

文章编号: 1001-0920(2005)01-0091-05

## 时滞系统基于观测器的 $H_\infty$ 模糊控制器设计

袁宇浩<sup>1</sup>, 车伟伟<sup>1</sup>, 井元伟<sup>2</sup>

(1. 渤海大学 数学系, 辽宁 锦州 121000; 2 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

**摘 要:** 研究一类 T-S 模糊模型描述的非线性时滞系统的  $H_\infty$  控制问题. 基于一种新的时滞独立稳定性准则, 分别给出了经状态反馈和基于模糊观测器的输出反馈对系统进行  $H_\infty$  控制的方法. 基于线性矩阵不等式的可解性, 给出了  $H_\infty$  控制器存在的充分条件. 仿真例子验证了所提出方法的有效性.

**关键词:** 动态时滞系统; T-S 模型; 观测器;  $H_\infty$  控制; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP13 **文献标识码:** A

### $H_\infty$ fuzzy controller designs based on observers for time-delay systems

YUAN Yu-hao<sup>1</sup>, CHE Wei-wei<sup>1</sup>, JIN Yuan-wei<sup>2</sup>

(1. Mathematics Department, Bohai University, Jinzhou 121000, China; 2 School of Information Sciences and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: YUAN Yu-hao, E-mail: cwwdazui@sohu.com)

**Abstract:** The problem of  $H_\infty$  control for nonlinear systems with time delay described by T-S fuzzy model is studied. Based on a new delay-independent stability criterion, the design scheme of  $H_\infty$  controller via state feedback is obtained. Furthermore, an observer-based  $H_\infty$  controller is also addressed. Based on the feasible solutions of linear matrix inequalities (LMIs), some sufficient conditions for the existence of  $H_\infty$  controller are developed. Simulation example shows the effectiveness of the proposed methods.

**Key words:** dynamic system with time delay; T-S model; observer;  $H_\infty$  control; linear matrix inequalities

### 1 引 言

近十几年来, 已取得了大量的基于 T-S 模糊模型方法的非线性系统的研究成果. 文献[1]对 T-S 模糊模型稳定性准则进行了更为深入的研究, 进一步改进了文献[2]的结果, 给出了一个更具一般性的二次稳定性准则.

在传统的 T-S 模糊模型中并不含有状态时滞. 众所周知, 系统中的时滞通常会导致整个系统性能下降, 甚至不稳定. 在实际问题中, 任何一个系统总会不同程度地受到时滞因素的影响, 因此对时滞系统的稳定性及其控制问题的研究十分有意义. 近

年来, 一些研究人员开始利用 T-S 模型方法研究非线性时滞系统的控制问题. 文献[3, 4]便利用 T-S 模型方法研究了非线性时滞系统的镇定问题, 基于线性矩阵不等式的可解性, 提出了经状态反馈和基于输出反馈的镇定方案. 而文献[5]则基于 T-S 模糊模型, 讨论了非线性时滞系统的输出反馈  $H_\infty$  控制问题.

受文献[1]的启发, 本文主要研究非线性时滞系统的模糊  $H_\infty$  控制器的设计问题. 首先提出一个时滞独立稳定性准则, 这一结果是文献[1]中的结论在时滞系统中的推广; 然后, 基于新的时滞独立稳定性

收稿日期: 2004-03-03; 修回日期: 2004-07-19

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 教育部博士点基金项目(20020145007); 辽宁省教育厅科学基金项目(202141038).

作者简介: 袁宇浩(1979—), 女, 辽宁阜新, 硕士生, 从事模糊控制的研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂非线性系统的结构控制及通信网络系统的控制与决策等研究.

准则,分别给出了基于状态反馈和基于模糊观测器反馈的  $H$  控制器的设计方法,并分别给出了两种反馈条件下  $H$  控制器存在的充分条件.最后用仿真实例验证了所提出方法的有效性

本文用  $I$  表示具有适当维数的单位矩阵,  $X > 0$  ( $X \geq 0$ ) 表示  $X$  为正定阵(半正定阵).

