第 19 卷 第 9 期 控 制 与 决 策 2004 年 9 月
Vol 19 No. 9 Control and Decision Sept. 2004

文章编号: 1001-0920(2004)09-0999-05

一种改进的遗传算法: Family GA

李建华, 王孙安, 杜海峰
(西安交通大学 机械工程学院, 陕西 西安 710049)

摘 要: 分析了影响遗传算法性能的因素, 在遗传算法(GA)的基础上设计了一种新的家族遗传算法(FGA). 该算法改造了选择和变异算子, 其目的在于提高收敛速度、避免早熟. 同时, 该算法提出在优良解附近构造最优家族, 在此微型空间中进行精确搜索, 确保了算法收敛速度和解的精度. 最后给出 4 个典型函数的模拟例子, 由对比实验结果可以看出, FGA 提高了收敛速度及解的精度, 说明该算法具有应用的潜力.

关键词: 遗传算法; 种群规模; 个体空间; 早熟现象
中图分类号: TP301 **文献标识码**: A

Family GA — An improved genetic algorithms

LI Jian-hua, WANG Sun-an, DU Hai-feng
(School of Mechanical Engineering, Xi′an Jiaotong University, Xi′an 710049, China. Correspondent: LI Jian-hua, E-mail: li_jhqd@sohu.com)

Abstract: Based on the analysis of any factors that affect the performance of genetic algorithm, a novel genetic algorithm (Family GA) is presented. In this algorithm, election operator and mutation operator are redesigned in order to increase the convergent speed and avoid premature phenomenon. And the optimum solution family around quality individuals is constructed at the same time. Continuous search is done in this micro-space. So the convergent speed of the algorithm and accuracy of the solution can be affirmed. Four typical function tests are given. The result indicates that there is much improvement in the speed of convergence and the accuracy of the optimal solution.

Key words: genetic algorithm; population size; individual space; premature phenomenon

1 引 言

遗传算法是由 Holland 教授在 1975 年系统提出的, 即模拟达尔文遗传选择和进化选择的计算模型[1]. 由于遗传算法对优化目标函数无需连续、可微等苛刻的条件, 且其本身具有强的鲁棒性和适应性, 在各个领域得到了广泛的应用. 近 20 年来很多学者对遗传算法进行了深入研究, 包括收敛问题[2,3]的证明, 早熟现象[4,5]的研究等. 这些工作的目的是在探讨遗传算法工作机理的同时去改进、应用遗传算法. 很多文献[6~8]提出了改进方法, 并都获得了性能提升, 但这些改进往往把注意力全部集中到算子本身, 而忽略了群体规模和个体空间对收敛速度和精度的影响.

本文在考虑了群体规模和个体空间的同时, 对基本算子进行改造, 设计了一种搜索区域可变、群体规模可变、选择压和变异率可变的遗传算法: 家族遗传算法(FGA). 从仿真效果看, 该算法收敛速度快、解的精度高, 具有应用潜力.

2 遗传算法性能分析

限于篇幅, 以下提到的定理将不再证明, 具体推

收稿日期: 2003-09-09; **修回日期**: 2003-10-28.
基金项目: 国家 973 项目(G1998030405); 陕西省自然科学基金资助项目(2001X17).
作者简介: 李建华(1975—), 男, 山东东明人, 博士生, 从事分布式人工智能的研究; 王孙安(1957—), 男, 浙江平阳人, 教授, 博士生导师, 从事机电系统的智能控制与信息处理的研究.

导和证明参见相关文献.

遗传算法由选择、交叉和变异 3 个算子构成, 而其求解的过程本质就是串的运算过程. 不失一般性, 以简单遗传算法为例. 首先引入模式概念, 对于二进制编码的个体, 模式由三值字符集合 $V = \{0, 1, *\}$ 组成, "*" 为通配符. 例如: 模式 $M = 0^*$, 代表了 $\{01, 00\}$ 的个体集合, 可见串的运算实质上就是模式的运算. GA 的运行过程就是在模式空间中寻求最优模式的过程. 引入如下定理[4]:

定理 1 假定 Se 为选择算子, 对于 c 时刻群体 $\vec{Y}$ 含有模式 M, 满足 $P_c(M) < 1$ 和模式适应度值 $f(M)$ 小于种群平均适应度值 $\bar{f}$ 的条件, 且有模式 M', $\vec{Y} \not\subset M'$, 则有

$$P_{c+1}\{\mathrm{Se}(\vec{Y}) \not\subset M'\} = 1;$$

$$P_{c+1}\{\mathrm{Se}(\vec{Y}) \not\subset M\} > 0.$$

设 $S = (0, 1)^l$ 为个体空间, l 为串长, i 和 j 表示 S 中的个体. $|S| = \bar{M}$ 表示集合中元素的个数. 引入定义无限种群 $\hat{X}$, 即 S 上的随机变量, 记为 $a_i = P\{\hat{x} = i\}$, 式中 P 为概率. 则 $\hat{X}$ 的分布向量, 无限种群为

$$\mathrm{A} = (a_0, \cdots, a_{\bar{M}-1}) = (a_i;\ i \in \mathrm{S}).$$

在独立考虑适应度选择算子时, 设 $\hat{\mathrm{F}}(\mathrm{A})$ 是在具有分布 A 的无限种群上, 通过适应值选择而得到的新的无限种群. 则

$$\hat{\mathrm{F}}(\mathrm{A})_i = \frac{f(i) \cdot a_i}{\sum_{j \in S} f(j) \cdot a_j}$$

用 $T_s(n)$ 表示经 n 步适应值选择得到的个体, 则

$$\hat{\mathrm{F}}^{(n)}(\mathrm{A})_i = P\{T_s(n) = i / \mathrm{A}\}.$$

可以得到[9]:

定理 2 设 S 上的初始无限种群 $\hat{X}$ 有分布

$$a_j = \begin{cases} 1/N,\ j \in S_0,\ |S_0| = N; \\ 0,\ j \notin S_0. \end{cases},$$

则

$$\sum_{i \in S} \left| P\{T_s(n) = i / A\} - \bar{a_i} \right| \leq 2\left(\frac{N}{|S_1|} - 1\right) \lambda^n,$$

其中

$$\lambda = \min\left(\frac{f_{\max}}{f_i};\ i \in S_0\right),$$

$$\bar{a_i} = \lim_{n \to \infty} P\{T_s(n) = i / A\} = \begin{cases} \dfrac{1}{|S_1|},\ i \in S_1; \\ 0,\ i \notin S_1. \end{cases},$$

$$S_1 = \{i;\ f(i) = \max_{j \in S} f(j)\}.$$

独立考虑变异算子, 用 $T_m(n)$ 表示经 n 步变异得到的个体, 可以得到[10]:

定理 3 设 S_0 为初始种群, $|S_0| = N$, 从 n 代到 $n+1$ 代, 个体 j 被转移到的概率 P 为

$$P = 1 - \prod_{i=1}^{N}\left(1 - \prod_{q=1}^{l}(\mu + \delta_{i_q j_q}(1 - 2\mu))\right). \tag{1}$$

其中

$$\delta_{i_q j_q} = \begin{cases} 1,\ i_q = j_q; \\ 0,\ i_q \neq j_q. \end{cases}$$

μ 为变异概率, q 为个体分量.

从定理 1 和传统的计算模式样本数的公式[5] 可以得出结论: 选择算子是优良模式增加快慢的关键, 而交叉和变异算子将破坏模式的遗传. 同时选择算子不可能产生新的模式并造成一些模式的丢失. 这里存在矛盾, 弱的选择算子虽然可以保留更多的模式, 但其必然造成高适应度的模式得不到有效保留, 算法收敛效率不高; 而强的选择算子虽然加快整体算法的收敛速度, 但也同时加快了一些模式的丢失, 算法易陷入局部最优, 即早熟. 而变异算子对早熟有抑制作用. 定理 2 说明仅考虑选择算子时, 其群体收敛速度与 N 的大小有关, N 越小收敛速度越快. 定理 3 说明变异算子将全部个体空间当作搜索空间, 其转移到某一个个体上的概率与个体空间的大小以及种群规模有关, 个体空间小而种群规模大将有助于通过变异寻找空间中的点.

综上所述, 遗传算法的性能与它的算子、种群规模、搜索空间息息相关, 如果可以适宜地调节它们, 将是提高性能的关键.

3 家族遗传算法求解过程

根据以上分析, 本文设计了家族遗传算法 (FGA), 其设计主要包括两个部分: 遗传算子设计和整体遗传算法设计. 在遗传算子的设计中主要考虑了选择压和变异算子的作用, 而在整体遗传算法设计上考虑的是群体规模和搜索区间.

