

文章编号: 1001-0920(2005)01-0065-04

一种具有强鲁棒性的模型参考自适应控制系统

王柏林

(淮海大学 电气工程学院, 江苏 南京 210098)

摘要: 提出一种模型参考自适应控制系统, 该系统只要求知道对象阶次的上界, 不要求对象严格正实和最小相位, 并且允许存在建模误差和作用在对象任何部位的大幅值高频干扰. 系统的强鲁棒性来源于特殊的系统结构和对信号的良好滤波. Lyapunov 稳定性理论证明了系统的渐近稳定性, Matlab 仿真验证了系统的强鲁棒性.

关键词: 模型参考自适应; 鲁棒性; 建模误差

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Model reference adaptive control system with strong robustness

WANG Bai-lin

(School of Electric Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China. Correspondent: WANG Bai-lin, E-mail: phdwb1@263.net)

Abstract: A novel model reference adaptive control system is proposed, which requires the knowledge of upper bound of the plant degree without the strictly positive real condition and minimum phase. It has strong robustness for the plant with modeling errors and stronger high frequency disturbance. The robustness stems from the particular structure and excellent filters in the structure. The asymptotical stability of the adaptive system is proved by using Lyapunov stability theory. The strong robustness is shown by Matlab simulation.

Key words: model reference adaptive control; robustness; modeling errors

1 引言

Rohrs 揭示了模型参考自适应控制系统(MRAS)鲁棒性弱的缺陷^[1]. 长期以来, 提高MRAS的鲁棒性一直成为广为关注的课题. 现已提出一些提高MRAS鲁棒性的方法, 比如: 对MRAS施加持续激励信号, 增加控制死区, 对信号进行滤波, 修改自适应律等^[2~4]. 如何在提高鲁棒性的同时不恶化稳态性能, 怎样在加进滤波器后不破坏严正实条件, 能否让增广自适应律达到工程实用程度, 这些都有待于进一步研究.

MRAS可分为直接式和间接式两种. 直接式MRAS结构刻板, 要求准确知道对象的阶次和相对阶, 并要求对象是最小相位且严格正实, 这使其鲁棒性的提高十分困难; 间接式MRAS不要求准确知道对象的相对阶, 也不要求对象为最小相位和严格正实, 但通常要求持续激励.

一种介于二者之间的MRAS更容易解决鲁棒性问题^[5~7]. 它的结构类似于间接式MRAS, 而整个系统又能与直接式MRAS等价. 本文沿用这一思路, 提出一种新的具有强鲁棒性的MRAS.

2 系统结构与自适应律

本文提出的MRAS结构如图1所示. 图中环节1是被控对象, 它是线性定常的, 可为非最小相位, 阶次的上界已知, 相对阶未知, $r(t)$ 为有界参考输入函数, $d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 为未知的有界扰动函数; 各环节中的 $[\lambda(s)]^{-1}$ 和 $[1 + Ts]^{-1}$ 都是低通滤波器; 环节3~5组成可调模型; 环节6和7为控制器; 带*号的多项式表示可调参数收敛到常数时的等价拉氏变换式, 各多项式定义如下:

$$\begin{aligned}c(s) &= s^m + c_{n-1}s^{m-1} + \dots + c_1s + c_0, \\d(s) &= s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0, \\ \lambda(s) &= s^{n-1} + \lambda_{n-2}s^{n-2} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0,\end{aligned}$$

收稿日期: 2004-06-21; 修回日期: 2004-08-05

作者简介: 王柏林(1947—), 男, 江苏泰州人, 教授, 博士生导师, 从事控制理论与应用、电能质量分析与控制的研究.

