

文章编号: 1001-0920(2004)09-1078-03

预测反馈控制法及其特性研究

岳毅宏, 韩文秀, 程国平
(天津大学 管理学院, 天津 300072)

摘要: 基于与延迟反馈控制法相似的原理, 提出了一种新的混沌系统控制方法——预测反馈控制法。该方法基于目标系统的预测状态来构造控制信号, 更为简单实用。首先系统阐述了该方法的基本原理和算法过程; 然后严格论证了新方法在不同条件下的稳定性; 最后借助于实例模拟总结了预测反馈控制法的一些重要特性, 这对该方法的深入理解及应用提供了重要的指导作用。

关键词: 混沌; 延迟反馈控制法; 预测反馈控制法; 稳定性

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Prediction feedback control method and its characteristics study

YUE Yi-hong, HAN Wen-xiu, CHEN G Guo-ping

(School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China. Correspondent: YUE Yi-hong, E-mail: yh.yue@sina.com)

Abstract: A novel control method for chaotic systems called prediction feedback control method is proposed based on the similar principle with the delay feedback control method. The control signal of this control method is constructed based on the predicted state of objective systems. It is simpler and more practicable. Principle and algorithm procedure of the new method are demonstrated systematically. Then its stability under different conditions is proved rigorously. By means of example simulating, some important characteristics of the suggested method are summarized.

Key words: chaos; delay feedback control method; prediction feedback control method; stability

1 引言

自从 Ott 等^[1]提出 OGY 方法以来, 关于混沌控制的研究在多个学科和工程领域中广泛展开, 如物理学、化学、电子学以及机械通讯等^[2~4]。而且, 关于 OGY 方法的改进及其应用的研究也受到普遍关注^[5~7]。

OGY 方法存在一个明显的弱点, 即它只能稳定一些特定的周期轨道, 且这些轨道的 Lyapunov 指数必须小于系统参数变化之间的时间间隔的倒数, 这就极大地限制了 OGY 方法的适用性^[8]。为了克服这一问题, Pyragas^[9]提出了延迟反馈控制法。在

这种控制方法中, 控制信号是由系统 T 步滞后状态与当前状态之差决定的, 这意味着 T 步滞后状态被认为是 T 周期点的估计值。

本文基于与延迟反馈控制法相似的原理, 提出一种更为适用的混沌控制法, 称之为预测反馈控制法。在这种方法中, 控制信号由系统 T 步预测状态与当前状态之差决定, 这意味着 T 步预测状态被认为是 T 周期点的估计值。相对于延迟反馈控制法, 预测反馈控制法的理论分析要简单得多。

2 预测反馈控制法原理

图 1 为预测反馈控制法的原理图, 其中: X_n 表

收稿日期: 2003-03-03; 修回日期: 2003-04-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (79970043)。

作者简介: 岳毅宏 (1975—), 男, 河南林州人, 副教授, 从事非线性系统理论、混沌系统理论及控制等研究; 韩文秀 (1938—), 女, 山东济南人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统理论、混沌系统理论及控制等研究。

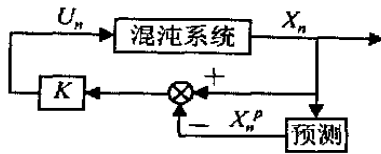


图 1 预测反馈控制法原理

示混沌系统状态, X_n^p 表示混沌系统预测状态

考虑 N 维非线性离散系统

$$X_{n+1} = f(X_n, U_n). \quad (1)$$

式中: $X_n \in \mathbf{R}^N$ 表示系统状态变量, $U_n \in \mathbf{R}^l$ 表示系统控制输入信号, 假定 f 是可微的. 借助于式(1), 由当前状态可以预测未受控系统的未来状态 X_n^p . 如果 X_n^p 表示 n 时刻 $X_{(n+T)}$ 的预测值(其中 T 为周期长度), 则图 1 中控制输入信号 U_n 可表示为

$$U_n = K(X_n^p - X_n), \quad (2)$$

于是称以上所述方法为预测反馈控制法

假定 $\{\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_T\}$ 为式(1)所示离散动力系统的一条 T 周期轨道, 当系统处于不受控状态, 即 $U_n = 0$ 时, 有

$$\bar{X}_1 = f^T(\bar{X}_1, 0). \quad (3)$$

如果令 $X_n^p = f^T(X_n, 0)$, 则式(2)变为

$$U_n = K(f^T(X_n, 0) - X_n), \quad (4)$$

这样, 受控系统可表示为

$$X_{n+1} = f(X_n, K(f^T(X_n, 0) - X_n)). \quad (5)$$

值得注意的是, 基于预测反馈控制法的受控系统和原始系统具有相同的维数, 而基于延迟反馈控制法的受控离散系统比原始系统的维数更高. 因此, 相对于延迟反馈控制法, 预测反馈控制法的理论分析要简单得多.