3.1 自调节遗传算子

从第 1 节分析可以看出, 选择算子的设计, 不仅需考虑其本身使群体趋向高适应度群体状态而加快达到最优状态的作用, 而且要避免因选择压力过大而陷入"早熟收敛". 为此, 设计了本文中的遗传算子, 其基本思想是变的选择压加上变的变异率, 即遗传早期保持多样性为主, 中后期提高收敛速度, 末期

利用变异算子跳出局部最优 为了确定遗传算法进度而引入参数: 相异度 群体中任意两个个体的相异度如下:

$$f(a,b)=\sum_{j=0}^{l-1} a_j \oplus b_j. \quad (2)$$

式中: l 为基因链的长度, a_j 为个体 a 基因链上第 j 位基因, b_j 为个体 b 基因链上第 j 位基因

在整个群体中, 群体相异度如下所示:

$$d_t=\frac{\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=0,k\neq i}^{N} f(a_i,b_k)}{(N-1)\times(N-1)\times l}\times 100\%, \quad (3)$$

式中 N 为群体规模

由式(3) 可见, 群体的相异度越大, 代表群体的多样性越好, 当相异度变小时表明群体中个体种类在减小 进化初期群体相异度很大, 进化后期群体的相异度必然减少, 可见群体相异度可以代表进化的程度

自调节遗传算子描述如下:

1) 统计群体中相异度, 并计算每个个体的适应度值;

2) 将群体里比基因库中更好的个体保存到基因库中, 如果没有发现更好的个体, 则释放基因库中优良个体到群体中去;

3) 判断群体相异度 d_t 是否小于设定值 σ_m, 如果是, 则 $P_m = P_m + \Delta P_m$, 否则 $P_m = P_{m0}$;

4) 判断群体相异度 d_t 是否大于设定值 σ_s, 如果是, 则高于平均适应度的个体人为改变其适应度 $F_s = F\times(1-\Delta 1)$, 低于平均适应度的个体改变适应度 $F_s = F\times(1+\Delta 1)$; 否则, 高于平均适应度的个体人为改变其适应度 $F_s = F\times(1+\Delta 2)$, 低于平均适应度的个体改变适应度 $F_s = F\times(1-\Delta 2)$.

5) 选择算子: 用改变过的适应度进行赌轮算法

6) 交叉算子, 变异算子.

3.2 FGA 求解过程

算法设计的基本思想是在每一代的优良解附近形成一个微型搜索区域, 这个区域中包含的解构成最优家族, 新的种群将在这个家族中产生, 最优个体搜索也仅仅局限于这个家族 显然, 由于搜索区域的大幅度减少, 群体规模也可相应减少, 在这样的环境下, 算法的搜索能力强, 且收敛速度快 遗传算子采用 3.1 节的自调节遗传算子. FGA 描述如下:

1) 初始化基本种群, 规模总数为 N, 设定算子参数 设定当前最优家族群体数 $i=0$, 当前最优家族号 $j=0$.

2) 自调节遗传算子.

3) 对应基本种群中的适应度最大值 f_{max}, 找出解 X.

4) 初始化最优家族种群, 以 X 为中心, 建立 $X-\Delta\sim X+\Delta$ 的搜索空间, 种群数目为 m, 将这个最优家族 i 加入到最优家族的群体中, $i++$.

5) 如果 $j<i$, 转步骤 6). 否则转步骤 9).

6) 如果家族 j 经过 h 代后仍没有找到更高适应度, 则家族 j 灭亡, 用家族 $i-1$ 替换家族 j, $i--$. 否则以新的最高适应度对应的 X 为中心, 建立 $X-\Delta\sim X+\Delta$ 的搜索空间, 重新初始化最优家族 j.

7) 如果 $j<i$, 家族 j 自调节遗传算子.

8) $j++$, 转步骤 5).

9) 中止条件判断, 不中止则转步骤 2).

在上述 FGA 的求解过程中, 步骤 4) 和步骤 6) 初始化最优家族的过程决定了新的个体空间, 其空间的大小由最优家族的个体串长 l 决定

4 实验与仿真

本文首先采用文献[7]中两个函数进行仿真实验, 并将结果与文献[7]中的结果对比, 结果令人满意

例 1

$$f_1(x)=\left|(1-x)\times x^2\times\sin(200\pi x)\right|,\quad x\in(0,1).$$

例 2

$$f_2(x)=(1-2\sin^{20}(3\pi x)+\sin^{20}(20\pi x))^{20},\quad x\in(0,1).$$

$f_1(x)$ 在定义域中有 200 个极大极小值, 而 $f_2(x)$ 在定义域中有 20 个极大极小值, 用其他方法很难求解

表 1 是一个结果表, 其中 GA 和 Improved GA 的结果源自文献[7], 文献[7]中提出了一种改进的遗传算法, 其搜索速度提高了一个数量级, 精度也有所提高 本文中的 FGA 与其对比, 在 f_1 函数的测试中, FGA 的精度有所提高, 在 f_2 函数的测试中 FGA 收敛速度和精度也有提高 由于算法工作的环境不同, 表中的消耗时间不具有可比性 为此, 本文测试了下面的函数 $f_3(x,y)$ 和 $f_4(x,y)$. 采用的对比遗传算法是最优个体保存遗传算法