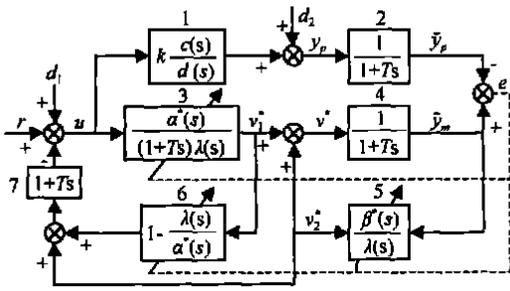


图1 MRAS 结构

$$\alpha^*(s) = \alpha_{n-1}^* s^{n-1} + \dots + \alpha_1^* s + \alpha_0^*,$$

$$\beta^*(s) = \beta_{n-1}^* s^{n-1} + \dots + \beta_1^* s + \beta_0^*.$$

其中: n 为对象阶次的上界; m ($0 < m < n$) 为未知整数; k, c_i 和 d_i ($i = 0, 1, \dots, n-1$) 均为未知常数; α^* 和 β^* ($i = 0, 1, \dots, n-1$) 为待定常数; $\lambda(s)$ 为选定的稳定多项式, 并且 $[\lambda(s)]^{-1}$ 具有良好的低通特性; T 为选定的正常数, 它决定了参考模型的响应, 一般取 $T = 1$.

从 u 到 \bar{y}_m 的等价传递函数为

$$\frac{\bar{y}_m(s)}{u(s)} = \frac{\alpha^*(s)}{(1+Ts)\lambda(s)} \frac{1/(1+Ts)}{[1 - \frac{\beta^*(s)}{(1+Ts)\lambda(s)}]} = \frac{\alpha^*(s)}{(1+Ts)[(1+Ts)\lambda(s) - \beta^*(s)]} \quad (1)$$

可调模型与对象模型(包括滤波器 2) 完全匹配的条件是

$$\frac{\alpha^*(s)}{(1+Ts)[(1+Ts)\lambda(s) - \beta^*(s)]} = \frac{kc(s)}{(1+Ts)d(s)} \quad (2)$$

即

$$kc(s)[(1+Ts)\lambda(s) - \beta^*(s)] = d(s)\alpha^*(s) \quad (3)$$

式(3) 左边 =

$$k(s^m + \dots + c_1s + c_0)[(1+Ts)(s^{n-1} + \dots + \lambda_1s + \lambda_0) - (\beta_{n-1}^* s^{n-1} + \dots + \beta_1^* s + \beta_0^*)] = k(s^m + \dots + c_1s + c_0)[Ts^n + \dots + (\lambda_1 + T\lambda_0 - \beta_1^*)s + (\lambda_0 - \beta_0^*)] = kTs^{n+m} + \dots + k[c_0(\lambda_1 + T\lambda_0 - \beta_1^*) + c_1(\lambda_0 - \beta_0^*)]s + kc_0(\lambda_0 - \beta_0^*),$$

式(3) 右边 =

$$(s^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0)(\alpha_{n-1}^* s^{n-1} + \dots + \alpha_1^* s + \alpha_0^*) = [\alpha_{n-1}^* s^{2n-1} + (\alpha_{n-1}^* d_{n-1} + \alpha_{n-2}^*)s^{2n-1} + \dots + (\alpha_0^* d_1 + \alpha_1^* d_0)s + \alpha_0^* d_0]$$

因为 $m = n-1$, 所以式(3) 右边为 $2n-1$ 阶, 左边

最高为 $2n-1$ 阶, 有 $2n$ 个独立可调参数, 方程(3) 一定有解 设一组解为

$$\alpha^* = [\alpha_0^* \ \alpha_1^* \ \dots \ \alpha_{n-1}^*]^T,$$

$$\beta^* = [\beta_0^* \ \beta_1^* \ \dots \ \beta_{n-1}^*]^T.$$

将这组解代入式(2), 则等式成立 显然, 式(2) 成立时, $\bar{y}_p = \bar{y}_m$ (设初始条件均为 0), 所以

$$\bar{y}_p(s) = \frac{1}{1+Ts} v^*(s), \quad (4)$$

其中

$$v^*(s) = \frac{\alpha^*(s)}{(1+Ts)\lambda(s)} u(s) + \frac{\beta^*(s)}{\lambda(s)} \bar{y}_m(s) = \frac{\bar{\alpha}^*(s)}{\lambda(s)} u(s) + \frac{\bar{\beta}^*(s)}{\lambda(s)} \bar{y}_m(s) + \beta_{n-1}^* \bar{y}_m(s). \quad (5)$$

其中

$$\bar{\alpha}^*(s) = \frac{1}{T} \alpha^*(s), \quad \bar{\lambda}(s) = \left[s + \frac{1}{T} \right] \lambda(s),$$

$$\bar{\beta}^*(s) = (\beta_{n-2}^* - \beta_{n-1}^* s^{n-2} + \dots + (\beta_1^* - \beta_{n-1}^* s + (\beta_0^* - \beta_{n-1}^*)).$$

