

文章编号: 1001-0920(2004)09-0967-06

## 基于状态观测器的迟滞非线性系统输出反馈控制

李春涛<sup>1</sup>, 谭永红<sup>2</sup>

(1. 上海交通大学 电子信息学院, 上海 200030; 2. 桂林电子工业学院 智能系统与控制研究室, 广西 桂林 541000)

**摘要:** 利用 Preisach 模型与其边界线之间的映射关系建立了容易在线更新的迟滞模型。将模型和径向基网络相结合, 针对一类动态多映射迟滞非线性系统设计了输出反馈控制器。应用 Lyapunov 定理得到系统控制律和神经网络权值更新律, 从而保证了闭环系统的跟踪误差及网络权值偏差收敛到原点的某个有界邻域内。

**关键词:** 自适应控制; 神经网络; 输出反馈控制; 迟滞非线性; Preisach 模型

**中图分类号:** TP301      **文献标识码:** A

## Observer-based adaptive output feedback control of systems preceded by unknown hysteresis

LI Chun-tao<sup>1</sup>, TAN Yong-hong<sup>2</sup>

(1. School of Electronic and Information, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China; 2. Lab of Intelligent Systems and Control Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541000, China  
Correspondent: LI Chun-tao, Email: lct115@sjtu.edu.cn)

**Abstract:** A hysteresis model based on Preisach model is developed, which is more easily implemented and updated. Then, an adaptive output feedback controller is presented for a class of single-input nonlinear systems preceded by unknown hysteresis nonlinearity. The controller and neural network weights are derived from Lyapunov stability analysis. The closed-loop system is semi-globally uniformly ultimately bounded and the tracking error converges to a small neighborhood of the origin.

**Key words:** adaptive control; neural network; output feedback; hysteresis nonlinearity; Preisach model

### 1 引言

由于压电执行器具有定位精度高、驱动力大和响应速度快等优点而被广泛应用于精密加工机床、航天飞机的柔性机械手臂和天文望远镜的定位系统中<sup>[1]</sup>。然而存在于这些系统中的迟滞非线性不仅会降低系统的控制精度, 有时甚至造成系统不稳定<sup>[2]</sup>。为了补偿迟滞非线性对系统的不利影响, 学者们在迟滞输出可测的假设下, 采用基于 Preisach 模型的逆模型对迟滞非线性进行补偿。而在实际的工程应用中, 迟滞现象往往与被控对象耦合在一起, 不可能

测得迟滞器件的输出信号, 从而降低了这种控制方案的实际应用价值。另外, 基于 Preisach 模型的迟滞逆模型结构复杂, 在线实现及更新困难, 因而该控制方案多用于静态迟滞补偿<sup>[3,4]</sup>。

近年来, 人工神经网络高精度的逼近能力、快速的并行性运算能力和强大的容错能力, 使其在非线性系统辨识中得到广泛应用。许多研究者也将神经网络引入迟滞建模<sup>[5,6]</sup>中, 但这些模型实际是迟滞模型的神经网络实现, 并没有克服机理模型的缺点。从理论上讲, 神经网络仅能对一一一对应或多对一的

收稿日期: 2003-09-24; 修回日期: 2003-11-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50265001); 广西自然科学基金资助项目(0339068)。

作者简介: 李春涛(1975—), 男, 山东临沂人, 博士生, 从事非线性自适应控制、动态系统建模的研究; 谭永红(1958—), 男(壮族), 广西桂林人, 教授, 博士生导师, 从事智能控制、故障诊断等研究。

映射进行任意精度的逼近,而对于多映射的迟滞非线性现象,并不能直接运用神经网络进行逼近<sup>[7]</sup>.

