \dots & L_g L_f^2 h_6(x) \end{bmatrix}$$

非奇异, 其相对阶向量为(3, 3, 3, 3, 3, 3), 分量之和为18, 等于系统维数 因此, 通过适当的坐标映射, 可使式(9)变换成一个完全能控的线性系统, 即

$$\dot{\xi} = A\xi + Bu \quad (10)$$

同时, 通过适当的状态反馈可以达到任意的极点配置 但由于实际系统的控制受限, 不可能任意配置极点, 在设计时极点配置应根据军用旋翼机规范 M L-H-8501A 的要求进行

本文的控制目标是对纵列式无人直升机的输出进行精确跟踪 对于仿射非线性系统(9), 如果选取多项式 $s^3 + \alpha_1 s^2 + \alpha_2 s + \alpha_3$ ($i = 1, \dots, 6$) 为霍尔维茨多项式, 即将线性系统(10)的闭环系统期望极点选在复平面左半平面, 定义期望的输出信号为 $y_{id} = 0$, 跟踪误差向量为 $e_{i0} = y_{id} - y_i$, 则反馈控制律可设计为

$$\begin{aligned}
 v_i &= -L_f^3 h_i(x) - \alpha_1 L_f^2 h_i(x) - \\
 &\quad \alpha_2 L_f h_i(x) - \alpha_3 h_i(x). \quad (11)
 \end{aligned}$$

该反馈控制律可保证系统跟踪误差的渐近稳定性

4 仿真结果

根据军用旋翼机规范 M L-H-8501A, 设计反馈控制律时取极点为 $-1 + i, -1 - i$ 和 -2.5 另外, 选择初始位置为 $(P_x, P_y, P_z) = (3, 3, 5)$, 初始航向为 0.2 rad, 其他状态量为0 控制目的是使其位置跟踪给定输出 $y^r = (0, 0, 0)$. 考虑到实际控制过程中前后旋翼的总距与纵向周期变距存在近似相等的约

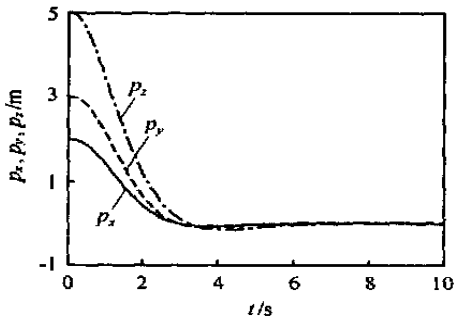


图3 位置跟踪曲线

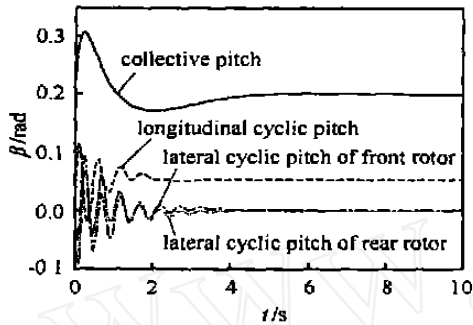


图4 纵向/前后横向周期变距、总距

束关系, 得出仿真结果如图3和图4所示

仿真结果表明, 采用状态反馈精确线性化设计方法, 能实现对纵列式无人直升机在近似悬停状态下给定输出的稳定跟踪, 且舵机和操纵系统的控制量是连续的

5 结 论

本文首先利用牛顿-欧拉法对纵列式直升机进

行分析, 并在此基础上建立了动力学方程和运动学方程; 然后将其转换成仿射非线性标准方程, 应用状态反馈精确线性化方法对给定输出进行跟踪控制。仿真结果表明, 该方法能稳定跟踪给定输出。在建模和仿真过程中, 发现6个输入量对于纵列式无人直升机而言有一定的冗余, 前后旋翼的总距与纵向周期变距存在一定的约束关系。本文简单地将这种约束关系近似为相等, 在下一步的工作中将对这种约束关系作进一步研究。

参考文献 (References):

- [1] Koo T J, Shankar Sastry. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization [A]. *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision & Control* [C]. Cookeville, 1998 3635-3640
- [2] Meyer G, Su R, Hunt L R. Application of nonlinear transformation to automatic flight control [J]. *Automatica*, 1984, 20(1): 103-107.
- [3] Shim H, Koo T J, Hoffmann F, et al. A comprehensive study of control design for an autonomous helicopter [A]. *Proc of the 37th IEEE Conf on Decision & Control* [C]. Cookeville, 1998 20-25
- [4] 卢强, 孙元章. 电力系统非线性控制 [M]. 北京: 科学出版社, 1993
- [5] 胡跃明. 非线性控制系统理论与应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002
- [6] 唐永哲. 直升机控制系统设计 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2000

(上接第1073页)

- [3] Ginbayashi J, Yamamoto R, Hashimoto K. Business component framework and modeling method for component-based application architecture [A]. *Proc of the IEEE 5th Int Enterprise Distributed Object Computing Conf* [C]. Seattle, 2000 184-193
- [4] 覃正, 梁祯, 邹辉. 基于CMOSA的企业过程识别方法研究 [J]. *管理科学学报*, 2003, 6(3): 13-18
(Qin Z, Liang Y, Zou H. Study on identification method of business process based on CMOSA [J]. *J of Management Sciences in China*, 2003, 6(3): 13-18)
- [5] 崔南方, 陈荣秋, 马士华. 企业业务流程的结构建模 [J]. *华中理工大学学报*, 1997, 25(12): 59-62

- (Cui N F, Chen R Q, Ma S H. Structured modeling of business process of an enterprise [J]. *J of Huazhong University of Science & Technology*, 1997, 25(12): 59-62)
- [6] 乔维声. 离散数学 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1993 160-164
- [7] 王玉, 邢渊, 阮雪榆. 设计过程信息建模及重组 [J]. *计算机集成制造系统-CIMS*, 2002, 8(2): 111-114
(Wang Y, Xing Y, Ruan X Y. Information modeling and re-engineering for design process [J]. *Computer Integrated Manufacturing System-CIMS*, 2002, 8(2): 111-114)