

文章编号: 1001-0920(2005)01-0077-05

## 输出多采样反馈控制器及系统稳定性

郭 戈<sup>1,2</sup>, 韩崇昭<sup>1</sup>

(1. 西安交通大学 电子与信息工程学院, 陕西 西安 710049;  
2. 兰州理工大学 电气与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

**摘 要:** 针对由连续被控对象和数字控制器构成的数字控制系统, 将现有的线性系统输出多采样线性反馈数字控制器设计方法推广到非线性系统, 并相应地研究了非线性输出多采样反馈控制器及摄动非线性系统, 给出了这类非线性输出多采样数字控制系统及其摄动系统的稳定性和鲁棒性条件。

**关键词:** 非线性数字控制系统; 输出多采样; 摄动系统; 稳定性

**中图分类号:** TP273 **文献标识码:** A

## Multi-rate sampled output feedback controller and system stability

GUO Ge<sup>1,2</sup>, HAN Chong-zhao<sup>1</sup>

(1. School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China. Correspondent: GUO Ge, E-mail: guoge@lut.cn)

**Abstract:** For digital control systems consisting of a continuous plant and a digital controller, the existing stable multi-rate sampled output linear feedback controller design method is extended from linear systems to nonlinear systems. The corresponding nonlinear output feedback controller and nonlinear systems with perturbation are investigated too. Stabilizability and robustness conditions for such nonlinear multi-rate sampled output feedback control systems are derived.

**Key words:** nonlinear digital control system; output multi-rate sampling; perturbed system; stability

### 1 引 言

微处理器和数字计算机具有快速、强大的计算能力和灵活的数据存储与处理能力, 因而数字控制技术已逐渐取代了模拟控制技术。近年来, 关于数字控制系统分析和设计的研究成果不断涌现<sup>[1~4]</sup>。Colaneri 等<sup>[5]</sup>研究了线性周期性多采样率系统的可测性和可稳性等结构特性; Longhi<sup>[6]</sup>给出了线性多采样率系统的可达性、可控性和可稳定性的充要条件; Hagiwara 等<sup>[7]</sup>提出了线性定常系统的输出多采样反馈控制器设计方法, 并证明了系统的稳定性。另

外, Hou 等<sup>[8]</sup>给出了仿射非线性数字控制系统的稳定性条件; Hu 等<sup>[9]</sup>探讨了时变采样方式下一般非线性数字控制系统的鲁棒稳定性问题。这些成果大都针对线性系统, 关于非线性采样控制系统的研究则相对较少, 且多集中在单采样率系统。随着网络控制和多处理器技术的广泛应用, 时变采样和多采样率系统的研究已受到人们越来越多的关注。

本文旨在将 Hagiwara 等<sup>[7]</sup>的输出多采样线性反馈数字控制器推广到非线性系统, 并对输出多采样非线性反馈控制器的设计及与之对应的数字控制

收稿日期: 2004-03-11; 修回日期: 2004-07-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(50274003); 国家科技攻关项目(2002BA901A28); 甘肃省省长基金项目(GS015-A52-012)。

作者简介: 郭戈(1972—), 男, 甘肃庄浪人, 副教授, 博士, 从事复杂控制系统分析与综合、移动机器人理论与技术等研究; 韩崇昭(1932—), 男, 陕西西安人, 教授, 博士生导师, 从事综合自动化、自适应控制等研究。

系统的稳定性进行了探讨, 得出了不同情况下的稳定性条件. 本文探讨了非线性系统的输出多采样反馈控制器及系统稳定性问题; 讨论了输出多采样非线性控制器及非线性数字控制系统的稳定性条件; 得到了具有摄动因素的非线性系统在输出多采样非线性控制器作用下的 Lagrange 稳定性(即有界性)结论

## 2 输出多采样线性反馈稳定控制器

对于下述由线性被控对象和输出多采样反馈控制器构成的数字控制系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t), \\ y(t) = C x(t); \end{cases} \quad (1)$$

$$u(k + 1T_0) = D u(kT_0) - H \tilde{y}(kT_0). \quad (2)$$

其中:  $x \in R^n$  为状态变量;  $u \in R^m$  为控制器状态;  $t \in R^+$  为时间变量;  $T_0$  为基本控制周期, 或称为框架周期;  $\tilde{y}(kT_0)$  为由时间区间  $[kT_0, k + 1T_0]$  内的全部输出测量值构成的向量, 即

$$\tilde{y}(kT_0) = [y_1^T(kT_0), \dots, y_1^T(kT_0 + N_1 - 1T_1), \dots, y_p^T(kT_0), \dots, y_p^T(kT_0 + N_p - 1T_p)]^T. \quad (3)$$