针对当前迟滞补偿的难点,本文建立了 Preisach 模型的积分边界线与标定 Preisach 模型输入、输出信号及其变换组成的坐标之间的一一映射关系,然后得到任意 Preisach 模型输出和该坐标之间的函数关系.从而将多映射的迟滞非线性转化为一般非线性映射,即一一对应或多对一的映射,为应用神经网络打下坚实的理论基础

### 2 问题描述

考虑如下 SISO 非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x, u), \\ u = H[v](t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $y(t)$  为系统输出; 状态向量  $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ ; 控制量  $v(t) \in R$ ; 迟滞输出  $u(t) \in R$ ;  $f(x, u)$  是光滑函数且满足  $\partial f(x, u) / \partial u \neq 0$ ;  $H[\cdot]$  表示迟滞输出不仅与控制量  $v(t)$  的当前值有关,还与  $v(t)$  历史变化情况有关. 控制目的是设计控制信号  $v(t)$ , 使得  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_d(t)$ . 此外, 期望输出, 期望状态及跟踪误差分别定义为:  $y_d(t), x_d = [y_d, \dot{y}_d, \dots, y_d^{(n-1)}]^T$  和  $e = [e_1, e_2, \dots, e_n]^T = x - x_d$

**假设 1** 期望状态  $x_d$  及  $y_d^{(n)}$  有界, 即  $(x_d, y_d^{(n)}) \in D$ .

对于只有输出可测, 其他状态不可测的非线性系统, 需用观测器来估计其他状态值, 以便实施输出反馈控制. 为此, 将采用如下观测器来估计非线性系统的状态

**引理 1**<sup>[8]</sup> 设非线性系统(1)的输出  $y(t)$  及其  $n$  阶导数有界, 考虑如下线性系统:

$$\begin{cases} \rho_{z_1} \dot{z}_1 = z_2, \\ \rho_{z_2} \dot{z}_2 = z_3, \\ \vdots \\ \rho_{z_{n-1}} \dot{z}_{n-1} = z_n, \\ \rho_{z_n} \dot{z}_n = -a_1 z_n - a_2 z_{n-1} - \dots - a_{n-1} z_2 - z_1 + y(t). \end{cases} \quad (2)$$

如果参数  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$  使  $s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + 1$  为 Hurwitz 多项式, 则存在  $h_i > 0, T > 0$ , 当  $t > T$  时, 有

$$\frac{z_{i+1}}{\rho^i} - y^{(i)} = -\rho \Psi^{(i+1)},$$

$$\left| \frac{z_{i+1}}{\rho^i} - y^{(i)} \right| \leq \rho h_{i+1}, i = 1, \dots, n-1 \quad (3)$$

$\rho$  为任意正数,  $\Psi = z_n + a_1 z_{n-1} + \dots + a_{n-1} z_1$  且  $|\Psi^{(i)}| \leq h_i, \Psi^{(i)}$  为  $\Psi$  的  $i$  阶导数

非线性系统状态估计值为  $\hat{x} = [x_1, \frac{z_2}{\rho}, \frac{z_3}{\rho^2}, \dots, \frac{z_n}{\rho^{n-1}}]^T$ . 并定义系统误差分别为  $e_o = \hat{x} - x, e_d = \hat{x} - x_d$  (4)

### 3 迟滞非线性模型

Preisach 模型是目前应用最广泛的一种迟滞非线性模型. 模型的数学描述为

$$u(t) = H[v](t) = \iint_{(\alpha, \beta) \in S} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[v](t) d\alpha d\beta \quad (5)$$

式中:  $\gamma_{\alpha, \beta}[v](t)$  是以  $\alpha$  和  $\beta$  为切换值的 Preisach 迟滞单元, 其取值为  $+1$  或  $-1$ ;  $\mu(\cdot, \cdot)$  为权重函数; 根据  $\gamma_{\alpha, \beta}[v](t)$  的取值情况, 积分区域  $S = \{(\alpha, \beta) | v_{\min} \leq \beta \leq \alpha \leq v_{\max}\}$  分为两个时变区域, 即  $S^+ = \{(\alpha, \beta) \in S | \gamma_{\alpha, \beta}[v](t) = +1\}$  和  $S^- = \{(\alpha, \beta) \in S | \gamma_{\alpha, \beta}[v](t) = -1\}$ .  $v_{\min}$  和  $v_{\max}$  分别为输入信号的最大和最小值. 由  $S^+$  和  $S^-$  的定义, 式(5)可变为

$$H[v](t) = \iint_{S^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S^-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (6)$$

