

文章编号: 1001-0920(2005)01-0051-04

## 基于开环-闭环控制的离散动力系统同步研究

张保银<sup>1</sup>, 岳毅宏<sup>1</sup>, 韩文秀<sup>1</sup>, 张伟波<sup>2</sup>

(1. 天津大学 管理学院, 天津 300072; 2. 中国华电集团 计划发展部, 北京 100035)

**摘 要:** 基于开环-闭环控制, 提出了一种离散动力系统同步方法. 系统地论述了该方法的基本原理, 指出了该方法在实际应用中应注意的一系列问题. 在此基础上, 推导出为实现系统同步应采取控制策略的具体形式, 并从理论上对其鲁棒性进行了论证. 数字模拟结果表明, 该方法不仅具有较高的同步效率, 而且具有很强的适用性, 能够在不同条件下实现两个同类或异类离散动力系统的同步.

**关键词:** 开环-闭环控制; 同步; 鲁棒性; 主系统; 从系统

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## On the synchronization of discrete-time dynamical systems based on open-plus-closed-loop control

ZHANG Bao-yin<sup>1</sup>, YUE Yi-hong<sup>1</sup>, HAN Wen-xiu<sup>1</sup>, ZHANG Wei-bo<sup>2</sup>

(1. School of Management, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Department of Planning and Development, China Huadian Corporation, Beijing 100035, China. Correspondent: YUE Yi-hong, E-mail: yh\_yue@sina.com)

**Abstract:** A synchronization method for discrete-time dynamical systems is proposed based on the open-plus-closed-loop control. Its principle is demonstrated systematically. A series of problems of this method in actual application are pointed out. On the basis, the specific form of control strategy used for two discrete-time dynamical systems to get synchronization is deduced. The robustness of the suggested method is rigorously proved in theoretical aspect. Numerical simulation shows that this synchronization method is not only more efficient, but also very practicable. Under different conditions, it can realize synchronization of two discrete-time dynamical systems with same or different type.

**Key words:** open-plus-closed-loop control; synchronization; robustness; master system; slaver system

### 1 引 言

随着混沌系统控制理论的不断发展与完善, 有关混沌系统同步的研究已经引起各个领域的广泛重视<sup>[1~4]</sup>. 已有的研究表明, 对于两个结构完全相同的混沌系统, 可通过在其中一个系统中引入适当的反馈信号来达到两者同步的目的<sup>[5,6]</sup>.

作为混沌系统同步的基础, 混沌控制方法的性能和效率对于系统同步的实现至关重要. 自 Jackson 等人<sup>[7]</sup>提出开环-闭环控制法以来, 该方法成功地应用于离散混沌系统和高维混沌系统的控制中<sup>[8]</sup>, 显示出了开环-闭环控制法所具有的良好性

能. 但到目前为止, 将该方法应用于混沌系统同步的研究尚未见报道. 基于此, 本文提出一种基于开环-闭环控制的离散系统同步方法, 并从理论上对该方法的鲁棒性进行了严格论证. 数字模拟结果表明, 该方法不仅可以实现两个混沌系统的同步, 以及混沌系统与周期系统的同步, 而且对于两个异类系统, 该方法同样有效.

### 2 同步原理

考虑如下两个离散的动力系统:

$$X_{n+1} = f(X_n), \quad (1)$$

$$Y_{n+1} = h(Y_n). \quad (2)$$

收稿日期: 2003-05-29; 修回日期: 2003-07-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(79970043).

作者简介: 张保银(1974—), 男, 山东菏泽人, 博士后, 从事管理系统工程、循环经济学等研究; 韩文秀(1938—), 女, 山东济南人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统理论、混沌系统理论及控制等研究.