这里输出分量  $y_i$  的采样周期为  $T_i$ , 即

$$y_i(kT_0 + \mu T_i) = C_i x(kT_0 + \mu T_i). \quad (4)$$

其中:  $\mu = 0, 1, \dots, N_i - 1; i = 1, 2, \dots, p; C_i$  为  $C$  的第  $i$  行;  $T_0 = N_i T_i$ , 每个基本控制周期  $T_0$  内  $y_i$  采样  $N_i$  次. 如果输出各分量的采样周期不同, 则称这种控制器为输出多采样反馈数字控制器

Hagiwara<sup>[7]</sup> 给出如下结论:

**引理 1** 对于任意  $T_0$ , 线性定常系统  $(A, B, C)$  可用输出多采样反馈数字控制器实现闭环强稳定的充分条件是:

- 1) 系统完全能控, 完全能观;
- 2)  $N_i \geq m_i (i = 1, 2, \dots, p)$ , 这里  $m_i$  为增广系统  $\begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, [C, 0]$  的能观性指数;
- 3)  $\text{rank} \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + m$ .

本节的目的是将上述输出多采样线性反馈数字控制器推广到非线性系统. 设非线性被控对象为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_x(x(t), z(t)), t \in [kT_0, k + 1T_0), \\ y(t) = f_y(x(t)), k \in N = \{0, 1, \dots\}. \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $z$  为控制器输出经保持器后的值;  $f_x$  和  $f_y$  为非线性连续可微向量函数, 且  $f_x(0, 0) = 0, f_y(0) = 0$

非线性被控对象(5) 能否采用输出多采样线性反馈数字控制器(2) 实现稳定控制呢? 在回答该问

题之前, 首先给出下述结论:

**引理 2<sup>[8]</sup>** 由非线性被控对象(5) 和线性输出反馈控制器(2) 构成的非线性数字控制系统稳定的充分条件是其线性化系统一致渐近稳定

**定理 1** 对于任意  $T_0$ , 非线性系统(5) 可用输出多采样线性反馈数字控制器(2) 实现闭环稳定的充分条件是:

- 1) 系统  $(A_x, B_x, C_y)$  完全能控, 完全能观;
- 2)  $N_i \geq m_i (i = 1, 2, \dots, p)$ , 这里  $m_i$  为增广系统  $\begin{bmatrix} A_x & B_x \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, [C_y, 0]$  的能观性指数;
- 3)  $\text{rank} \begin{bmatrix} A_x & B_x \\ C_y & 0 \end{bmatrix} = n + m$ .

其中:  $A_x = \partial \dot{x}(0, 0) / \partial x, B_x = \partial \dot{x}(0, 0) / \partial z, C_y = \partial \dot{y}(0) / \partial x$ .

**证明** 只需证明非线性系统的线性化系统与输出多采样反馈控制律所构成的闭环系统稳定即可, 这一结论可采用 Hagiwara<sup>[7]</sup> 的方法直接证明系统(5) 的线性化系统为

$$\dot{x}(t) = A_x x(t) + B_x u(t),$$

因此对任意  $s \in [0, T_0]$ , 有

$$x(kT_0 + s) = \hat{A}_x x(kT_0) + \hat{B}_x u(kT_0).$$

其中:  $\hat{A}_x = e^{A_x T_0}, \hat{B}_x = \int_0^{T_0} e^{A_x t} dt B_x$ . 当  $s = T_0$  时, 有

$$x(k + 1T_0) = \hat{A}_x x(kT_0) + \hat{B}_x u(kT_0).$$

由文献[4] 知, 系统  $[\hat{A}_x, \hat{B}_x]$  可稳定化. 因此, 存在状态反馈增益矩阵  $F$  使  $\hat{A}_x - \hat{B}_x F$  稳定.