3 稳定性分析

为简便起见, 这里以不稳定不动点(即 $T = 1$)的稳定为例对上述方法的稳定性进行分析. 假定 \bar{X} 为动力系统(1)不受控情况下(即 $U_n = 0$)的不动点, 则式(5)变为

$$X_{n+1} = f(X_n, K(f(X_n, 0) - X_n)). \quad (6)$$

式(6)在不动点 \bar{X} 附近的线性受控系统为

$$\begin{aligned} \delta X_{n+1} &= A \delta X_n + B K (A - I) \delta X_n \\ &= (A + B K (A - I)) \delta X_n \end{aligned} \quad (7)$$

式中

$$\begin{aligned} A &= D_x f(\bar{X}, 0) \quad \mathbf{R}^{N \times N}, \\ B &= D_u f(\bar{X}, 0) \quad \mathbf{R}^{N \times l}, \\ \delta X_n &= X_n - \bar{X}. \end{aligned}$$

基于以上论述, 则有如下命题 1 成立

命题 1 假定由矩阵 A 和 B 组成的矩阵 (A, B) 是可以稳定的, 则存在矩阵 K , 使得式(7)是指数稳定的, 当且仅当 $\det(I - A) \neq 0$

证明 由于 (A, B) 是可稳定的, 则存在一个矩阵 \tilde{K} , 使得 $A + B\tilde{K}$ 是指数稳定的. 如果 $\det(I - A) = 0$, 假定 $K = \tilde{K}(A - I)^{-1}$, 显然, 式(7)是指数稳定的

如果 $\det(I - A) \neq 0$, 则存在 $X \in \mathbf{R}^N$, 使得 $A X = X$ 且 $X \neq 0$. 经过简单计算可知, 任何点 αX ($\alpha \in \mathbf{R}$) 都是式(7)的不动点. 因此, 不存在矩阵 K , 使得式(7)是指数稳定的

由命题 1 可知, 如果 (A, B) 是可稳定的且 $\det(I - A) \neq 0$, 则通过预测反馈控制, 任何固定点都可以取得指数稳定. 在一般情况下, 镶嵌在混沌吸引子中的周期轨道都是双曲的, 也就是说可以自动满足 $\det(I - A) \neq 0$. 所以, 在系统混沌控制的实践中, 该方法比延迟反馈控制法更为适用

在以上论述中, 若 $T = 1$, 则以式(5)替代式(6). 同时, 在式(7)的参数识别中, 分别以系统(1)的不稳定 T 周期点 $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_T$ 替代不动点 \bar{X} , 这样依次得到系统在 T 周期点 \bar{X}_i ($i = 1, 2, \dots, T$) 附近的线性受控系统. 同理, 由命题 1 可知, 如果 (A, B) 是可稳定的且 $\det(I - A) \neq 0$, 则通过预测反馈控制, 任何 T 周期点可以取得指数稳定

4 实例分析

基于上述控制方法, 对 Logistic 映射^[10](参数 $P = 4$) 所示系统的演化行为进行控制. 分别取 $T = 1, K = -0.9, T = 4, K = 0.025; T = 10, K = 0.002$, 得到图 2 所示的控制结果(其中: X_n 表示系统状态; n 表示迭代步数).

借助于计算机模拟控制, 可以得到一些有关预测反馈控制法的重要性质:

1) 倍周期分岔特性 当预测长度 T 值固定时, 随着控制强度 K 的变化, 受控系统最终的稳定态将表现出分岔特性. 例如: 取 $T = 1$, 当 $K \in [-0.9, -0.37]$ 时, 受控系统表现为周期 1 运动(简称为“P1”运动); $K \in (-0.37, -0.21]$ 时, 系统为 P2 运动; $K \in (-0.21, -0.17]$ 时, 为 P4 运动; 这样随着 K 的增大, 依次出现 P8, P16, ... 运动. 同理取 $T = 2, K \in [0.36, 0.66]$ 时, 受控系统表现为 P1 运动; $K \in (0.21, 0.36]$ 时, 系统为 P2 运动; $K \in (0.19, 0.21]$ 时, 为 P4 运动. 这样依次出现 P8, P16, ... 运动. 值得注意的是, 随着 T 的不断增大, 各个周期窗口变得越来越小, 这给观测分岔现象带来了困