定义

$$\bar{\alpha}^* = \frac{1}{T} \alpha^*,$$

$$\bar{\beta}^* = [(\beta_0^* - \beta_{n-1}^*) \dots (\beta_{n-2}^* - \beta_{n-1}^*)]$$

将式(5) 化为

$$v^*(s) = \bar{\alpha}^{*T} w_1(s) + \bar{\beta}^{*T} w_2(s) + \beta_{n-1}^* \bar{y}_m(s). \quad (6)$$

其中

$$w_1(s) = [\bar{\lambda}(s)]^{-1} [1 \ s \ \dots \ s^{n-1}]^T u(s),$$

$$w_2(s) = [\lambda(s)]^{-1} [1 \ s \ \dots \ s^{n-2}]^T \bar{y}_m(s).$$

在时域(6) 可写成

$$v^*(t) = \bar{\alpha}^{*T} w_1(t) + \bar{\beta}^{*T} w_2(t) + \beta_{n-1}^* \bar{y}_m(t) = \theta^{*T} w(t). \quad (7)$$

其中

$$\theta^{*T} = [\bar{\alpha}^{*T} \ \bar{\beta}^{*T} \ \beta_{n-1}^*],$$

$$w^T(t) = [w_1^T(t) \ w_2^T(t) \ \bar{y}_m(t)]$$

令 $M(s) = 1/(1+Ts)$, 并定义与之对应的时域算子 $M(\bullet)$, 则由式(4) ~ (7) 有

$$\bar{y}_p(t) = M[\theta^{*T} w(t)] \quad (8)$$

实际上, θ^* 是可调向量 $\theta(t)$ 的一组取值, 定义

$$v(t) = \theta^T(t) w(t), \quad (9)$$

显然, 一般情况下(不管式(2) 是否成立) 有

$$\bar{y}_m(t) = M[\theta^T(t) w(t)] \quad (10)$$

令 $e(t) = \bar{y}_m(t) - \bar{y}_p(t)$, 由式(8) 和(10) 得

$$e(t) = M[\theta^T w(t) - \theta^{*T} w(t)] =$$

$$M [\dot{\Phi}(t)w(t)], \tag{11}$$

其中 $\Phi(t) = \theta(t) - \theta^*$. 式(11) 即为

$$\dot{e} = -\frac{1}{T}e + \Phi(t)w(t). \tag{12}$$

取正定函数

$$V(e, \Phi) = \frac{1}{2}ge^2 + \frac{1}{2}\Phi\Phi, g > 0$$

显然有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \Phi) &= gee' + \dot{\Phi}\Phi \\ &- g\frac{1}{T}e^2 + ge\Phi_w + \dot{\Phi}\Phi \end{aligned}$$

定义自适应律

$$\dot{\theta}(t) = -g\Phi w(t), \tag{13}$$

可得

$$\dot{V}(e, \Phi) = -g\frac{1}{T}e^2 \leq 0 \tag{14}$$

从而有 $e \in L_2, \Phi \in L_2, V \in L_2$. 因为 $r(t), d_1(t)$ 和 $d_2(t)$ 均有界, $M(s)$ 稳定, 所以 $w(t) \in L_2$. 进而由式(12) 有 $e \in L_2$, 由式(14) 有

$$\begin{aligned} g\int_0^T e^2(t)dt &= -\int_0^T \dot{V}(t)dt = \\ &V(0) - V(\infty) < \infty. \end{aligned}$$

由此得 $e \in L_2$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. 由自适应律(13) 可知, 每一可调参数一定收敛到常数

注意: 本系统不要求参数收敛到真值, 所以不需要持续激励

上述结果已初现这种MRAS的鲁棒性, 因为它对对象的要求已放宽到: 只要知道阶的上界而不需知道相对阶, 不要求对象是最小相位和严格正实, 也不要求持续激励

Rohrs 论证了MRAS在某些高频干扰下会导致系统的输出发散. 防止系统发散的途径之一是破坏自激振荡的幅相条件. 本文方法是给自适应律中的所有信号加上低通滤波, 这在直接式MRAS中是难以做到的, 因为给对象加低通滤波器会使相对阶增加. 图1中环节2是对象输出信号滤波器, 环节3是输入信号滤波器, 环节4和5也兼有滤波作用. 这些滤波器有效地衰减了作用于对象任一部位的高频干扰, 大大提高了自适应算法的鲁棒性

