文章编号: 1001-0920(2005)01-0099-04

动态双线性工业过程稳态模型的强一致估计

刘知贵[1,2], 黄正良[1,3]
(1. 西南交通大学 计算机与通信工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南科技大学 信息与控制工程学院, 四川 绵阳 621010; 3. 绵阳市政府, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 针对双线性动态工业过程, 提出一种辨识其稳态模型的方法. 该方法利用阶跃信号作为辨识输入信号和过程稳态输出采样值的滑动平均近似稳态输出值, 从而构造一种线性矩阵关系, 获得其未知系数矩阵的估计. 该过程在阶跃输入情况下是一个严格稳定的过程, 所以其稳态输出采样值是拟平稳的, 从而这种估计是强一致的. 数字仿真充分证明了该方法是有效和实用的.

关键词: 稳态模型; 双线性动态工业过程; 随机噪声; 强一致收敛
中图分类号: TP11 **文献标识码**: A

Strong convergence estimations of the steady-state models for dynamic bilinear industrial processes

LIU Zhi-gui[1,2], *HUANG Zheng-liang*[1,3]
(1. School of Computer and Communication Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Information and Control Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China; 3. Mianyang City Government, Mianyang 621000, China. Correspondent: LIU Zhi-gui, E-mail: zhiguiliu@263.net)

Abstract: To the bilinear industrial processes, a method for building the steady-state models of industrial processes with stochastic noise is presented. The method only uses both the step input values and the moving average values of the sampled steady-state output values. Linear matrix relationships are constructed from which the consistency estimations of the unknown coefficients matrixes are obtained. The processes are strick stability and the realization of the outputs are quasi stationary. So the estimations are strong convergence. Simulation results show that the proposed technique is efficient and practical.

Key words: steady-state models; bilinear dynamic industrial processes; stochastic noise; strong convergence

1 引 言

相当广泛的一类工业过程可用双线性动态模型描述[1], 而靠机理分析和简单实验数据得到的模型往往带有需要估计的未知参数. 要获得这些未知参数的一致性估计, 从而建立动态模型相当困难. 在电力、化工、石油和冶金等工业过程中, 有一类特殊过程长期在稳态工况下进行生产, 对生产过程起决定性作用的是稳态工况, 而外界环境的变化, 器件、触媒老化以及原材料成分的变动往往使最佳工况发生偏离. 如何克服系统的这些慢扰动, 在线确定、跟踪最佳工况十分重要, 而建立工业过程的稳态模型, 从而进行优化控制是一种重要的方法[2].

获取过程的稳态模型往往比获取动态模型更容易一些, 对于单输入-单输出的双线性过程, 其稳态模型的建立已经解决[3]. 本文要解决的是多输入-多输出双线性过程稳态模型的建立问题, 为稳态优化控制提供前提条件.

收稿日期: 2004-02-26; **修回日期**: 2004-06-24.
基金项目: 国家自然科学基金项目(69674003).
作者简介: 刘知贵(1966—), 男, 四川绵阳人, 副教授, 博士生, 从事自动控制理论、计算机技术及应用的研究; 黄正良(1962—), 男, 湖南益阳人, 教授, 博士生导师, 从事自动控制理论、计算机技术及应用等研究.

2 问题描述

考虑由如下输入-输出模型描述的双线性动态工业过程:

$$y(k)=\sum_{i=1}^{n_a}A_i y(k-i)+\sum_{i=0}^{n_b}B_i u(k-i)+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=0}^{n_b}\sum_{t=1}^{n_a}u_i(k-j)D_{ijt}y(k-t)+e(k). \tag{1}$$

这里: $y(k)\in R^n$, $u(k)\in R^m$ 分别为过程的输出和输入; n_a 和 n_b 分别为对应的阶; A_i, B_i 和 D_{ijt} 分别为 $n\times n$ 阶、$n\times m$ 阶和 $n\times n$ 阶的未知系数估计; $e(k)\in R^n$ 为过程噪声. 显然, 该工业过程的稳态模型为

$$y=\left(\sum_{i=1}^{n_a}A_i\right)y+\left(\sum_{i=0}^{n_b}B_i\right)u+\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=0}^{n_b}\sum_{t=1}^{n_a}u_iD_{ijt}\right)y. \tag{2}$$