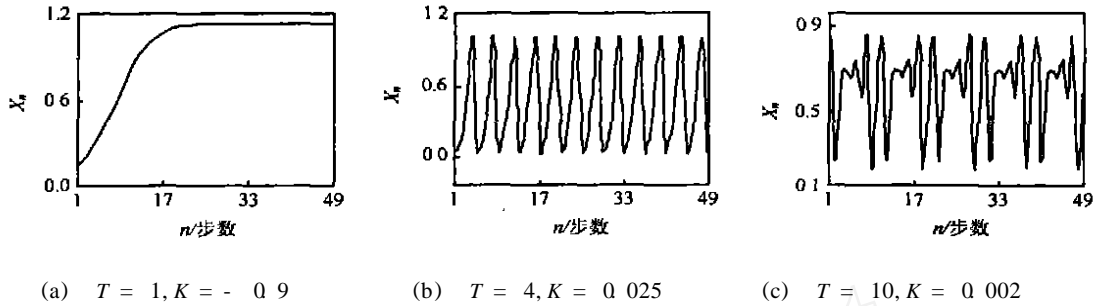


图2 控制结果

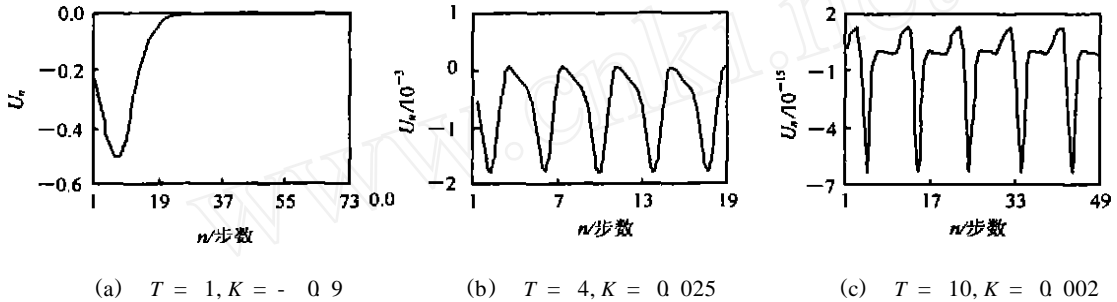


图3 控制信号波动图

难,因此需要经过放大以后再进行观测

2) 对某些 K 值的敏感依赖性 可以观测到,当给定 T 值, K 的某些微小变化就可以使受控系统的最终稳定态发生根本变化 例如:取 $T = 2, K = 0.19$, 受控系统表现为 $P4$ 运动;当 $K = 0.17$ 时,则表现为 $P8$ 运动 虽然是微小改变,却使系统的最终稳态发生根本改变

3) 对一些 K 值变化的不敏感性 当控制强度 K 的取值在某个区间内变化时,受控系统的最终状态相同 例如,取 $T = 1$,当 $K \in [-0.9, -0.37]$ 时,系统最终稳定在 $P1$ 轨道 (0.75) 上;取 $T = 2$,当 $K \in [0.22, 0.26]$ 时,系统最终稳定在 $P2$ 轨道 $(0.904508, 0.345592)$ 上

4) 观察式(2)可知,当受控系统稳定后,对系统施加的控制信号呈现周期波动,而且该周期与受控系统的振荡周期相同 分别取 $T = 1, K = -0.9$; $T = 4, K = 0.025$; $T = 10, K = 0.002$, 得到控制信号演化趋势如图3所示(其中: U_n 表示反馈信号; n 表示迭代步数). 对比图2和图3,即可得到以上结论

5 结 语

与传统的延迟反馈控制法相比,本文提出的预测反馈控制法以系统 T 步预测状态来替代 T 步滞后状态作为 T 周期点的估计值,通过稳定性分析论证了该方法的稳定性和有效性 最后借助于实例模拟总结了预测反馈控制法的一些重要特性,可以有效地指导该方法在系统混沌控制实践中的应用

参考文献(References):

- [1] Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling chaos[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 3(64): 1196-1199
- [2] Ditto W L, Raueo S N, Spano M L. Experimental control of chaos[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, 12(65): 3211-3214
- [3] Hunt E R. Stabilizing high-period orbits in a chaotic system: The diode resonator[J]. *Phys Rev Lett*, 1991, 10(67): 1953-1955
- [4] Hunt E R. Dynamical control of a chaotic laser: Experimental stabilization of a globally coupled system[J]. *Phys Rev Lett*, 1992, 3(68): 1259-1262
- [5] Romeiras F J, Grebogi C, Ott E, et al. Controlling chaotic dynamical systems[J]. *Physica D*, 1992, 9(58): 165-192
- [6] Shinbrot T, Grebogi C, Ott E, et al. Using small perturbations to control chaos[J]. *Nature*, 1993, 6(363): 411-417.
- [7] Chen G, Dong X. *From Chaos to Order, Methodologies, Perspectives and Application* [M]. Singapore: World Scientific, 1998
- [8] 盛昭瀚, 马军海. 非线性动力系统分析引论[M]. 北京: 科学出版社, 2001. 258-284
- [9] Pyragas K. Continuous control of chaos by self-controlling feedback[J]. *Phys Lett A*, 1992, 11(170): 421-428
- [10] Jackson E A, Hubble A. Periodic entrainment of chaotic Logistic map dynamics[J]. *Physica D*, 1990, 9(44): 407-420