## 2 问题描述

考虑由 If-Then 规则描述的 T-S 模糊动态时滞系统,该模型的第  $i$  条规则为

$R_i$ : If  $\theta_1(t)$  is  $N_{i1}$  and ...  $\theta_p(t)$  is  $N_{ip}$  Then

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A_{ix}(t) + A_{1ix}(t - \sigma(t)) + \\ &\quad B_{1iw}(t) + B_{2iu}(t), \\ z(t) &= E_{ix}(t) + D_{1iu}(t), \\ y(t) &= C_{1ix}(t) + C_{2ix}(t - \sigma(t)) + D_{2iv}(t), \\ x(t) &= \mathcal{Q}(t), t \in [-\sigma_0, 0], i = 1, 2, \dots, r \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $x(t) \in R^n$  是系统状态,  $u(t) \in R^m$  是控制输入,  $z(t) \in R^q$  是测量输出,  $y(t) \in R^h$  是输出,  $w(t) \in R^l$  是扰动输入,  $v(t) \in R^p$  是量测噪声;  $A_{i1}, A_{1i} \in R^{n \times n}$ ,  $B_{1i} \in R^{n \times l}$ ,  $B_{2i} \in R^{n \times m}$ ,  $E_{1i} \in R^{q \times n}$ ,  $D_{1i} \in R^{q \times m}$ ,  $D_{2i} \in R^{h \times p}$ ,  $i = 1, 2, \dots, r$ , 都是具有适当维数的系统矩阵;  $N_{ij}$  是模糊语言值, 标量  $k$  是模糊规则数目;  $\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_p(t)$  是模糊规则前件变量, 并假定与控制输入  $u(t)$  无关;  $0 < \sigma(t) < \sigma_0$ ,  $\sigma_0$  是一个正常数, 为时滞变量的上界, 假定  $\dot{\sigma}(t) \leq \beta < 1$ ,  $\beta$  是一个已知常数;  $\mathcal{Q}(t)$  是系统的状态初始向量

给定系统状态  $x(t)$  和控制输入  $u(t)$ , 则全局模糊闭环控制系统可表示成

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t)) (A_{ix}(t) + A_{1ix}(t - \sigma(t)) + \\ &\quad B_{1iw}(t) + B_{2iu}(t)), \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i(E_{ix}(t) + D_{1iu}(t)), \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i(C_{1ix}(t) + \\ &\quad C_{2ix}(t - \sigma(t)) + D_{2iv}(t)), \\ x(t) &= \mathcal{Q}(t), t \in [-\sigma_0, 0] \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} \lambda_i(\theta(t)) &= \frac{\mu_i(\theta(t))}{\sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t))}, \\ \mu_i(\theta(t)) &= \prod_{j=1}^p N_{ij}(\theta_j(t)). \end{aligned}$$

本文假定,  $\mu_i(\theta(t)) > 0$  对一切  $i$  成立, 且对所有  $t$ , 有  $\sum_{i=1}^r \mu_i(\theta(t)) > 0$  因此, 有  $\lambda_i(\theta(t)) > 0, i = 1, 2, \dots, r$ , 且  $\sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t)) = 1$

引入如下控制规则, 其中第  $i$  条规则为

$R_i$ : If  $\theta_1(t)$  is  $N_{i1}$  and ...  $\theta_p(t)$  is  $N_{ip}$  Then

$$u(t) = K_{ix}(t), i = 1, 2, \dots, r$$

于是全局控制律为

$$u(t) = \sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t)) K_{ix}(t), \quad (3)$$

其中  $K_i (i = 1, 2, \dots, r)$  是局部控制增益矩阵. 为讨论方便, 记  $x_{\sigma}(t) = x(t - \sigma(t))$ .

## 3 T-S 模糊系统经状态反馈的 $H$ 控制器设计

结合控制律(3), 构成如下闭环系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\theta(t)) \lambda_j(\theta(t)) (A_{ij} + \\ &\quad B_{2i}K_j)x(t) + A_{1ix}(t) + B_{1iw}(t), \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i(\theta(t)) \lambda_j(\theta(t)) (E_{1i} + D_{1i}K_j)x(t), \\ y(t) &= \sum_{i=1}^r \lambda_i(\theta(t)) (C_{1ix}(t) + C_{2ix}(t - \sigma(t)) + D_{2iv}(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

对于系统(4), 经状态反馈的  $H$  控制, 有如下主要结果:

**定理 1** 对于给定的正数  $\gamma > 0$ , 如果存在矩阵  $Z > 0, Q > 0, M_i, Z_{ij}$  其中:  $Z_{ii} = Z_i^T; Z_{ij} = Z_j^T; i, j = 1, 2, \dots, r$ . 满足如下 LM Is, 则系统(4) 内部状态渐近稳定, 并有  $\|z\|_2 \leq \gamma \|w\|_2$  其中  $K_i = M_i Z^{-1}; i = 1, 2, \dots, r$

$$\begin{bmatrix} A_i Z + (A_i Z)^T + B_{2i} M_i + \\ (B_{2i} M_i)^T + \gamma^2 B_{1i} B_{1i}^T + \frac{1}{1 - \beta^2} Q & A_{1i} Z \\ (*) & - Q \end{bmatrix} < Z_{ii}; \quad (5)$$

$$\begin{bmatrix} A_i Z + (A_i Z)^T + A_j Z + \\ (A_j Z)^T + B_{2i} M_j + (B_{2i} M_j)^T + \\ B_{2j} M_i + (B_{2j} M_i)^T + \\ 2\gamma^2 \frac{(B_{1i} + B_{1j}) (B_{1i} + B_{1j})^T}{2} + \\ \frac{2}{1 - \beta^2} Q & (A_{1i} + A_{1j}) Z \\ (*) & - 2Q \end{bmatrix} < Z_{ij} + Z_{ij}^T, i, j; \quad (6)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1r} & V_{1k}^T \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ Z_{r1} & \dots & Z_{rr} & V_{rk}^T \\ V_{1k} & \dots & V_{rk} & -L \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

其中:  $V_{ik} = [E_{1i} Z + D_{1i} M_k \ 0]; i, k = 1, 2, \dots, r$ . 这

里符号“( \* )”表示对称位置元素的转置

证明 记  $\bar{P} = \text{diag}[P, P], S = PQP$ , 其中  $P = Z^{-1}$ . 用  $\bar{P} = \text{diag}[P, P]$  分别乘式(5)和(6)两边可得

$$\begin{bmatrix} PA_i + (PA_i)^T + PB_{2i}K_i + \\ (PB_{2i}K_i)^T + \gamma^2 PB_{1i}B_{1i}^T P + \frac{1}{1-\beta} S \\ \text{---} \\ PA_{1i} \\ \text{---} \\ -S \end{bmatrix} < X_{ii}; \quad (*) \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} PA_i + (PA_i)^T + PA_j + \\ (PA_j)^T + PB_{2j}K_j + (PB_{2j}K_j)^T + \\ PB_{2i}K_j + (PB_{2i}K_j)^T + \\ 2\gamma^2 P \frac{(B_{1i} + B_{1j})(B_{1i} + B_{1j})^T}{2} P + \\ \frac{2}{1-\beta} S \\ \text{---} \\ P(A_{1i} + A_{1j}) \\ \text{---} \\ -2S \end{bmatrix} X_{ij} + X_{ij}^T, \quad i, j = 1, 2, \dots, r. \quad (9)$$

其中:  $X_{ij} = \bar{P}Z_{ij}\bar{P}; i, j = 1, 2, \dots, r$ . 在式(7)的两边分别乘  $\text{diag}(\bar{P}, \dots, \bar{P}, I)$  可得

$$\text{diag}(\bar{P}, \dots, \bar{P}, I)H_k \text{diag}(\bar{P}, \dots, \bar{P}, I) = \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1r} & U_{1k}^T \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ X_{r1} & \dots & X_{rr} & U_{rk}^T \\ U_{1k} & \dots & U_{rk} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

这里:  $U_{ik} = [E_{1i} + D_{1i}K_k \quad 0]; i, k = 1, 2, \dots, r$ . 选取 Lyapunov 函数为

$$V = x^T P x + \frac{1}{1-\beta} \int_{t-\sigma(t)}^t x^T S x dx, \quad (11)$$

则对  $V$  沿系统(4)求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= 2x^T P \dot{x} + \frac{1}{1-\beta} x^T S x - \\ & \frac{1-\dot{\sigma}(t)}{1-\beta} x_{\sigma}^T(t) S x_{\sigma}(t) \\ & 2x^T P \dot{x} + \frac{1}{1-\beta} x^T S x - x_{\sigma}^T(t) S x_{\sigma}(t). \end{aligned} \quad (12)$$

对于  $2x^T P \dot{x}$  中的  $2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j x^T P B_{1i} w$ , 有