进一步可简化为

$$y=Ru+\sum_{i=1}^{m}u_iD_iy. \tag{3}$$

这里

$$R=\left(I-\sum_{i=1}^{n_a}A_i\right)^{-1}\sum_{i=0}^{n_b}B_i,$$

$$D_i=\left(I-\sum_{s=1}^{n_a}A_s\right)^{-1}\sum_{j=0}^{n_b}\sum_{t=1}^{n_a}D_{ijt}.$$

要想获得稳态模型的一致性估计, 就要获取未知矩阵 R 和 D_i 的一致性估计. 本文所采用的辨识输入信号为阶跃信号, 对每一个阶跃信号 u, 过程有唯一的稳态输出值, 记为 $y(u)$, 从而为了强调 y 与 u 的关系, 式(3) 可写为

$$y(u)=Ru+\sum_{i=1}^{m}u_iD_iy(u). \tag{4}$$

本文假定输入信号受限于某一范围(比如 $\|u\|\leq M$, M 为某一正数, $\|\cdot\|$ 为欧氏范数), 过程是严格稳定的, 即

$$\det\left|Z^{n_a}I-\sum_{i=1}^{n_a}A_iZ^{n_a-i}-\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=0}^{n_b}\sum_{t=1}^{n_a}u_iD_{ijt}Z^{n_a-t}\right|=0 \tag{5}$$

的根严格位于单位园内.

3 辨识方法

式(4) 描述的是阶跃信号 u 与输出稳态理论值 $y(u)$ 之间的一种确定性代数关系. 下面提出一种估计方法, 利用一组特殊的阶跃信号 u^{ij} 和对应的理论值 y^{ij}, 从式(4) 描述的关系中确定未知矩阵 R 和 D_i. y^{ij} 为理论值, 是不可精确量测的, 但可用序列 y_N^{ij} 近似, 从而可得到 R 和 D_i 的估计序列 $R(N)$ 和 $D_i(N)$, 并且这种序列一致收敛到 R 和 D_i. 下面具体描述这一方法.

首先估计 R 的第 i 列 R_i 和矩阵 D_i, 辨识信号采用如下阶跃信号:

$$u=u^{ij}=(0,\cdots,0,\sigma_{ij},0,\cdots,0)^{\mathrm T},$$

这里: 第 i 个分量为 σ_{ij}, $j=0,1,\cdots,n$, $\sigma_{i0}\neq 0$. 将阶跃信号 u^{ij} 加到过程中, 于是由式(3) 可得到

$$y^{ij}=R_i\sigma_{ij}+\sigma_{ij}D_iy^{ij}, \tag{6}$$

这里 $y^{ij}=y(u^{ij})$. 特别有

$$y^{i0}=R_i\sigma_{i0}+D_iy^{i0}\sigma_{i0}, \tag{7}$$

即

$$R_i=y^{i0}/\sigma_{i0}-D_iy^{i0}. \tag{8}$$

将式(8) 的 σ_{ij} 倍代入(6), 从而有

$$y^{ij}/\sigma_{ij}-y^{i0}/\sigma_{i0}=D_i(y^{ij}-y^{i0}). \tag{9}$$

将 $j=1,\cdots,n$ 共 n 个关系式写成矩阵形式, 即

$$\left[\frac{y^{i1}}{\sigma_{i1}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\quad\frac{y^{i2}}{\sigma_{i2}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\quad\cdots\quad\frac{y^{in}}{\sigma_{in}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\right]=D_i[y^{i1}-y^{i0}\quad y^{i2}-y^{i0}\quad\cdots\quad y^{in}-y^{i0}]. \tag{10}$$

为研究方便, 进一步记

$$E_i=\left[\frac{y^{i1}}{\sigma_{i1}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\quad\frac{y^{i2}}{\sigma_{i2}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\quad\cdots\quad\frac{y^{in}}{\sigma_{in}}-\frac{y^{i0}}{\sigma_{i0}}\right], \tag{11}$$

$$F_i=[y^{i1}-y^{i0}\quad y^{i2}-y^{i0}\quad\cdots\quad y^{in}-y^{i0}]. \tag{12}$$

当 F_i 是可逆矩阵时, 有

$$D_i=E_iF_i^{-1}. \tag{13}$$

由式(8) 可确定 R_i, 取 $i=1,2,\cdots,m$, 便可确定未知系数矩阵 R 和 D_i.