式中:  $X_n, Y_n \in \mathbf{R}^N$  表示系统状态;  $f, h: \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}^N$  是两个光滑映射. 此时, 假定系统(1)为主系统, 系统(2)为从系统, 且系统(2)可控. 为实现两者同步, 在式(2)中引入同步控制信号  $U_n$ , 则有

$$Y_{n+1} = h(Y_n) + U_n, \quad (3)$$

为得到式(3)的线性近似, 在  $X_n$  附近对式(3)进行泰勒展开, 得

$$Y_{n+1} = h(X_n) + D h_n(Y_n - X_n) + U_n, \quad (4)$$

式中雅可比矩阵  $D h_n = [\partial h_i / \partial Y_n]_{Y_n = X_n} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ . 构造同步控制策略

$$U_n = U_n^o + U_n^c, \quad (5)$$

式中  $U_n^o$  和  $U_n^c$  分别表示开环控制信号和闭环控制信号, 其表达式为

$$\begin{cases} U_n^o = X_{n+1} - h(X_n), \\ U_n^c = (D h_n - A_n)(X_n - Y_n). \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\{A_n\}$  为  $N \times N$  矩阵序列, 且使得

$$Z_{n+1} = A_n Z_n \quad (7)$$

只有稳定的零解. 将式(5), (6)代入(4), 可得

$$Y_{n+1} - X_{n+1} = A_n(Y_n - X_n). \quad (8)$$

由式(7)和(8)知

$$\lim_n |Y_n - X_n| = 0 \quad (9)$$

由式(9)可知, 基于同步控制策略  $U_n$  可逐步实现动力系统(1)与(2)两者的同步.

观察式(5)可知, 当  $f(\bullet) = h(\bullet)$  时  $U_n^o = 0$ , 则同步控制信号  $U_n = U_n^c$ , 此时为闭环控制; 同理, 当  $A_n = D h_n$  时  $U_n^c = 0$ , 则同步控制信号  $U_n = U_n^o$ , 此时为开环控制. 在实际系统的同步控制中, 为方便起见, 取  $\{A_n\}$  为一常矩阵  $A$ , 且矩阵  $A$  的所有特征值的绝对值都小于 1.

在应用上述方法进行实际系统的同步控制时, 必须注意以下 3 点: 1) 设主、从系统过渡演化步数为  $n_0$ , 则一般在  $n > n_0$  时对从系统施加控制; 2) 只有当从系统状态  $Y_n$  处于主系统状态  $X_n$  的微小邻域内时, 才能实现式(4)对(3)的线性近似; 3) 为防止同步控制过程中从系统出现突发反应, 在从系统状态接近主系统状态时, 必须激活开环-闭环控制. 基于以上 3 点, 在实际应用中, 同步控制策略  $U_n$  应采用以下形式:

$$U_n = S(n - n_0) \cdot S(\epsilon - |Y_n - X_n|) \times (U_n^o + U_n^c). \quad (10)$$

其中:  $\epsilon$  称为阈值, 该值取一个很小的正数;  $S(x)$  为开关函数, 定义为

$$S(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (11)$$

观察式(10)可知, 过渡迭代步数  $n_0$  及阈值  $\epsilon$  的

大小决定着同步控制的启动时间, 因此  $n_0$  和  $\epsilon$  值对同步控制的效率具有重要影响. 在一定的范围内减小  $n_0$  或增大  $\epsilon$  可使控制提前启动, 从而使主、从系统得到同步所需的迭代步数减少; 相反, 若增大  $n_0$  或减小  $\epsilon$ , 控制启动时间会推迟, 从而使系统得到同步所需的迭代步数增加.

### 3 鲁棒性分析

对于主、从系统, 假定式(1)和(2)只能足够好地刻画其运行规律, 而真正规律则分别由下列映射描述:

$$X_{n+1} = G(X_n), \quad (12)$$

$$Y_{n+1} = E(Y_n), \quad (13)$$

式中  $X_n, Y_n \in \mathbf{R}^N$ . 此时称系统(1)和(2)为模型系统, 系统(12)和(13)为真实系统. 本文所述的同步控制方法具备鲁棒性是指: 假如式(1)与(12), 式(2)与(13)之间的误差足够小, 则为模型系统(1)和(2)所设计的同步控制策略(5)能够足够好地使真实系统(12)与(13)实现同步.