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j x^T P B_{1i} w = \\ & 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j x^T P \frac{(B_{1i} + B_{1j})}{2} w \\ & \gamma^2 \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j x^T P \frac{(B_{1i} + B_{1j})}{2} \frac{(B_{1i} + B_{1j})^T}{2} P x + \\ & \mathcal{Y}_w^T w. \end{aligned}$$

从而有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^r \lambda_i^2 \begin{bmatrix} x \\ x_{\sigma} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} P(A_i + B_{2i}K_i) + \\ (A_i + B_{2i}K_i)^T P + \\ \gamma^2 P B_{1i} B_{1i}^T P + \frac{1}{1-\beta} S \\ \text{---} \\ PA_{1i} \\ \text{---} \\ -S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_{\sigma} \end{bmatrix} + \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j>i}^r \lambda \lambda_j \begin{bmatrix} x \\ x_{\sigma} \end{bmatrix}^T \times \\ & \begin{bmatrix} P(A_i + B_{2i}K_j + A_j + B_{2j}K_i) + \\ (A_i + B_{2i}K_j + A_j + B_{2j}K_i)^T P + \\ 2\gamma^2 P \frac{(B_{1i} + B_{1j})(B_{1i} + B_{1j})^T}{2} P + P(A_{1i} + A_{1j}) \\ \frac{2}{1-\beta} S \\ \text{---} \\ P(A_{1i} + A_{1j}) \\ \text{---} \\ -2S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_{\sigma} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (13)$$

记  $\bar{z} = \begin{bmatrix} x \\ x_{\sigma} \end{bmatrix}$ , 由式(8), (9)和(13)得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \sum_{i=1}^r \begin{bmatrix} \lambda_i \bar{z} \\ \vdots \\ \lambda_i \bar{z} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1k} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{k1} & \dots & X_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_i \bar{z} \\ \vdots \\ \lambda_i \bar{z} \end{bmatrix} + \mathcal{Y}_w^T w = \\ & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j \bar{z}^T X_{ij} \bar{z} + \mathcal{Y}_w^T w. \end{aligned} \quad (14)$$

又由  $\lambda = 1$ , 则对式(10)用 Schur 引理可知

$$\begin{bmatrix} X_{11} & \dots & X_{1r} \\ \vdots & & \vdots \\ X_{r1} & \dots & X_{rr} \end{bmatrix} < - \begin{bmatrix} \lambda U_{1k}^T \\ \vdots \\ \lambda U_{rk}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda U_{1k}^T \\ \vdots \\ \lambda U_{rk}^T \end{bmatrix}^T < 0 \quad (15)$$

从而, 对于  $t > 0$ , 状态向量  $\bar{z}^T > 0$ , 有

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j \bar{z}^T X_{ij} \bar{z} < \\ & - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \sum_{u=1}^r \sum_{v=1}^r \lambda \lambda_i \lambda_u \lambda_j \bar{z}^T U_{iu}^T U_{jv} \bar{z} = \\ & - \bar{z}^T Z. \end{aligned} \quad (16)$$

式(14)和(15)表明闭环系统是内部渐近稳定的, 而由式(14)和(16)知

$$\begin{aligned} \bar{z}^T \dot{z} - \mathcal{Y}_w^T w &= \bar{z}^T \dot{z} - \mathcal{Y}_w^T w + \dot{V} - \dot{V} \\ &= \bar{z}^T \dot{z} - \mathcal{Y}_w^T w + \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda \lambda_j \bar{z}^T X_{ij} \bar{z} + \\ & \quad \mathcal{Y}_w^T w - \dot{V} - \dot{V}. \end{aligned} \quad (17)$$

对式(17)两端从  $0 \sim \tau$  积分有  $\bar{z}^T(\tau) - \mathcal{Y}_w^T w \tau$

-  $\lim_T V(T) + V(0) < V(0)$ . 在零初始条件假设下有  $V(0) = 0$ , 于是得

$$z \geq \frac{1}{2} \gamma^2 w \leq \frac{1}{2} \quad (18)$$

从而定理 1 得证

#### 4 T-S 模糊系统经观测器反馈的 H 控制器设计

基于状态反馈的 H 控制结果是在系统状态变量全部已知的假定下获得的. 而在实际问题中, 系统的状态变量通常是未知的或仅仅是部分可测的. 因此需通过估计系统的状态变量来实施反馈控制. 对于系统 (2), 设计观测器如下:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & \sum_{i=1}^r \lambda_i \left[ (A_{i1}\hat{x} + A_{i2}\hat{x}(t - \sigma(t)) + B_{2i}u) + \right. \\ & \left. L_i \left( y - \sum_{j=1}^r \lambda_j (C_{1j}\hat{x} + C_{2j}\hat{x}(t - \sigma(t))) \right) \right] \quad (19) \end{aligned}$$