假定过程的稳态时刻为 T, 取如下滑动平均值 y_N^{ij} 来近似 y^{ij}:

$$y_N^{ij}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}y^{ij}(T+k),$$

$$i=1,\cdots,m,\ j=0,\cdots,n. \tag{14}$$

其中 $y^{ij}(T+k)$ 表示阶跃信号 u^{ij} 加到过程中后, 在时刻 $T+k$ 时的采样值.

假定 $e(t)\equiv 0$, 即考虑过程不带有噪声的情形. 由于过程是严格稳定的, 可有

$$\lim_{N\to\infty}y_N^{ij}=y^{ij}. \tag{15}$$

用 y_N^{ij} 替代式(11) 和(12) 中右边的 y^{ij}, 并相应地记式(11) 和(12) 的左边为 $E_i(N)$ 和 $F_i(N)$, 并记

$$D_i(N)=E_i(N)F_i^{-1}(N), \tag{16}$$

$$R_i(N)=y_N^{i0}/\sigma_{i0}-D_i(N)y_N^{i0}. \tag{17}$$

由式(11), (12) 和(15) 可知

$$\lim_{N\to\infty}E_i(N)=E_i,\ \lim_{N\to\infty}F_i(N)=F_i.$$

于是有

$$\lim_{N\to\infty}D_i(N)=D_i. \tag{18}$$

由式(7) 和(17) 知

$$\lim_{N\to\infty}R_i(N)=y^{i0}/\sigma_{i0}-D_iy^{i0}=R_i. \tag{19}$$

下面将进一步分析, 即使带有噪声, 也能获得一致性估计.

4　带有噪声的情形

对噪声提出如下要求:

1) $e(k)$ 的均值为零, 方差一致有界;

2) $$\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}e(k)=0,\ (\mathrm{a.s}), \tag{20}$$

(a.s) 表示几乎处处收敛

这里对噪声的要求并不苛刻, 比如白噪声的滑动平均作为噪声符合上述条件. 为使问题简单化, 下面寻找有噪声与无噪声的对应关系

对式(1) 两边取数学期望, 有

$$\mathrm{E}y(k)=\sum_{i=1}^{n_a}A_i\mathrm{E}y(k-i)+\sum_{i=0}^{n_b}B_iu(k-i)+\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=0}^{n_b}\sum_{t=1}^{n_a}u(k-j)D_{ijt}\mathrm{E}y(k-t).$$

由此可知, 如果用 $\mathrm{E}y(k)$ 代替 $y(k)$, 则有噪声与无噪声情形服从同一关系式, 记为

$$\mathrm{E}y_N^{ij}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\mathrm{E}y^{ij}(T+k),$$

$$i=1,\cdots,m,\ j=0,1,\cdots,n. \tag{21}$$

注意: $y^{ij}(T+k)$ 为采样值, 它既是随机过程的实现, 也是随机变量. 这就是样本空间的双重特性

显然有

$$\lim_{N\to\infty}\mathrm{E}y_N^{ij}=\lim_{k\to\infty}\mathrm{E}y^{ij}(k)=y(u^{ij}). \tag{22}$$

用 $\mathrm{E}y_N^{ij}$ 替代式(11) 和(12) 中右边的 y^{ij}, 并相应地记为 $E_i^*(N)$ 和 $F_i^*(N)$, 并记

$$D_i^*(N)=E_i^*(N)F_i^{*-1}(N),$$

$$R_i^*(N)=(I/\sigma_{i0}-D_i^*(N))\mathrm{E}y_N^{i0}.$$

显然有

$$\lim_{N\to\infty}D_i^*(N)=D_i,\ \lim_{N\to\infty}R_i^*(N)=R_i.$$

如果能找到 $E_i^*(N)$ 和 $F_i^{*-1}(N)$ 的强一致估计, 问题便彻底解决了. 现在的问题是如何估计 $E_i^*(N)$ 和 $F_i^*(N)$ 中的 $\mathrm{E}y_N^{ij}$.