由式(6)可知, Preisach 模型仅取决于  $S^+$  和  $S^-$  之间的积分边界  $B[v](t)$ . 引入映射  $\Psi$  描述 Preisach 模型和  $B[v](t)$  之间的映射关系

$$H[v](t) = \Psi(B[v](t)). \quad (7)$$

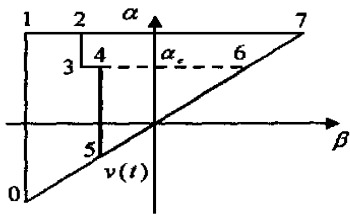
**定义 1** 给定输入信号  $v(t)$ , 设任意两个时刻  $t_1$  和  $t_2$  所形成的积分边界线分别为  $B[v](t_1)$  和  $B[v](t_2)$ . 如果构成  $B[v](t_1)$  主支配极值 (dominant extrema<sup>[9]</sup>) 与  $B[v](t_2)$  的相应主支配极值相等且  $v(t_1) = v(t_2)$ , 那么称边界线  $B[v](t_1)$  与  $B[v](t_2)$  相等并写为

$$B[v](t_1) = B[v](t_2). \quad (8)$$

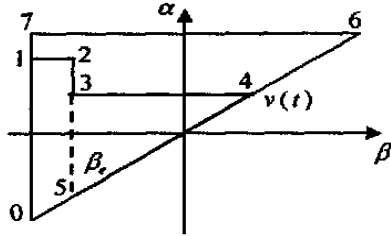
**注 1** 定义 1 中主支配极值是指在  $t$  时刻前, 构成积分边界线  $B[v](t)$  的输入信号  $v(t)$  极值. 如在图 1(a) 中, 边界线由 1-2-3-4-5 构成. 其中 1, 3 点横坐标和 2, 4 点纵坐标都为输入信号的主支配极值.

当输入信号  $v(t)$  在区间  $[\tau, \tau + \Delta t]$  ( $\Delta t > 0$ ) 单调增加或减小时, 式(6)可写为

$$H[v](t) =$$



(a) 输入信号减小时, 边界线的变化情况



(b) 输入信号增加时, 边界线的变化情况

图 1 Preisach model 积分区域

$$\begin{cases} H[v](t_e) - 2 \int_{\alpha_c}^{v(t)} \int_{\alpha_c}^{\beta} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta, \dot{v}(t) < 0; \\ H[v](t_e) + 2 \int_{\beta_c}^{v(t)} \int_{\beta_c}^{\alpha} \mu(\alpha, \beta) d\beta d\alpha, \dot{v}(t) > 0 \end{cases} \quad (9)$$

$$H[v](t_e) = \iint_{S_{te}^+} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S_{te}^-} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta \quad (10)$$

其中  $\alpha = v(t_e)$  或  $\beta = v(t_e)$  是与  $v(t)$  相邻的主支配极值(见图 1).  $S_{te}^+$  和  $S_{te}^-$  为  $t_e$  时刻的积分区域, 且当  $t \in [\tau, \tau + \Delta t]$  时, 积分区域  $S_{te}^+$  与  $S_{te}^-$  不发生变化. 在图 1(a) 中, 当  $\dot{v}(t) < 0$  时,  $S_{te}^+$  和  $S_{te}^-$  分别是由 0-1-2-3-6-0 和 2-3-6-7-2 所围区域. 当  $\dot{v}(t) > 0$  时,  $S_{te}^+$  和  $S_{te}^-$  分别为图 1(b) 中由 0-1-2-5-0 和 1-2-5-6-7-1 所围区域.

对式(9) 求导可得

$$\frac{dH[v]}{dv} = \begin{cases} - 2 \int_{\alpha_c}^{v(t)} \mu(\alpha, v(t)) d\alpha, \dot{v}(t) < 0; \\ + 2 \int_{\beta_c}^{v(t)} \mu(v(t), \beta) d\beta, \dot{v}(t) > 0 \end{cases} \quad (11)$$

**假设 2** 设标定 Preisach 模型  $\hat{H}[v](t)$  的权重函数  $\mu(\alpha, \beta)$  满足有界、恒正且分段连续; 输入信号  $v(t)$  为定义在区间  $[0, +\infty)$  上的连续函数. 如果存在不同时刻  $t_1$  和  $t_2$ , 使  $v(t_1) = v(t_2)$ ,  $H[v](t_1) = H[v](t_2)$ ,  $\text{sgn}(\dot{v}|_{t_1}) = \text{sgn}(\dot{v}|_{t_2})$ , 但  $B[v](t_1) \neq B[v](t_2)$ , 那么假设与  $v(t_1)$ ,  $v(t_2)$  分别相邻的主支配极值不等.