对于序列  $\{Z_n\}$ , 主、从系统的模型误差可描述为

$$\begin{cases} \max_{n=1,2,\dots} |G(Z_n) - f(Z_n)| = \delta_1, \\ \max_{n=1,2,\dots} |E(Z_n) - h(Z_n)| = \delta_2, \\ \max_{n=1,2,\dots} |D E(Z_n) - D h(Z_n)| = \eta \end{cases} \quad (14)$$

如果模型(1)和(2)足够好, 则  $\delta_1, \delta_2$  和  $\eta$  值非常小. 这里取  $A_n$  为常矩阵  $A$ . 因为  $A$  的所有特征值都小于 1, 所以选定  $A$ , 使得

$$A < 1 - \eta \quad (15)$$

为实现系统(12)与(13)同步, 对从系统(13)施加控制信号  $U_n$ , 则式(13)变为

$$Y_{n+1} = E(Y_n) + U_n \quad (16)$$

将式(16)在  $X_n$  附近泰勒展开, 得

$$Y_{n+1} = E(X_n) + D E_n(Y_n - X_n) + U_n \quad (17)$$

式中  $D E_n = [\partial E / \partial Y_n]_{Y_n = X_n} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ . 令

$$\Delta_n = |Y_n - X_n| \quad (18)$$

将同步控制策略(5)代入(17), 由式(14)可得

$$\begin{aligned} \Delta_{n+1} = & |E(X_n) - h(X_n) + f(X_n) - G(X_n) + \\ & (D E_n - D h_n)(Y_n - X_n) + A(Y_n - X_n)| \\ & |E(X_n) - h(X_n)| + |G(X_n) - f(X_n)| + \\ & |D E_n - D h_n| \cdot |Y_n - X_n| + \\ & A \cdot |Y_n - X_n| < \\ & (\delta_1 + \delta_2 + (\eta + A)) \Delta_n \end{aligned} \quad (19)$$

由式(19), 可得

$$\Delta_n < (\delta_1 + \delta_2) \sum_{i=0}^{n-1} (\eta + A)^i + (\eta + A)^n \Delta_1 =$$

$$(\delta_1 + \delta_2) \frac{1 - (\eta + \frac{A}{A})^n}{(1 - \eta - \frac{A}{A})} + (\eta + \frac{A}{A})^n \Delta_1 \tag{20}$$

对式(20)取极限,可得

$$\lim_n \Delta_n = \lim_n |Y_n - X_n| < \frac{\delta_1 + \delta_2}{1 - \eta - \frac{A}{A}} \tag{21}$$

式(21)表明,只要模型系统与真实系统的误差  $\delta_1, \delta_2, \eta$  足够小,则认为实现模型系统同步,而对模型从系统(2)施加的开环 - 闭环同步控制策略可以在真实系统(12)与(13)的同步控制中取得很好的效果也就是说,本文所述的基于开环 - 闭环控制的系统同步方法具备鲁棒性

### 4 实例模拟

#### 4.1 同类系统间的同步

基于以上同步理论,下面以 Logistic 映射<sup>[9]</sup>为例来演示两个同类系统的同步. 设定主、从系统的初值分别为  $x_0 = 0.1, y_0 = 0.9$ , 在以下 3 种条件下实现两个 Logistic 的同步: 1) 取主、从系统参数分别为  $a = 3.7, b = 4$ , 此时主、从系统皆为混沌系统; 2) 取