根据文献[7], 在本文的假设条件下, 矩阵  $[\hat{C}, \hat{G}]$  列满秩, 这里

$$\hat{C} = \begin{bmatrix} C_{y1} e^{-A_x N_1 T_1} \\ C_{y1} e^{-A_x (N_1 - 1) T_1} \\ \vdots \\ C_{yp} e^{-A_x N_p T_p} \\ \vdots \\ C_{yp} e^{-A_x T_p} \end{bmatrix}, \hat{G} = \begin{bmatrix} C_{y1} e^{-N_1 T_1} \int_0^{T_1} e^{A_x t} dt B_x \\ C_{y1} e^{-(N_1 - 1) T_1} \int_0^{T_1} e^{A_x t} dt B_x \\ \vdots \\ C_{yp} e^{-N_p T_p} \int_0^{T_p} e^{A_x t} dt B_x \\ \vdots \\ C_{yp} e^{-T_p} \int_0^{T_p} e^{A_x t} dt B_x \end{bmatrix}. \quad (6)$$

对于任意矩阵  $D$ , 通过求解矩阵方程  $H[\hat{C}, \hat{G}] = [F, D]$  便可得到输出多采样反馈矩阵  $H$ , 即

$$H = [F, D][\hat{C}, \hat{G}]^T [\hat{C}, \hat{G}]^{-1} [\hat{C}, \hat{G}]^T.$$

这里  $F$  为任意可实现期望控制目标的状态反馈矩阵. 由文献[7] 可知, 不管基本采样周期  $T_0$  如何选择

取, 这里的输出多采样反馈控制律均可实现任何用状态反馈控制律  $u(kT_0) = -F x(kT_0)$  可实现的任务. 于是, 结合引理 2 便可证明定理 1, 见文献[7]

### 3 一般非线性输出多采样数字控制系统稳定性分析

本节考虑由非线性被控对象(5)与如下非线性数字控制器构成的非线性输出多采样数字控制系统的设计及稳定性问题:

$$u(k+1T_0) = g_u(u(kT_0), v(kT_0)), \quad (7)$$

$$w(k+1T_0) = g_w(u(kT_0)). \quad (8)$$

其中:  $w$  为控制器输出;  $v$  为系统输出的采样输出值;  $g_u$  和  $g_w$  为非线性连续可微向量函数, 且  $g_u(0, 0) = 0, g_w(0) = 0$

设输出分量  $y_i$  的采样周期为  $T_i$ , 则控制器读入的输出采样数据为

$$y_i(kT_0 + \mu T_i) = f_{y_i}(x(kT_0 + \mu T_i)). \quad (9)$$

对于理想接口器件和无限字长数字控制器, 有下述关系:

$$z(t) = w(kT_0), v(kT_0) = \tilde{y}(kT_0). \quad (10)$$

此时, 非线性数字控制系统(5)和(7)可简化为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f_x(x(t), g_w(u(kT_0))), \\ t \in [kT_0, k+1T_0); \\ u(k+1T_0) = g_u(u(kT_0), \tilde{y}(kT_0)), \\ k \in N. \end{cases} \quad (11)$$

为简单起见, 将该系统写为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(kT_0)), t \in [kT_0, k+1T_0); \\ u(k+1T_0) = g(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)), k \in N. \end{cases} \quad (12)$$

如果令

$$K = \frac{\partial \tilde{y}(0)}{\partial x}, A = \frac{\partial f(0,0)}{\partial x}, B = \frac{\partial f(0,0)}{\partial u},$$

$$D = \frac{\partial g(0,0)}{\partial u}, M = \frac{\partial g(0,0)}{\partial \tilde{y}}.$$

则可将非线性多采样率数字控制系统(12)线性化为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(kT_0) + F(x(t), u(kT_0)), \\ u(k+1T_0) = M \tilde{y}_L(kT_0) + D u(kT_0) + G(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)). \end{cases} \quad (13)$$

非线性输出方程也可线性化为

$$y(t) = K x(t) + F_y(x(t)). \quad (14)$$

其中  $\tilde{y}_L(kT_0)$  为线性化系统输出在一个基本周期  $T_0$  内的多次采样序列

$$\lim_{x \rightarrow 0} (F_y(x) / x) = 0,$$

$$\lim_{(x,u) \rightarrow (0,0)} (F(x,u) / \sqrt{x^2 + u^2}) = 0,$$

$$\lim_{(v,u) \rightarrow (0,0)} (G(v,u) / \sqrt{v^2 + u^2}) = 0$$

由系统(13)的线性部分可知, 对于  $s \in [0, T_0]$ , 有如下关系:

$$x(kT_0 + s) = e^{A s} x(kT_0) + \int_0^s e^{A(t-s)} dB u(kT_0). \quad (15)$$

根据上述关系以及式(14)的线性部分可知

$$\tilde{y}_L(kT_0) = W_1 x(kT_0) + W_2 u(kT_0). \quad (16)$$

其中

$$W_1 = \begin{bmatrix} K_1 \\ \vdots \\ K_1 e^{A(\omega_{1-1})T_1} \\ \vdots \\ K_p \\ \vdots \\ K_p e^{A(\omega_{p-1})T_p} \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \int_0^{T_1} e^{A t} dB \\ \vdots \\ K_1 \int_0^{\omega_{1-1}T_1} e^{A t} dB \\ \vdots \\ K_p \int_0^{\omega_{p-1}T_p} e^{A t} dB \end{bmatrix}.$$

这里  $K_i (i=1, 2, \dots, p)$  为输出线性化矩阵  $K$  的第  $i$  行. 于是有

$$\begin{cases} x(k+1T_0) = e^{A T_0} x(kT_0) + \int_0^{T_0} e^{A(t-kT_0)} dB u(kT_0), \\ u(k+1T_0) = MW_1 x(kT_0) + (MW_2 + D) u(kT_0). \end{cases} \quad (17)$$

$$\text{定义 } \Theta = \begin{bmatrix} e^{A T_0} & \int_0^{T_0} e^{A t} dB \\ MW_1 & MW_2 + D \end{bmatrix}.$$

不考虑量化因素时, 由式(5), (7)和(8)构成的数字控制系统等价于非线性输出多采样数字控制系统(12). 现在给出下述结论:

**定理 2** 非线性输出多采样数字控制系统(12)的平衡点  $[x^T, u^T]^T = [0^T, 0^T]^T$  一致渐近稳定的充分条件是线性输出多采样数字控制系统(17)的平衡点  $[x^T, u^T]^T = [0^T, 0^T]^T$  指数稳定, 即矩阵  $\Theta$  Schur 稳定, 亦即  $\limsup_k \|\Theta^k\| < 1$ .

**证明** 线性化系统(13)中状态方程的解可写为

$$x(kT_0 + s) = e^{A s} x(kT_0) + \int_0^s e^{A(t-s)} dB u(kT_0) + \int_{kT_0}^{kT_0+s} e^{A(kT_0+s-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \quad (18)$$

于是由方程(14)的线性部分可得

$$\tilde{y}_L(kT_0) = W_1 x(kT_0) + W_2 u(kT_0) + W_3(kT_0), \quad (19)$$

其中

$$W_3(kT_0) = \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \int_{kT_0}^{kT_0+T_1} e^{A(kT_0+T_1-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \\ \vdots \\ K_1 \int_{kT_0}^{kT_0+(N-1)T_1} e^{A(kT_0+(N-1)T_1-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ K_p \int_{kT_0}^{kT_0+(N_p-1)T_1} e^{A(kT_0+(N_p-1)T_1-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \end{bmatrix}$$

这里  $K_i (i = 1, 2, \dots, p)$  为输出线性化矩阵  $K$  的第  $i$  行。当  $s = T_0$  时, 由方程(18) 可得

$$\begin{aligned} x(k+1T_0) &= e^{AT_0}x(kT_0) + \int_0^{T_0} e^{A(T_0-t)} dB u(kT_0) + \\ &\int_{kT_0}^{k+1T_0} e^{A(k+1T_0-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \end{aligned}$$

另外, 由式(19) 及(13) 中的控制器方程可得

$$\begin{aligned} u(k+1T_0) &= MW_{1x}(kT_0) + (MW_2 + D)u(kT_0) + \\ &MW_3(kT_0) + G(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)). \end{aligned}$$

定义

$$\Omega_k = \begin{bmatrix} \int_{kT_0}^{k+1T_0} e^{A(k+1T_0-t)} F(x(t), u(kT_0)) dt \\ MW_3(kT_0) + G(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)) \end{bmatrix},$$

则进而可将线性化系统写为

$$\begin{bmatrix} x(k+1T_0) \\ u(k+1T_0) \end{bmatrix} = \Theta_k \begin{bmatrix} x(kT_0) \\ u(kT_0) \end{bmatrix} + \Omega_k,$$