**注 2** 由式(11) 可知, 假设 2 等价于

$$\left. \frac{dH[v]}{dv} \right|_{t=t_1} \neq \left. \frac{dH[v]}{dv} \right|_{t=t_2} \quad (12)$$

**引理 2** 设输入信号  $v(t)$  及标定 Preisach 模型  $\hat{H}[\cdot]$  满足假设 2, 则存在可逆映射  $\Gamma$  使下式成立

$$\left[ v(t), \hat{H}[v](t), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right| \right] = \Gamma(B[v](t)). \quad (13)$$

**证明** 本证明过程分为两步:

Step 1: 设存在两个不同时刻  $t_1$  与  $t_2$  的积分边界  $B[v](t_1) \neq B[v](t_2)$ , 使下式成立:

$$\left[ v(t_1), \hat{H}[v](t_1), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_1} \right] = \left[ v(t_2), \hat{H}[v](t_2), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_2} \right]. \quad (14)$$

由假设 2 可知, 当  $[v(t_1), \hat{H}[v](t_1)] = [v(t_2), \hat{H}[v](t_2)]$  且  $\text{sgn}(\dot{v}|_{t_1}) = \text{sgn}(\dot{v}|_{t_2})$  成立时, 则与  $v(t_1)$  和  $v(t_2)$  相邻的主支配极值不等, 即  $\text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_1} \neq \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_2}$ . 这与式(14)

相矛盾. 因此, 任一积分边界  $B[v](t)$  对应唯一的坐标值  $\left[ v(t), \hat{H}[v](t), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right| \right]$ .

Step 2: 设存在两个不同时刻  $t_1$  和  $t_2$ , 满足

$$\left[ v(t_1), \hat{H}[v](t_1), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_1} \right] = \left[ v(t_2), \hat{H}[v](t_2), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_2} \right], \quad (15)$$

对应相同积分边界  $B[v](t_1) = B[v](t_2)$ . 由边界线相等的定义和式(6) 可知:  $v(t_1) = v(t_2)$ ,  $H[v](t_1) = H[v](t_2)$ . 因此, 当  $\text{sgn}(\dot{v}|_{t_1}) = \text{sgn}(\dot{v}|_{t_2})$  时, 由式(15) 可得到  $\left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_1} = \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right|_{t_2}$ . 由式(11) 可知  $B[v](t_1) = B[v](t_2)$ . 当  $\text{sgn}(\dot{v}|_{t_1}) \neq \text{sgn}(\dot{v}|_{t_2})$  时, 显然  $B[v](t_1) \neq B[v](t_2)$ . 综合可知, 任一坐标  $\left[ v(t), \hat{H}[v](t), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right| \right]$  对应唯一的积分边界  $B[v](t)$ . 由此可得引理 2 的结论.

**注 3** 在 Preisach 模型中积分边界线  $B[v](t)$  是模型的关键, 模型的输出唯一地决定于边界线的变化情况. 引理 2 的贡献在于: 建立了 Preisach 模型的积分边界线  $B[v](t)$  与坐标  $\left[ v(t), \hat{H}[v](t), \text{sgn}(\dot{v}) \left. \frac{d\hat{H}[v]}{dv} \right| \right]$  之间的一一对应关系. 这就将边界线与模型输出之间的对应关系转化为坐标与模型输

出之间的对应关系

定理1 对于任意Preisach模型H[·], 存在映射F: R^3 | R 使得

H[v](t) = F[v(t), H-hat[v](t), sgn(v) dH-hat[v]/dv] (16)

成立 其中v(t), H-hat[v](t) 满足假设2

证明 由引理2, 可得

B[v](t) = Gamma^-1[v(t), H-hat[v](t), sgn(v) dH-hat[v]/dv]