令观测误差为  $e = x - \hat{x}$ , 得误差动态方程为

$$\begin{aligned} \dot{e} = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i \lambda_j \left[ (A_{i1} - L_i C_{1j})e + (A_{i2} - \right. \\ & \left. L_i C_{2j})e(t - \sigma(t)) + B_{1i}w - L_i D_{2j}v \right] \quad (20) \end{aligned}$$

基于模糊观测器的控制器为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} = & \sum_{i=1}^r \lambda_i \left[ (A_{i1}\hat{x} + A_{i2}\hat{x}(t - \sigma(t)) + B_{2i}u) + \right. \\ & \left. L_i \left( y - \sum_{j=1}^r \lambda_j (C_{1j}\hat{x} + C_{2j}\hat{x}(t - \sigma(t))) \right) \right], \\ u = & \sum_{i=1}^r \lambda_i K_i \hat{x}. \quad (21) \end{aligned}$$

原系统与误差系统构成的扩张系统具有如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}} = & \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \lambda_i \lambda_j \left[ \bar{A}_{ij} \bar{x} + A_{1ij} \bar{x} \sigma + \bar{B}_{iK_j} \bar{x} + B_{1ij} w \right], \\ z = & \bar{E}_{1i} \bar{x} + D_{1i} u. \quad (22) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} = & \begin{bmatrix} A_{i1} & 0 \\ 0 & -A_{i2} - L_i C_{1j} \end{bmatrix}, \\ A_{1ij} = & \begin{bmatrix} A_{i1} & 0 \\ 0 & A_{i2} - L_i C_{2j} \end{bmatrix}, \\ B_{1ij} = & \begin{bmatrix} B_{1i} & 0 \\ -B_{1i} & -L_i D_{2j} \end{bmatrix}, \bar{B}_{iK_j} = \begin{bmatrix} B_{2i} \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{E}_{1i} = & [E_{1i} \quad 0], \bar{K}_j = [K_j \quad -K_j], \\ \dot{\bar{x}} = & \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix}, \bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix}, \\ \bar{x} \sigma = & \begin{bmatrix} x(t - \sigma(t)) \\ e(t - \sigma(t)) \end{bmatrix}, \bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ v \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

对于基于观测器的 H 控制问题有如下结果:

**定理 2** 对于给定的正数  $\gamma$ , 如果首先存在矩阵

$Z > 0, M_i, Q_1 > 0, Z_{ij}, G_{ij}$  满足下列 LM Is:

$$\begin{bmatrix} \Pi_{ii} & A_{1i}Z & M_i \\ (*) & -Q_1 & 0 \\ (*) & (*) & G_{ii} \end{bmatrix} < Z_{ii}; \quad (23)$$

$$\begin{bmatrix} \Pi_{ij} + \Pi_{ij}^T & (A_{1i} + A_{1j})Z & \bar{M}_{ij} \\ (*) & -2Q_1 & 0 \\ (*) & (*) & G_{ij} + G_{ij}^T \end{bmatrix} < Z_{ij} + Z_{ij}^T, \quad i < j; \quad (24)$$

$$H_k = \begin{bmatrix} Z_{11} & \dots & Z_{1r} & V_{1k}^T \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ Z_{r1} & \dots & Z_{rr} & V_{rk}^T \\ V_{1k} & \dots & V_{rk} & -L \end{bmatrix} < 0 \quad (25)$$