或简写为

$$\tilde{x}(k+1) = \Theta_k \tilde{x}(k) + \Omega_k,$$

$$\text{其中 } \tilde{x}(k) = \begin{bmatrix} x(kT_0) \\ u(kT_0) \end{bmatrix}.$$

该系统的状态转移矩阵显然有如下形式:

$$\Phi(k+1T_0, 0) = \prod_{i=0}^k \Theta_i$$

因为矩阵  $\Theta_i$  Schur 稳定, 因此有

$$\lim_k \Phi(k+1T_0, 0) = \lim_k \prod_{i=0}^k \Theta_i = 0$$

而当  $(x, u, v) \rightarrow (0, 0, 0)$  时, 有

$$\begin{aligned} F(x, u) &= O(\sqrt{x^2 + u^2}), \\ G(v, u) &= O(\sqrt{v^2 + u^2}). \end{aligned}$$

所以  $\lim_k \Omega_k = 0$ , 从而有  $\lim_k \tilde{x}(k) = 0$ , 即系统(13) 一致渐近稳定, 亦即系统(12) 一致渐近稳

定

### 4 摄动非线性输出多采样数字控制系统稳定性分析

由于数字控制器和接口器件的存在, 系统中不可避免地存在量化因素和其他因素的影响, 也就是系统中存在非线性摄动。考虑如下摄动非线性数字控制系统的稳定性问题:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(kT_0)) + \tilde{f}(t, x(t), u(kT_0)), \\ \quad \quad \quad t \in [kT_0, k+1T_0); \\ u(k+1T_0) = g(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)) + \tilde{g}(k, \tilde{y}(kT_0), u(kT_0)), k = 0, \dots, N. \end{cases} \quad (20)$$

其中摄动满足关系

$$\begin{aligned} \lim_{(x,u) \rightarrow (0,0)} \tilde{f}(t, x, u) &= 0 \\ \lim_{(v,u) \rightarrow (0,0)} \tilde{g}(k, v, u) &= 0 \end{aligned}$$

这种摄动称为渐消性摄动, 否则为非渐消摄动

下面给出本节的主要结论:

**定理 3** 对于摄动非线性输出多采样数字控制系统(20), 下述结论成立:

1) 系统平衡点  $[x^T, u^T]^T = [0^T, 0^T]^T$  一致渐近稳定的充分条件是:  $\Theta$  Schur 稳定, 亦即  $\limsup_k \rho(\Theta) < 1$ ; 存在常数  $\epsilon > 0$ , 对所有  $t \in [0, \infty)$  和  $k = 0, 1, \dots, N$  都有  $\max\{\| \tilde{f}(t, x, u) \|, \| \tilde{g}(k, x, u) \| \} \leq \epsilon(\|x\| + \|u\|)$ ; 或  $\max\{\| \tilde{f}(t, x, u) \|, \| \tilde{g}(k, x, u) \| \} \leq \eta(t)$  且  $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta(t) = 0$

2) 系统有界(  $\| \tilde{x}(k) \| \leq d_1, d_1$  为正常数) 的充分条件是:  $\| \tilde{x}(0) \| \leq d_0, d_0, d_1$  为正常数;

$\Theta$  Schur 稳定;  $\max\{\| \tilde{f}(t, x, u) \|, \| \tilde{g}(k, x, u) \| \} \leq \epsilon, \epsilon$  为正常数

证明 该系统可线性化为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(kT_0) + \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)), \\ u(k+1T_0) = M\tilde{y}(kT_0) + Du(kT_0) + \tilde{G}(k, \tilde{y}(kT_0), u(kT_0)). \end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)) &= F(x(t), u(kT_0)) + \tilde{f}(t, x(t), u(kT_0)), \\ \tilde{G}(k, \tilde{y}(kT_0), u(kT_0)) &= G(\tilde{y}(kT_0), u(kT_0)) + \tilde{g}(k, \tilde{y}(kT_0), u(kT_0)). \end{aligned}$$

系统输出的线性化可写为

$$\tilde{y}_L(kT_0) = W_{1x}(kT_0) + W_{2u}(kT_0) + \tilde{W}_3(kT_0),$$

其中

$$\tilde{W}_3(kT_0) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \int_{kT_0}^{kT_0+T_1} e^{A(kT_0+T_1-t)} \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)) dt \\ \vdots \\ K_1 \int_{kT_0}^{kT_0+(N-1)T_1} e^{A(kT_0+(N-1)T_1-t)} \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)) dt \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ K_p \int_{kT_0}^{kT_0+(N_p-1)T_1} e^{A(kT_0+(N_p-1)T_1-t)} \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)) dt \end{bmatrix}$$