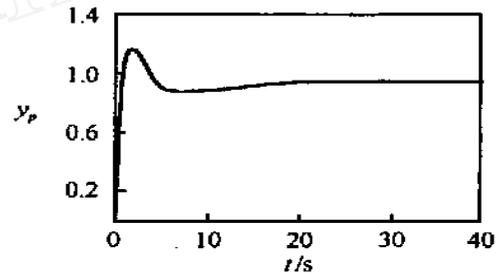
3 控制器

在图1中, 环节3~5组成可调模型, 环节6和7为控制器. 可调模型的输出与对象的输出保持相互跟随关系, 控制律则根据可调模型的参数在线修改控制器的参数. 实际上, 控制器与可调模型共同构成真正的参考模型, 控制器与被控对象则构成广义的可调对象

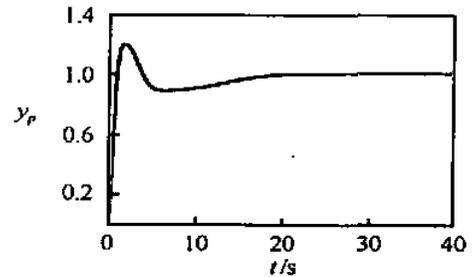
由于采用了间接式结构, 控制器可采用PD 调节器^[7]、极点配置控制器^[8]等. 在此给出一种为这种结构量身定做的控制器, 即由环节6和7构成的反馈控制器

考虑关于 v_1^* 的闭环传递函数

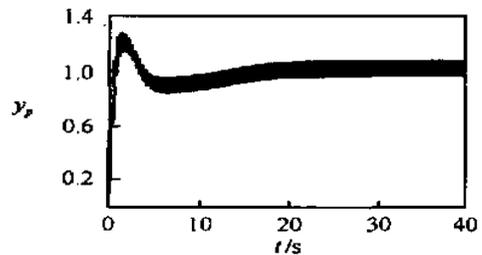
$$\begin{aligned} \frac{v_1^*(s)}{r_1(s)} &= \\ &= \frac{\alpha^*(s)/((1+Ts)\lambda(s))}{1 + \frac{(1+Ts)[\alpha^*(s) - \lambda(s)]}{\alpha^*(s)} \frac{\alpha^*(s)}{(1+Ts)\lambda(s)}} = \\ &= \frac{1}{1+Ts} \end{aligned}$$



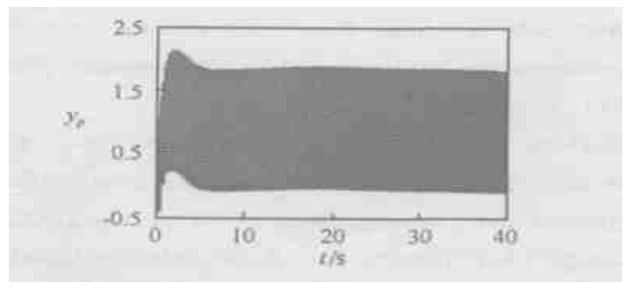
(a) 无建模误差无外扰时 y_p 波形



(b) 有建模误差无外扰时 y_p 波形



(c) 有建模误差有外扰 d_1 时 y_p 波形



(d) 有建模误差有外扰 d_1 和 d_2 时 y_p 波形

图2 Matlab仿真的对象阶跃响应

其中 $r_1 = r + d_1 - (1 + Ts)v_2^*$. 则有

$$\dot{v}^* = \frac{1}{1 + Ts} [r + d_1 - (1 + Ts)v_2^*] + v_2^* = \frac{1}{1 + Ts} (r + d_1).$$