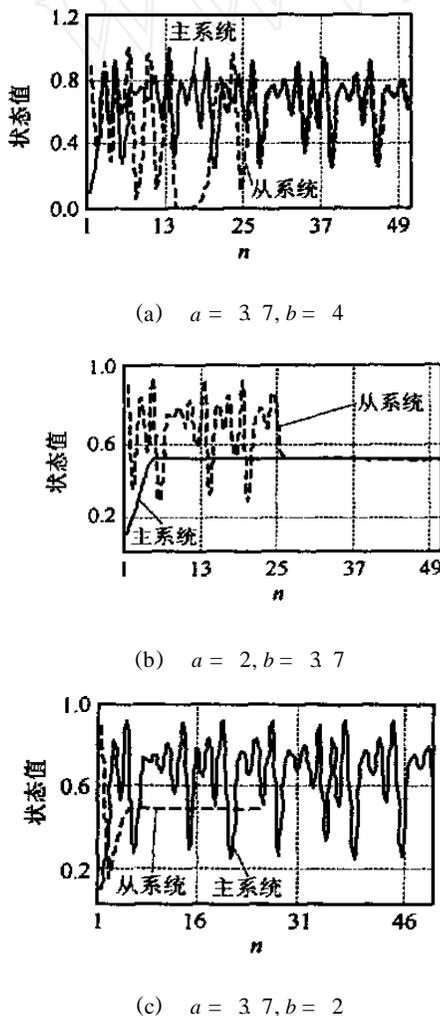


图 1 不同条件下 Logistic 映射同步结果

$a = 2, b = 3.7$ , 此时主系统为周期系统, 从系统为混沌系统; 3) 取  $a = 3.7, b = 2$ , 此时主系统为混沌系统, 从系统为周期系统. 在进行同步控制时, 分别设定参数  $n_0 = 20, \epsilon = 0.1, A_n = 0.1$ , 两个 Logistic 映射的同步控制结果如图 1 所示

#### 4.2 异类系统间的同步

以 Henon 映射<sup>[9]</sup>为主系统, Logistic 映射<sup>[9]</sup>为从系统, 通过 Logistic 映射和 Henon 映射某一维演化轨迹  $\{y_n\}$  的同步来验证开环 - 闭环同步控制法在异类系统同步控制中的可行性. 设定 Logistic 映射初值  $x_0 = 0.9$ , Henon 映射初值  $y_0 = 0.1, z_0 = 0.2$ , 在以下 3 种条件下实现 Logistic 映射与 Henon 映射的同步: 1) 取主、从参数分别为  $p = 1.37, a = 4$ , 此时两者皆为混沌系统; 2) 取  $p = 0.15, a = 4$ , 此时主系统为周期系统, 从系统为混沌系统; 3) 取  $p = 1.37, a = 2.5$ , 此时主系统为混沌系统, 从系统为周期系统. 在进行同步控制时, 分别设定参数  $n_0 = 20, \epsilon = 0.1, A_n = 0.1$ , 同步结果如图 2 所示

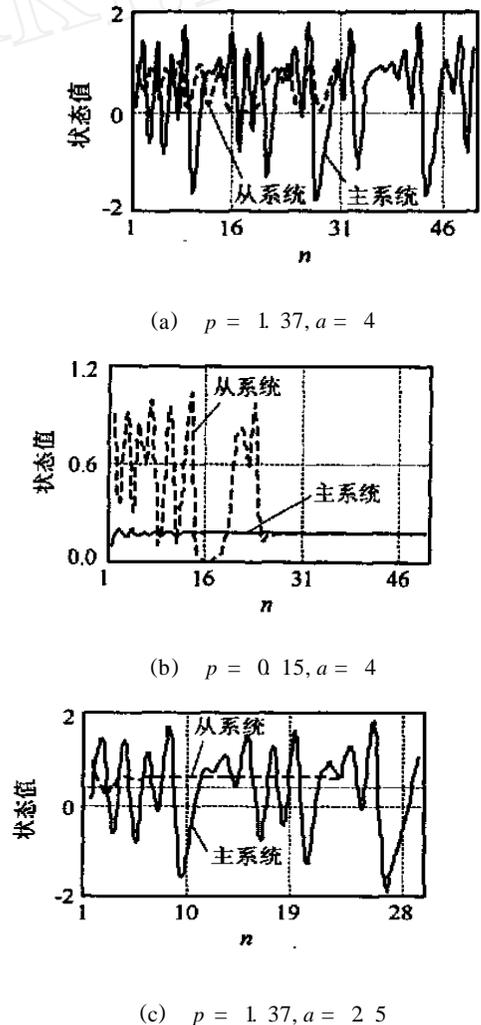


图 2 不同条件下 Logistic 映射与 Henon 映射同步结果  
 由图 1 和图 2 可以看出, 无论对同类系统还是对异类系统, 在各种不同的条件下, 基于开环 - 闭环