结合式(7) 可得

H[v](t) = Psi o Gamma^-1[v(t), H-hat[v](t), sgn(v) dH-hat[v]/dv]

定义映射F = Psi o Gamma^-1, 可知定理1的结论成立

4 控制器设计

由式(1) 可知, 非线性系统可被描述为

x\_n-dot = delta + f-tilde(x, u, v) (17)

式中: delta = f-hat(y, v) 为伪控制信号; f-tilde(x, u, v) = f(x, u) - f-hat(y, v), 而f(y, v) 对v 可逆且满足

sgn(d f-hat / d v) = sgn(d f / d v), 0 < 1/2 |d f-hat / d v| < |d f / d v| (18)

伪控制信号 delta 设计为

delta = -K e\_d + delta-dot\_d + y\_d^(n) (19)

式中K = [k1, k2, ..., kn] 为增益向量, 其元素取为Hurwitz多项式的系数 由f-tilde的表达式及式(19) 可知, f-tilde 是delta-dot\_d的函数, 而信号delta-dot\_d用来抵消f-tilde对系统的影响 这就需要假设delta-dot\_d | f-tilde为压缩映射 由文献[10]的结论可知, 当f-tilde满足式(18)时, 假设成立 由式(4)和(19), 方程(17)可变为

e\_n-dot = -K e + f-tilde(x, u, v) - delta-dot\_d - K e\_o (20)

由于径向基神经网络能以任意精度逼近紧空间上的任意连续非线性映射 因此, 存在W\* 和forall epsilon > 0, 使得定义在紧空间Omega subset R^(n+2)上的f-tilde(x, u, v) 可表示为

f-tilde(x, u, v) = W\*^T Phi(x\_nn) + epsilon(x\_nn), epsilon < epsilon (21)

由定理1和文献[10]中定理1的结论可知

x\_nn = [x^T, v(t), ..., v(t - md), H-hat[v](t), ..., H-hat[v](t - md)]^T

其中: m > 1, 延迟时间d > 0 最优权值取为W\* = arg min\_{(x, u, v) in Omega} f-tilde(x, u, v) - W^T Phi(x\_nn) . 基函数

Phi(x\_nn) = [phi\_1(x\_nn), phi\_2(x\_nn), ..., phi\_m1(x\_nn)]^T, 其元素取为高斯函数, 即 phi\_i(x\_nn) = exp(-||x\_nn - theta\_i||^2 / 2 sigma\_i^2). theta\_i = [theta\_i1, theta\_i2, ..., theta\_i2(m+1+n)]^T 和sigma\_i 分别为中心点和宽度

假设3 最优权值有界且满足 W\* < W\_p, 其中W\_p > 0

控制信号 delta-dot\_d 设计为径向基网络的输出, 即

delta-dot\_d = W-hat^T Phi-hat(x\_nn) (22)

其中: W-hat 为最优权值W\* 的估计值; x\_nn = [x^T, v(t), ..., v(t - md), H-hat[v](t), ..., H-hat[v](t - md)]^T 为神经网络的实际输入

由式(20)和(22) 可得

e\_n-dot = -K e + W\*^T Phi - W-hat^T Phi-hat - K e\_o + epsilon(x\_nn) (23)

式中各符号的定义为 Phi = Phi(x\_nn), Phi-hat = Phi-hat(x\_nn). 于是, 整个闭环系统动态方程可写为

e-dot = A e + b[W\*^T Phi - W-hat^T Phi-hat - K e\_o + epsilon(x\_nn)] (24)

其中

A = [0 1 0 ... 0; 0 0 1 ... 0; ...; 0 0 0 ... 1; -k1 -k2 -k3 ... -kn], b = [0; 0; ...; 0; 1]

由增益向量K 的定义知A 是渐进稳定的矩阵 因此, 对于给定的任意对称正定矩阵Q, 存在唯一的正定矩阵P 使得A^T P + A P = -Q. 由式(3)及状态估计值的定义和范数的相关性质可得如下不等式:

e\_o c\_0, W\*^T Phi - W-hat^T Phi-hat - K e\_o + epsilon(x\_nn) c\_1 + c\_2 W-tilde, W\*^T Phi-hat - K e\_o + epsilon c\_3 (25)