所以该MRAS的等价参考模型为

$$\frac{\bar{y}_m(s)}{r(s)} = \frac{1}{(1 + Ts)(1 + Ts)}.$$

如果要求无静差, 则可在图 1 的基础上加一个含积分器的外环, 这里不详细讨论

现对文献[1]中的反例进行的仿真, 对象模型 $P(s)$ 和建模误差 $P_0(s)$ 分别为

$$P(s) = \frac{2}{s+1}, P_0(s) = \frac{229}{s^2 + 30s + 229},$$

$r(t) = 1(t)$. 加在对象输入和输出的外扰分别为

$$d_1(t) = 2\sin(16, 1t), d_2(t) = \sin(16, 1t).$$

在文献[1]中, 外扰比此弱得多, 但系统仍然严重发散. 现按本文方法设计控制器, 并对整个MRAS进行Matlab仿真, 其结果如图2所示

值得注意的是: 图2(d) 因为有 d_2 直接加在 y_p 端, 所以 y_p 波形中直接含有 d_2 高频干扰信号, 但其均值仍是稳定的. 这是因为自适应律所用的信号 \bar{y}_p, \bar{y}_m 和 e 都经过良好的滤波, 它们所含的高频干扰幅值已经很小. 仿真结果表明, 这种MRAS具有很强的鲁棒性

4 结 论

本文给出的模型参考自适应控制系统, 其结构类似于间接式MRAS, 而整个系统又能与直接式MRAS等价. 这种特殊结构具有两方面优势: 1) 对被控对象的要求大为降低, 只要求知道阶次的上界, 而不需知道相对阶, 也不要对象最小相位和严格正实; 2) 能对自适应律中的所有信号进行低通滤波. 显然, 这两个优势大大提高了MRAS的鲁棒性. 由于只要求知道对象阶次的上界, 可将大的和小的时

间常数都纳入对象模型, 只忽略极小的时间常数, 这本身就大大减少了建模误差. 选择合适的 T 和 $\lambda(s)$ 能最大限度地削弱高频干扰对自适应律的影响. Matlab 仿真结果表明, 仿真例子中建模误差达到 2 阶, 高频干扰幅值高达参考输入的 1~2 倍.

参考文献(References)

- [1] Rohrs C. Adaptive control in presence of unmodeled dynamics[D]. Department of Electric Engineering and Computer Science, MIT, 1982.
- [2] Kreisselmeier G, Anderson B D O. Robust model reference adaptive control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1986, 31(2): 127-133.
- [3] Narendra K S, Annaswamy A M. A new adaptive law for robust adaptation without persistent excitation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1985, 41(1): 193-216.
- [4] Xie X J, Wu Y Q. Robust model reference adaptive control with hybrid adaptive law [J]. *Int J of System Science*, 2002, 33(14): 1109-1119.
- [5] 王柏林. 水轮发电机组的模型参考自适应控制[J]. *自动化学报*, 1987, 13(6): 408-415.
(Wang B L. Model reference adaptive control for hydroelectric generating set [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1987, 13(6): 408-415.)
- [6] 王柏林. 极点配置模型参考自适应控制系统[J]. *控制与决策*, 1986, 11(4): 9-13.
(Wang B L. Pole-placement model reference adaptive control system [J]. *Control and Decision*, 1986, 11(4): 9-13.)
- [7] 王柏林. 无持续激励和严格正实条件的自适应控制系统[J]. *自动化学报*, 1990, 16(4): 317-324.
(Wang B L. A type of adaptive control system without persistent excitation and strictly positive real conditions [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1990, 16(4): 317-324.)

(上接第 61 页)

- [4] Ali Saberi, Jian Han. Constrained stabilization problems for linear plants [J]. *Automatica*, 2002, 38(4): 639-654.
- [5] Gerhard Kreisselmeier. Stabilization of linear systems in the presence of output measurement saturation [J]. *Systems and Control Letters*, 1996, 29(1): 27-30.
- [6] Zongli Lin, Tingshu Hu. Semiglobal stabilization of linear systems subject to output saturation [J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 43(3): 211-217.
- [7] Tingshu Hu, Zongli Lin. Exact characterization of invariance ellipsoids for single input linear systems subject to actuator saturation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 164-169.
- [8] Tingshu Hu, Zongli Lin. On the tightness of a recent set invariance condition under actuator saturation [J]. *Systems and Control Letters*, 2003, 49(5): 389-399.
- [9] Blanchini F. Set invariance in control [J]. *Automatica*, 1999, 35(11): 1747-1767.