其中:  $Z_{ii}$  和  $G_{ii}$  是对称阵;  $Z_{ij} = Z_{ji}^T, G_{ij} = G_{ji}^T, i < j, i, j = 1, 2, \dots, r; Q_1 = ZS_1Z$ ; 而

$$G_{ii} = \begin{bmatrix} G_{ii1} & G_{ii2} \\ (*) & G_{ii4} \end{bmatrix}, G_{ij} = \begin{bmatrix} G_{ij1} & G_{ij2} \\ G_{ij3} & G_{ij4} \end{bmatrix};$$

$$K_i = M_i Z^{-1}, \quad i = 1, 2, \dots, r;$$

$$\begin{aligned} \Pi_{ii} = & A_i Z + B_2 M_i + (A_i Z)^T + \\ & (B_2 M_i)^T + 2\gamma^2 B_1 B_1^T i + \frac{1}{1 - \beta} Q_1; \end{aligned}$$

$$\bar{M}_{ij} = [-B_2 M_j - B_2 M_i \quad 0];$$

$$\Pi_{ij} =$$

$$A_i Z + A_j Z + B_2 M_j + B_2 M_i +$$

$$\frac{1}{2} \gamma^2 (B_{1i} + B_{1j})(B_{1i} + B_{1j})^T + \frac{1}{1 - \beta} Q_1;$$

$$\bar{M}_i = [-B_2 M_i \quad 0];$$

$$V_{ik} = [E_{1i} Z + D_{1i} M_k \quad 0 \quad -D_{1i} M_k \quad 0], \quad i, k = 1, 2, \dots, r.$$

其次, 对于第 1 步的解存在矩阵  $P_2 > 0, S_2 > 0, J_i,$

$\bar{G}_{ii} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{ii1} & \bar{G}_{ii2} \\ (*) & \bar{G}_{ii4} \end{bmatrix}, \bar{G}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{ij1} & \bar{G}_{ij2} \\ \bar{G}_{ij3} & \bar{G}_{ij4} \end{bmatrix}, i < j,$  满足下

列 LM Is:

$$\begin{bmatrix} \Omega_i - \bar{G}_{ii1} & P_2 A_{1i} - J_i C_{2i} - \bar{G}_{ii2} & P_2 B_{1i} & J_i D_{2i} \\ (*) & -S_2 - \bar{G}_{ii4} & 0 & 0 \\ (*) & (*) & -\frac{1}{2} \gamma^2 I & 0 \\ (*) & (*) & (*) & -\gamma^2 P \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega_j - \bar{G}_{ij1} - \bar{G}_{ij1}^T & P_2 A_{1i} - J_i C_{2j} + P_2 A_{1j} - J_j C_{2j} - \bar{G}_{ij2} - \bar{G}_{ij3}^T \\ (*) & -2S_2 - \bar{G}_{ij4} - \bar{G}_{ij4}^T \\ (*) & (*) \\ (*) & (*) \\ P_2 (B_{1i} + B_{1j}) & (J_i D_{2j} + J_j D_{2i}) \\ 0 & 0 \\ -\gamma^2 I & 0 \\ (*) & -2\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (27)$$

则系统(4) 内部渐近稳定, 且  $z \stackrel{2}{\sim} y^2 \bar{w} \stackrel{2}{\sim} z$  记

$P_1 = Z^{-1}$ , 其中

$$\bar{G}_{ii} = \text{diag}[P_1, I]G_{ii}\text{diag}[P_1, I];$$

$$\bar{G}_{ij} = \text{diag}[P_1, I]G_{ij}\text{diag}[P_1, I], i \neq j;$$

$$L_i = P_2^{-1}J_i, i, j = 1, 2, \dots, r;$$

$$\Omega_{ii} = (PA_i - J_iC_i) + (PA_i -$$

$$J_iC_i)^T + \frac{1}{1 - \beta}S_2;$$

$$\Omega_{ij} = (PA_i - J_iC_{ij} + PA_j -$$

$$J_jC_{ij}) + (PA_i - J_iC_{ij} + PA_j -$$

$$J_jC_{ij})^T + \frac{2}{1 - \beta}S_2$$

证明 选取 Lyapunov 函数

$$V = x^T P x + \frac{1}{1 - \beta} \int_{t-\sigma(t)}^t x^T(s) S x(s) ds \quad (28)$$

其中仿真  $\bar{P} = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$ ,  $\bar{S} = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix}$ . 定理 2 与定理 1 的证明类似, 这里不再赘述

### 5 仿真例子

考虑文献[5] 中提出的非线性系统 根据文献[5], 上述非线性系统可由下述模糊模型近似表示:

R1: If  $x_2(t)$  is  $M_{11}$  Then

$$\dot{x}(t) = A_{11}x(t) + A_{11}x(t - \sigma(t)) + B_{11}w(t) + B_{21}u(t),$$

$$y(t) = C_{11}x(t);$$

R2: If  $x_2(t)$  is  $M_{12}$  Then

$$\dot{x}(t) = A_{21}x(t) + A_{21}x(t - \sigma(t)) + B_{21}w(t) + B_{22}u(t),$$

$$y(t) = C_{12}x(t).$$

其中

$$M_{11}(x_2(t)) = 1 - (x_2^2(t)/2.25),$$

$$M_{12}(x_2(t)) = 1 - M_{11}(x_2(t)) = x_2^2(t)/2.25,$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_{12} = B_{22} = [1 \ 0]^T, C_{11} = [1 \ 1],$$

$$B_{22} = B_{21} = [1 \ 0]^T, C_{12} = [1 \ 1]$$

考虑控制输出为  $z = E_{1i}x + D_{1i}u, i = 1, 2$  其中

$$E_{12} = E_{11} = [0 \ 1], D_{12} = D_{11} = 0.5$$

按照定理 2, 取  $\gamma = 1$ , 解出

$$K_1 = [-4.3600 \ -5.1335],$$

$$K_2 = [-4.3641 \ -4.8484],$$

$$L_1 = [38.9846 \ 1.5046]^T$$

$$L_2 = [42.6521 \ 1.5566]^T.$$

选取状态初始函数为

$$\varphi(t) = [0.5 \ -0.5]^T, \forall t \in [-1, 0];$$

误差初始函数为

$$e(t) = [0.5 \ -0.5]^T, \forall t \in [-1, 0],$$

$$w(t) = 10e^{-0.3t} \sin 6t$$

仿真结果如图 1 和图 2 所示

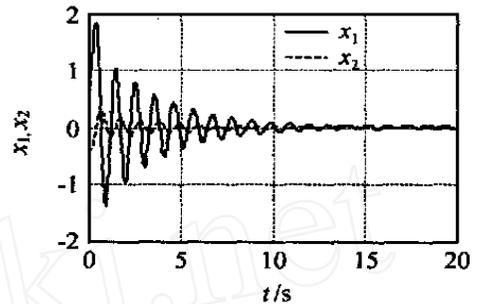


图 1 状态响应曲线

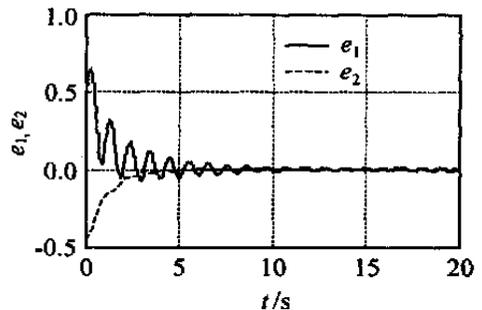


图 2 误差响应曲线

### 6 结 语

本文利用 T-S 模糊模型研究一类非线性时滞系统的 H 控制问题, 分别给出了基于状态反馈和基于模糊观测器的 H 控制器设计方法, 并以线性矩阵不等式的形式给出了控制器存在的充分条件. 最后以仿真例子验证了所提出方法的有效性

### 参考文献 (References)

[1] Liu X D, Zhang Q L. New approaches to H controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LM I [J]. Automatica, 2003, 9(39): 1571-1582  
[2] Kim E, Lee H. New approaches to relaxed quadratic stability condition of fuzzy control systems [J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 2000, 8(5): 523-533

(下转第 102 页)

$$D_{201} = \begin{bmatrix} 0 & 170 & 0 & 0 & 210 & 0 \\ 0 & 341 & 0 & 0 & 100 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{202} = \begin{bmatrix} 0 & 150 & 0 & 0 & 060 & 0 \\ 0 & 140 & 0 & 0 & 119 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{211} = \begin{bmatrix} 0 & 011 & 0 & 0 & 007 & 0 \\ 0 & 002 & 0 & 0 & 001 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{212} = \begin{bmatrix} 0 & 011 & 0 & 0 & 021 & 0 \\ 0 & 008 & 0 & 0 & 003 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{221} = \begin{bmatrix} 0 & 013 & 0 & 0 & 008 & 0 \\ 0 & 021 & 0 & 0 & 009 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{222} = \begin{bmatrix} 0 & 007 & 0 & 0 & 011 & 0 \\ 0 & 012 & 0 & 0 & 009 & 0 \end{bmatrix}.$$