其中: W-tilde = W\* - W-hat, Phi-hat = Phi(x\_nn) - Phi-hat(x\_nn); c\_0, c\_1, c\_2, c\_3 为正常数

定理2 假设1~ 假设3 成立, 控制量设计为 y = f-hat^-1(delta, y), delta 由式(19) 确定 网络权值更新律为

W-dot-hat = F Phi-hat-tilde - F K W-hat (26)

式中: F = F^T > 0, zeta = e\_d^T P b, 如系统误差(e(0),

$\tilde{W}(0) \in \Omega$ , 且  $\Omega$  满足式(33), 则系统中所有信号有界

证明 定义 Lyapunov 函数

$$L = e^T P e + \tilde{W}^T F^{-1} \tilde{W}. \quad (27)$$

对式(27) 求导并结合式(24), 可得

$$\begin{aligned} \dot{L} = & e^T (A^T P + P A) e + 2e^T P b [W^{*T} \Phi - \\ & \tilde{W}^T \hat{\Phi} - K e_o + \epsilon] + 2\tilde{W}^T F^{-1} \dot{\tilde{W}}. \end{aligned} \quad (28)$$

由  $A^T P + P A = -Q$  和  $e_d = e + e_o$ , 式(28) 变为

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -e^T Q e + 2\tilde{W}^T F^{-1} \dot{\tilde{W}} + 2e_d^T P b [W^{*T} \hat{\Phi} + \\ & W^{*T} \hat{\Phi} - K e_o + \epsilon] - 2e_o^T P b [W^{*T} \hat{\Phi} - \\ & \tilde{W}^T \hat{\Phi} - K e_o + \epsilon]. \end{aligned} \quad (29)$$

结合式(25), (26) 和  $e_d = e + e_o$ , 化简并整理式(29) 后可得

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -e^T Q e + 2c_0 P b (c_1 + c_3) + \\ & 2c_0 c_2 P b \tilde{W} + 2c_3 P b e + \\ & 2K \tilde{W}^T \tilde{W}. \end{aligned} \quad (30)$$

将  $\tilde{W}^T \tilde{W} = W_p \tilde{W} - \tilde{W}^2$  代入式(30) 后得

$$\begin{aligned} \dot{L} = & -\lambda_{\min}(Q) \left[ e - \frac{c_3 P b}{\lambda_{\min}(Q)} \right]^2 + \frac{(c_3 P b)^2}{\lambda_{\min}(Q)} - \\ & 2K_0 \left[ \tilde{W} - \frac{c_0 c_2 P b + K W_p}{2K_0} \right]^2 + \\ & \frac{(c_0 c_2 P b + K W_p)^2}{2K_0} + 2c_0 P b (c_1 + c_3). \end{aligned}$$

其中  $\lambda_{\min}(Q)$  为  $Q$  的最小特征值 定义如下常数:

$$\begin{aligned} C = & \frac{(c_3 P b)^2}{\lambda_{\min}(Q)} + \frac{(c_0 c_2 P b + K W_p)^2}{2K_0} + \\ & 2c_0 P b (c_1 + c_3), \\ \mu_0 = & \frac{c_3 P b}{\lambda_{\min}(Q)}, \mu_1 = \frac{c_0 c_2 P b + K W_p}{2K_0}, \end{aligned} \quad (31)$$

则当  $e > \mu_0 + \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\min}(Q)}}$  或  $\tilde{W} > \mu_1 + \sqrt{\frac{c}{2K_0}}$  时,  $\dot{L} < 0$

以上结论要求式(21) 在紧空间  $\Omega$  上成立 由式(19) 可知:  $(x, u, v)$  是  $e, \tilde{W}, x_d, y_d^{(n)}, W^*, e_o$  的函数, 即  $(x, u, v) = F(e, \tilde{W}, x_d, y_d^{(n)}, W^*, e_o)$ . 由假设 1, 假设 3 和观测器结构可知, 存在紧空间  $\Omega = \{(e^T, \tilde{W}^T) \mid (e^T, \tilde{W}^T) \in \Omega, r\}$  使得对于任意的  $(e, \tilde{W}) \in \Omega$  都有  $(x, u, v) \in \Omega$  定义紧空间

$$\Omega = \left\{ (e, \tilde{W}) \mid e \in \left[ \mu_0 + \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\min}(Q)}}, \mu_1 + \sqrt{\frac{c}{2K_0}} \right], \tilde{W} \in \left[ \mu_1 + \sqrt{\frac{c}{2K_0}}, \dots \right] \right\},$$