控制的同步方法都能使主、从系统在较短的时间内进入同步状态。这说明本文所述方法不仅是有效的,而且具有较高的同步效率。

## 5 结 语

本文基于开环-闭环控制法提出了一种新的离散动力系统同步方法,并从理论上严格论证了该方法的鲁棒性。借助于数字模拟展示了该方法具有较高的同步效率,也验证了其良好的适用性:1)既可以实现两个混沌系统间的同步,又可以实现混沌系统与非混沌系统的同步;2)既可以实现同类系统间的同步,又可以实现异类系统间的同步。因此,该方法必将具有广阔的应用前景。

## 参考文献(References)

- [1] Peng J P, Ding E J, Ding M, et al. Synchronizing hyperchaos with a scalar transmitted signal [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(2): 904-907.
- [2] Kocarev L, Parlitz U. Generalized synchronization, predictable, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems [J]. *Physical Review Letters*, 1996, 76(3): 1816-1819.
- [3] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization of chaotic systems [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(2): 821-824.
- [4] Viera M d S, Lichtenberg A J, Lieberman M A. Synchronization of regular and chaotic systems [J]. *Physics Review A*, 1992, 46(12): 7359-7362.
- [5] Cuomo KM, Oppenheim A V. Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications [J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(7): 65-68.
- [6] Ömer Morgül. On the synchronization of logistic maps [J]. *Physics Review A*, 1998, 247(10): 391-396.
- [7] Jackson E A, Grosu I. An open-plus-closed-loop (opcl) control of complex dynamical systems [J]. *Physica D*, 1995, 85(1): 1-9.
- [8] Chen Liqun. An open-plus-closed control for discrete chaos and hyperchaos [J]. *Physics Letters A*, 2001, 281(4): 327-333.
- [9] 岳毅宏, 韩文秀. 基于有限外力扰动的OGY控制法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2003, 25(1): 61-64. (Yue Y H, Han W X. OGY control method based on bounded outer-force perturbation [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(1): 61-64.)
- [5] Narendra K S, Balakrishnan J. Improving transient response of adaptive control systems using multiple models and switching [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1861-1866.
- [6] Narendra K S, Balakrishnan J. Adaptive control using multiple models [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(2): 171-187.
- [7] Narendra K S, Xiang C. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(9): 1669-1686.
- [8] 王昕, 岳恒, 柴天佑, 等. 基于多模型切换的多变量直接自适应极点配置控制器 [J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(增刊): 23-27. (Wang X, Yue H, Chai T Y, et al. Multivariable direct adaptive pole placement controller using multiple models [J]. *Control Theory and Application*, 2001, 18(S): 23-27.)
- [9] 王昕, 岳恒, 柴天佑. 一类非最小相位系统的多变量多模型解耦控制器 [J]. *控制与决策*, 2003, 18(1): 7-13. (Wang X, Yue H, Chai T Y. Multivariable Decoupling Controller Using Multiple Models for a non-minimum phase system [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(1): 7-12.)
- [10] 王昕, 李少远, 岳恒. 一类非线性系统的多模型神经网络解耦控制器 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(4): 424-428. (Wang X, Li S Y, Yue H. Multiple Models Neural Network Decoupling Controller For a Nonlinear System [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(4): 424-428.)
- [11] Narendra K S, Balakrishnan J, Ciliz M K. Adaptation and learning using multiple models, switching, and tuning [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 1995, 15(3): 37-51.
- [12] Zhivoglyadov P V, Middleton R H, Fu M. Localization based switching adaptive control for time-varying discrete-time systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(4): 752-755.
- [13] Maybeck P S, Hentz K P. Investigation of moving-bank multiple model adaptive algorithms [J]. *J of Guidance Control Dynamics*, 1987, 10(1): 90-96.
- [14] 王昕. 多模型自适应解耦控制器的研究 [D]. 沈阳: 东北大学, 2002.
- [15] Goodwin G C, Ramadge P J, Caines P E. Discrete-time multivariable adaptive control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1980, 25(3): 449-456.

(上接第22页)