这里:  $n_a = n_b = 2, n = m = 2$  噪声为白噪声的滑动平均  $e(k) = \xi(k) + 0.2\xi(k+1)$ , 其中:  $E\xi(k) = 0, E\xi^2(k) = \lambda^2$ . 显然有

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 898 & 0 & 2 & 093 & 3 \\ 2 & 471 & 8 & 2 & 904 & 7 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0 & 451 & 4 & 0 & 630 & 6 \\ 0 & 497 & 2 & 0 & 623 & 2 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1 & 048 & 8 & 0 & 747 & 3 \\ 1 & 201 & 4 & 0 & 696 & 3 \end{bmatrix},$$

当噪声的  $\lambda^2 = 0.1$  时, 取  $T = 100, N = 1000$ ;  $y(0) = y(1) = [0 \ 0]^T, u(0) = u(1) = [0 \ 0]^T$ .

1) 估计  $R_1$  和  $D_1$ : 取

$$u_{10} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, u_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, u_{12} = \begin{bmatrix} - & 0 & 2 \\ & 0 & \end{bmatrix},$$

即  $\sigma_{10} = 0.1, \sigma_{11} = 0.2, \sigma_{12} = -0.2$  得

$$D_1(N) = \begin{bmatrix} 0 & 447 & 1 & 0 & 636 & 6 \\ 0 & 492 & 5 & 0 & 638 & 7 \end{bmatrix},$$

$$R_1(N) = \begin{bmatrix} 1 & 893 & 8 \\ 2 & 467 & 1 \end{bmatrix}.$$

2) 估计  $R_2$  和  $D_2$ : 取

$$u_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, u_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, u_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ - & 0 & 2 \end{bmatrix},$$

即  $\sigma_{20} = 0.1, \sigma_{21} = 0.3, \sigma_{22} = -0.2$  得

$$D_2(N) = \begin{bmatrix} 1 & 049 & 2 & 0 & 748 & 5 \\ 1 & 202 & 7 & 0 & 697 & 1 \end{bmatrix},$$

$$R_2(N) = \begin{bmatrix} 2 & 084 & 2 \\ 2 & 894 & 5 \end{bmatrix}.$$

定义仿真辨识结果  $\hat{A}$  与实际  $A$  之间的相对误差

$$\sigma_{(\hat{A}, A)}(\%) = \frac{\hat{A} - A}{A} \times 100\%,$$

$$A = \max_{i,j} |a_{ij}|$$

误差为  $\sigma_{(R(N), R)}(\%) = 0.4377, \delta_{(D_1(N), D_1)}(\%) = 1.0059, \delta_{(D_2(N), D_2)}(\%) = 0.1611$ .

## 6 结 语

本文提出了一种辨识动态双线性工业过程稳态模型的方法. 由于该工业过程在阶跃输入的情况下是一个严格稳定的过程, 其稳态输出采样值是拟平稳的, 从而可获取其稳态模型的强一致性估计. 文中给出了稳态模型可辨识的条件, 并通过数字仿真误差分析证明了该方法的有效性和实用性.

## 参考文献 (References)

- [1] 华向明. 双线性系统建模与控制[M]. 上海: 华东工学院出版社, 1990.
- [2] Bamberg W, Iseemann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes [J]. *Automatica*, 1978, 14(2): 223-230.
- [3] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 双线性系统稳态模型估计及其强一致性分析[J]. *自动化学报*, 1995, 21(5): 562-569. (Huang ZL, Wan B W, Han C Z. An approach to estimate steady-state models of bilinear systems and its strong consistency [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(5): 562-569.)
- [4] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 过程导数估计新方法及其强一致性分析[J]. *控制理论与应用*, 1994, 11(1): 12-19. (Huang ZL, Wan B W, Han C Z. A new approach to estimate the process derivative and its strong consistency analysis [J]. *Control Theory and Applications*, 1994, 11(1): 12-19.)

(上接第95页)

- [3] Cao Y Y, Frank P M. Analysis and synthesis of nonlinear time-delay system via fuzzy control approach [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(2): 200-211.
- [4] Cao Y Y, Frank P M. Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay system via linear Tankagi

Sugeno fuzzy models [J]. *Fuzzy Set and Systems*, 2001, 124(2): 213-229.

- [5] Lee K R, Kim J H, Jeung E T. Output feedback robust  $H_\infty$  control of nonlinear fuzzy dynamic systems with time-varying delay [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 657-664.