$$f_3(x,y)=0.5-\frac{\sin^2\sqrt{x^2+y^2}-0.5}{1+0.001\times(x^2+y^2)^2},\quad x,y\in[-10,10].$$

$$f_4(x,y)=-(x^2+y^2)^{0.25}(\sin^2 50(x^2+$$

$y^2)^{0.1} + 1.0)$,

$x, y \in [-5.12, 5.12]$.

这两个函数在求解的定义域中有多个极大、极小值, 且变化速度快.

表 2 是实验结果, 可以看出 FGA 的收敛速度非常快, 几乎有了数量级上的提高, 而其解的精度也有所提高, 整体算法效果显著, FGA 的选择和变异算子对算法影响可从群体相异率看出, 图 1 和图 2 是函数 f_3 测试中的群体相异率在 FGA 和 GA 中的变化对比, FGA 的选择算子使算法整体收敛速度比 GA 快, 而 FGA 的变异算子确保在算法进入到早熟的危险区后通过增大变异率跳出早熟.

图 3 和图 4 分别是 f_3 和 f_4 测试中的家族数目变化图. 进化开始, 每一代都将产生一个优良家族, 优良家族和普通家族并行进化. 经过内部杂交, 优良家族获得更好个体, 同时也获得了继续生存的权利. 如果优良家族不能在指定的时间内获得更好的基因, 则家族灭亡.

4 次测试中 FGA 选取参数见表 3, 参数的含义参照第 2 节算法的求解过程. f_3 和 f_4 测试中对比的自调节遗传算法种群规模为 100, 变异率为 0.000 1, 杂交率为 0.9. 计算机工作环境: PIII866, 256M 内存, 编程环境 VC6.0.

表 1 例 1 和例 2 求解 20 次得到的平均值

算法	$f_1(x)$			$f_2(x)$		
	迭代次数	时间/ms	最大值	迭代次数	时间/ms	最大值
GA	80	659.3	0.128 699	120	1 112.6	454 176.219
增强型 GA	8	494.5	0.148 092	18	934.9	1 007 603.125
FGA	8	55.7	0.148 112	8	50.9	1 045 721.213

表 2 例 3 和例 4 求解 20 次得到的平均值

算法	$f_3(x)$			$f_4(x)$		
	迭代次数	时间/ms	最大值	迭代次数	时间/ms	最大值
GA	120	1 392.1	0.963 554	200	2 293.7	-0.442 872
FGA	12	84.0	0.999 999	20	180.0	-0.006 842