则  $L(t)$  在紧空间  $\Omega$  上的最大值为

$$\begin{aligned} L_{\max} = & \max_{\Omega} (L) = \\ & \lambda_{\max}(P) \left[ \mu_0 + \sqrt{\frac{c}{\lambda_{\min}(Q)}} \right]^2 + \\ & \lambda_{\max}(F^{-1}) \left[ \mu_1 + \sqrt{\frac{c}{2K_0}} \right]^2. \end{aligned} \quad (32)$$

其中  $\lambda_{\max}(P), \lambda_{\max}(F^{-1})$  分别为  $P$  和  $F^{-1}$  的最大特征值 定义紧空间  $\Omega_\beta = \{(e, \tilde{W}) \mid L \leq L_{\max}\}$  且要求  $\Omega_\beta \subset \Omega$ , 于是可得

$$r \geq \sqrt{L_{\max}/\lambda_{\min}}. \quad (33)$$

式(33) 中  $\lambda_{\min}$  为  $P$  和  $F^{-1}$  特征值中的最小值 只要紧空间  $\Omega$  足够大, 使得式(33) 成立且初始误差满足  $\forall (e(0), \tilde{W}(0)) \in \Omega$ , 则  $e, \tilde{W}$  是有界的 结合假设 1, 假设 3 及观测器的结构可知, 闭环系统中的所有信号是有界的

### 5 仿真研究

为了说明该迟滞补偿控制器性能, 考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 0.1 + 0.1x_2^2 + x_1 + u + \sin 0.1u, \\ u = H[v](t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (34)$$

式中的迟滞非线性  $H[\cdot]$  通过  $N = 160$  个 backlash 相加得到, 即

$$\begin{aligned} H[v](t) = & 0.01 \sum_{i=1}^N u_i; \\ u_i = & \begin{cases} \dot{v}(t), \dot{v}(t) > 0, u_i(t) = v(t) - \frac{d_i}{2}; \\ \dot{v}(t), \dot{v}(t) < 0, u_i(t) = v(t) + \frac{d_i}{2}; \\ 0, \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $d_i$  均匀分布在  $[0, 4]$  之间, 所有 backlash 的初始值均为“0” 状态  $x_2$  的观测器设计为

$$\begin{cases} \rho_{z_1} = z_2, \\ \rho_{z_2} = z_3, \\ \rho_{z_3} = -3z_3 - 3z_2 - z_1 + y(t). \end{cases} \quad (36)$$

待跟踪的信号为  $y_d = e^{-\frac{t}{5}} \sin \frac{t}{2} + \sin t$ , 神经网络由 6 个输入节点, 15 个隐层节点和 1 个输出节点构成 径向基网络的中心点和宽度分别为  $\Theta = 0$  和  $\sigma_i = \sqrt{5}$ , 连接权  $\hat{W}$  初始化为 0 控制器其他参数为

$F = 10I, \kappa_0 = 0.05, K = [8, 6], P = \begin{bmatrix} 10 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, x(0) = [0.5, 2.0], \rho = 0.01, z(0) = [0, 0]^T, f(v, y) = v, m = 1, d = 0.01$  其中  $I$  为相应维数的单位阵 标

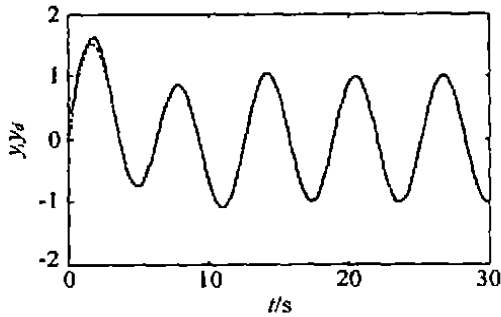


图2 系统输出(实线)和参考输入信号(点线)