令

$$\tilde{\Omega}_k = \begin{bmatrix} \int_{kT_0}^{k+1T_0} e^{A(k+1T_0-t)} \tilde{F}(t, x(t), u(kT_0)) dt \\ MW_3(kT_0) + \tilde{G}(k, \tilde{y}(kT_0), u(kT_0)) \end{bmatrix},$$

则可将线性化系统写为

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{\Theta}_k \tilde{x}(k) + \tilde{\Omega}_k$$

然后利用 Hu 等<sup>[9]</sup> 关于时变单采样率非线性系统的鲁棒性稳定性结论的证明方法, 即可证明该定理. 具体说, 定理 3 第 1 个结论可用文献[9] 定理 2.2 的证明方法证明, 而第 2 个结论则可用文献[9] 定理 3.2 的方法证明.

定理 3 表明, 渐消性摄动作用下, 非线性输出多采样数字控制器可以保证非线性系统的鲁棒稳定性, 而在非渐消性摄动作用下, 则只能保证其鲁棒有界性或鲁棒 Lagrange 稳定性.

## 5 结 语

本文研究了由连续被控对象与数字控制器构成的输出多采样数字控制系统的设计及稳定性问题. 将已有线性输出多采样反馈控制器设计方法从线性系统推广到非线性系统, 并探讨了非线性输出多采样反馈控制器的设计及系统稳定性, 得到了非线性输出多采样数字控制系统的稳定性结论. 对于包含

摄动因素的输出多采样非线性数字控制系统, 得到了其 Lagrange 稳定性条件.

## 参考文献 (References)

- [1] Miller R K, Michel A N, Farrell J A. Quantizer effects on steady-state error specifications of digital feedback control systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(6): 651-654
- [2] Benton S E, Rogers E, Owens D H. Stability conditions for a class of 2D continuous-discrete linear systems with dynamic boundary conditions[J]. *Int J of Control*: 2002, 75(1): 52-60
- [3] Albertini F, D'Alessandro D. Observability and forward-backward observability of discrete-time nonlinear systems[J]. *Mathematics of Control, Signals, and Systems*, 2002, 15(3): 275-290
- [4] Toivonen H T, Medvedev A. Damping of harmonic disturbances in sampled-data systems — parameterization of all optimal controllers [J]. *Automatica*, 2003, 39(1): 75-80
- [5] Colaneri P, Scattolini R, Shiavoni N. Stabilization of multirate sampled-data linear systems[J]. *Automatica*, 1990, 26(4): 377-380
- [6] Onghi S. Structural properties of multirate sampled-data systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(3): 692-696
- [7] Hagiwara T, Araki M. Design of stable state feedback controller based on the multirate sampling of the plant output [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(9): 812-819
- [8] Hou L, Michel A N, Ye H. Some qualitative properties of sampled-data control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(12): 1721-1725
- [9] Hu B, Michel A N. Robustness analysis of digital feedback control systems with time-varying sampling periods [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. San, Diego: California, 1999: 3484-3488

(上接第 76 页)

- [4] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [A]. *Proc IEEE Int Conf on Neural Networks [C]*. Perth, 1995: 1942-1948
- [5] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [A]. *Proc 6th Int Symposium on Machine and Human Science [C]*. Nagoya, 1995: 39-43
- [6] 谢晓锋, 张文俊, 杨之廉. 微粒群算法综述 [J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 129-134  
(Xie X F, Zhang W J, Yang Z L. Overview of particle swarm optimization [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 129-134)

- [7] Shi Yuhui, Eberhart R. Modified particle swarm optimizer [A]. *Proc IEEE Int Conf on Evolutionary Computation [C]*. Anchorage, 1998: 69-73
- [8] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers [J]. *Trans ASME*, 1942, 64(11): 433-444
- [9] 王凌, 李文峰, 郑大钟. 非最小相位系统控制器的优化设计 [J]. *自动化学报*, 2003, 29(1): 135-141  
(Wang L, Li W F, Zheng D Z. Optimal design of controllers for non-minimum phase systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(1): 135-141)