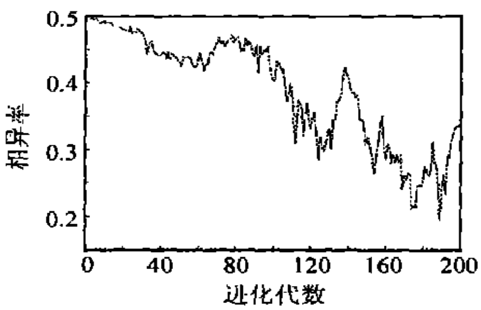

图 1 GA 相异率变化

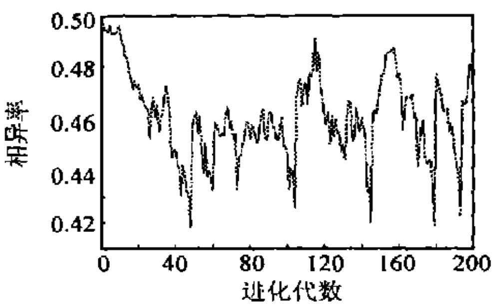

图 2 FGA 相异率变化

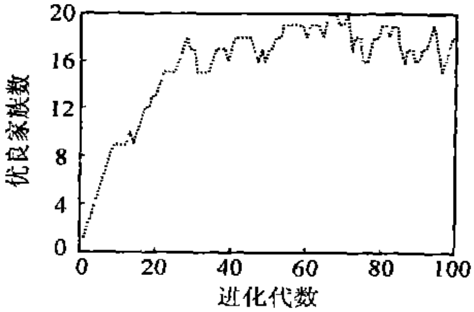

图 3 f_3 测试中家族数

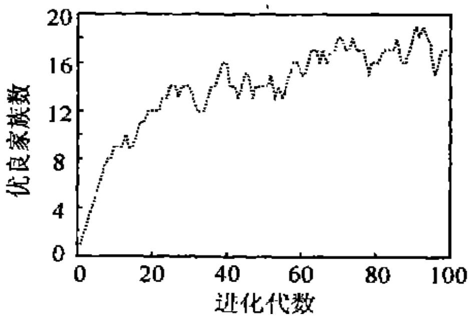

图 4 f_4 测试中家族数

表 3　FGA 选用参数表

函数	Δ	m	h	N	P_m	交叉率	Δp_m	Δ1	Δ2	Σ_m	Σ_s
$f_1(x)$	0.1	8	10	40	0.000 1	0.9	0.1	0.02	0.2	0.42	0.49
$f_2(x)$	0.15	8	10	40	0.000 1	0.9	0.1	0.02	0.2	0.42	0.49
$f_3(x,y)$	0.2	6	10	40	0.000 1	0.9	0.1	0.02	0.2	0.42	0.49
$f_4(x,y)$	0.1	8	8	40	0.000 1	0.9	0.1	0.02	0.2	0.42	0.49

5　结　　语

本文分析了影响遗传算法性能的因素, 在此基础上设计了一个新的家族遗传算法. 该算法的主要思想是改良选择和变异算子, 同时在优良解附近的微型空间构造优良家族, 并在其中寻找更优的个体, 实现"龙生龙, 凤生凤." 在对比的实验中, FGA 比传统的遗传算法收敛速度几乎有了数量级上的飞跃, 精度也提高很多, 说明该算法具有应用的潜力.

参考文献(References):

[1] Holland J H. *Adaptation in Nature and Artificial System* [M]. Ann Arbor: The University of Michigan Press, 1975.

[2] Radolph G. Convergence analysis of canonical genetic algorithms[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1994, 5(1): 96-101.

[3] Qix F. Palmieri theoretical analysis of evolutionary algorithms with an infinite population size in continuous space [J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1994, 5(1): 102-129.

[4] 庄健, 王孙安. 自调节遗传算法的研究[J]. 西安交通大学学报, 2002, 36(11): 359-363.
(Zhuang J, Wang S A. Study on self-adjusting of gene migration genetic algorithm [J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 1994, 36(11): 359-363.)

[5] 陈国良, 王煦法, 庄镇泉, 等. 遗传算法及其应用[M]. 北京: 人民邮电出版社, 1996.

[6] 张铃, 张钹. 统计遗传算法[J]. 软件学报, 1997, 8(5): 335-344.
(Zhang L, Zhang B. The statistical genetic algorithm [J]. *J of Software*, 1997, 8(5): 335-344.)

[7] 张铃, 张钹. 遗传算法机理的研究[J]. 软件学报, 2000, 11(7): 945-952.
(Zhang L, Zhang B. Research on the mechanism of genetic algorithms[J]. *J of Software*, 2000, 11(7): 945-952.)

[8] Chen Wei, Chen Li, Ma Yao. The improvement of genetic algorithm performance[A]. *Proc of 2002 Int Conf On Machine Learning and Cybernetics* [C]. Beijing, 2002. 945-951.

[9] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001. 54-79.

[10] 李建华, 王孙安. 最优家族遗传算法[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(1): 77-80.
(Li J H, Wang S A. Optimum family genetic algorithm [J]. *J of Xi'an Jiaotong University*, 2004, 38(1): 77-80.)

(上接第 998 页)

参考文献(References):

[1] Perng Chang-Shing, Wang Haixun, Ma Sheng, et al. User-directed explorarion of mining space with multiple attribustes [A]. *In the 2nd IEEE Int Conf on Data Mining (ICDM)* [C]. Maebashi, 2002. 394-401.

[2] Bayardo R J, Agrawal R. Mining the most interseting rules [A]. *Proc of 5th Int ACM SIGKDD Int Conf Knowledge Discovery Data Mining* [C]. San Diego, 1999. 145-154.

[3] 韩祯祥, 张琦, 文福拴. 粗糙集理论及其应用综述[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(2): 153-157.
(Han Z X, Zhang Q, Wen F S. A survey on rough set theory and its application [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(2): 153-157.)

[4] Zhao K, Wang J. A reduction algorithm meeting users' requirements [J]. *J of Computer Science and Technology*, 2002, 17(5): 578-593.

[5] 王珏. Rough Set 约简与数据浓缩[J]. 高技术通讯, 1997, (11): 40-45.
(Wang J. Rough set reduction and data enriching[J]. *High Technology Letters*, 1997, (11): 40-45.)