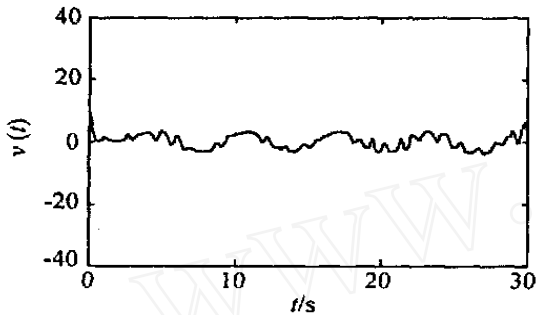


图3 闭环系统中的控制信号

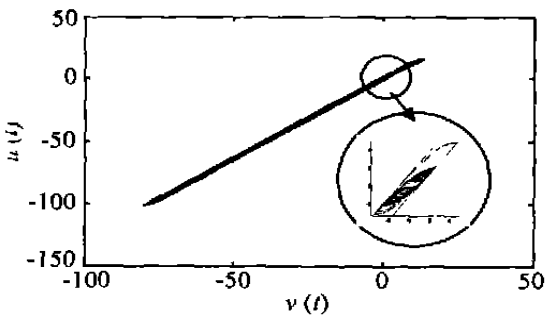


图4 闭环系统中的迟滞非线性

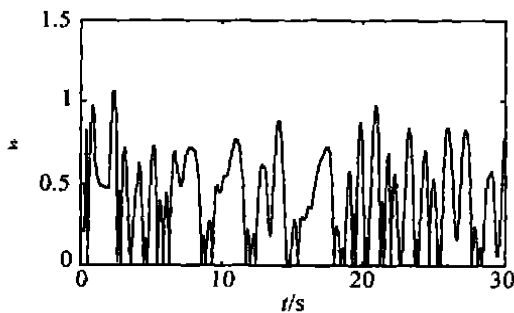


图5 径向基网络连接权估计值的变化历程

定 Preisach 模型权重函数取为  $\hat{\mu}(\alpha, \beta) = 1$ . 迟滞非线性补偿后的跟踪情况见图 2, 控制信号见图 3 补偿过程中迟滞非线性及网络权值变化情况分别见图 4 和图 5

### 6 结 语

本文利用 Preisach 模型构造了易于在线更新的迟滞非线性数学模型, 设计了基于模型估计的神经网络控制器, 并通过稳定性分析分别推导出系统控制律和网络权值自适应调整律 最后通过动态迟滞非线性系统的仿真结果验证了控制器的有效性

### 参考文献(References):

- [1] Hwang Chih-Lyang, Jan Chau, Chen Ye-Hwa. Piezomechanics using intelligent variable-structure control [J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 2001, 48(1): 47-59.
- [2] Tao Gang, Kokotovic Petar V. Adaptive control of plant with unknown hysteresis [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200-213.
- [3] Krejci P, Kuhnen K. Inverse control of systems with hysteresis and creep [J]. *IEE Proc of -Control Theory & Appl*, 2001, 148(3): 185-192.
- [4] Ge Ping, Jouaneh Musa. Tracking control of piezoceramic actuator [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1996, 4(3): 209-216.
- [5] Adly A A, Abd-Hafiz S K. Using neural networks in the identification of preisach-type hysteresis models [J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1998, 34(3): 629-635.
- [6] Serpico Claudio, Visone Ciro. Magnetic hysteresis modeling via feed-forward neural networks [J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1998, 34(3): 623-628.
- [7] Wei Jyh-Da, Sun Chuen-Tsai. Construting hysteresis memory in neural networks [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics Part B: Cybernetics*, 2000, 30(4): 601-608.
- [8] Behatsh S. Robust output tracking for nonlinear systems [J]. *Int J Contr*, 1990, 51(6): 1381-1407.
- [9] Mayergoz I D. *Mathematical Models of Hysteresis* [M]. New York: Springer-Verlag, 1991.
- [10] Hovakimyan Naira, Flavio Narcli, Anthony Calise, et al. Adaptive output feedback control of uncertain nonlinear systems using single-hidden-layer neural networks [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002, 13(6): 1420-1431.