注意到对于任意的阶跃输入信号 u 加到过程中, 此时由式(1) 描述的过程是严格稳定的线性过程, 利用噪声的假设条件, 按文献[4] 的方法便可严格证明

$$\lim_{N\to\infty}\mathrm{E}y_N^{ij}=\lim_{N\to\infty}y_N^{ij},\ (\mathrm{a.s}). \tag{23}$$

由此便得到 $\mathrm{E}y_N^{ij}$ 的强一致估计 y_N^{ij}. 即使在有噪声的情形下, 式(20) 和(21) 也成立, 即

$$\lim_{N\to\infty}D_i(N)=D_i,\ (\mathrm{a.s}); \tag{24}$$

$$\lim_{N\to\infty}R_i(N)=R_i,\ (\mathrm{a.s}). \tag{25}$$

注意式(24) 和(25) 几乎处处收敛, 与式(18) 和(19) 的收敛有所不同. 这是因为在带有噪声的情形下, 式(24) 和(25) 左边的 $D_i(N)$ 和 $R_i(N)$ 是随机过程, 而式(18) 和(19) 左边是一个普通的数字序列. 由此可获得稳态模型的强一致性估计

$$y=R(N)u+\sum_{i=1}^{m}u_iD_i(N)y. \tag{26}$$

整个辨识过程可描述如下:

1) 选择 $u^{ij}=(0,\cdots,0,\sigma_{ij},0,\cdots,0)^{\mathrm{T}};\ i=1,2,\cdots,m;\ j=0,1,\cdots,n;\ \sigma_{i0}\neq 0.$ 分别加到过程中, 进入稳态后, 采样获得 $y^{ij}(T+k)$ $(k=1,2,\cdots,N,\ N$ 为充分大的正整数), 利用式(14) 计算 y_N^{ij}.

2) 根据式(11) 和(12) 计算 $E_i(N)$ 和 $F_i(N)$, 式中 y^{ij} 用 y_N^{ij} 替代

3) 利用式(16) 和(17) 计算 $D_i(N)$ 和 $R_i(N)$.

4) 算出稳态模型

$$y=R(N)u+\sum_{i=1}^{m}u_iD_i(N)y.$$

5　仿真研究

考虑如下二阶双线性系统的数字仿真:

$$A_1=\begin{bmatrix}0.2000 & 0.1100\\ 0.3100 & 0.1300\end{bmatrix},$$

$$A_2=\begin{bmatrix}0.0310 & 0.2600\\ 0.1400 & 0.0410\end{bmatrix},$$

$$B_0=\begin{bmatrix}0.2120 & 0.0240\\ 0.5210 & 0.2790\end{bmatrix},$$

$$B_1=\begin{bmatrix}0.3150 & 0.2960\\ 0.6140 & 0.8920\end{bmatrix},$$

$$B_2=\begin{bmatrix}0.0180 & 0.2150\\ 0.0600 & 0.2950\end{bmatrix},$$

$$D_{101}=\begin{bmatrix}0.1300 & 0.1280\\ 0.2100 & 0.1600\end{bmatrix},$$

$$D_{102}=\begin{bmatrix}0.0210 & 0.0370\\ 0.0110 & 0.0400\end{bmatrix},$$

$$D_{111}=\begin{bmatrix}0.0014 & 0.0200\\ 0.0200 & 0.0015\end{bmatrix},$$

$$D_{112}=\begin{bmatrix}0.0021 & 0.0210\\ 0.0220 & 0.0009\end{bmatrix},$$

$$D_{121}=\begin{bmatrix}0.0017 & 0.0210\\ 0.0270 & 0.3000\end{bmatrix},$$

$$D_{122}=\begin{bmatrix}0.0070 & 0.0240\\ 0.0090 & 0.0080\end{bmatrix},$$

$$D_{201} = \begin{bmatrix} 0.170\,0 & 0.210\,0 \\ 0.341\,0 & 0.100\,0 \end{bmatrix},$$

$$D_{202} = \begin{bmatrix} 0.150\,0 & 0.060\,0 \\ 0.140\,0 & 0.119\,0 \end{bmatrix},$$

$$D_{211} = \begin{bmatrix} 0.011\,0 & 0.007\,0 \\ 0.002\,0 & 0.001\,0 \end{bmatrix},$$

$$D_{212} = \begin{bmatrix} 0.011\,0 & 0.021\,0 \\ 0.008\,0 & 0.003\,0 \end{bmatrix},$$

$$D_{221} = \begin{bmatrix} 0.013\,0 & 0.008\,0 \\ 0.021\,0 & 0.009\,0 \end{bmatrix},$$

$$D_{222} = \begin{bmatrix} 0.007\,0 & 0.011\,0 \\ 0.012\,0 & 0.009\,0 \end{bmatrix}.$$

这里: $n_a = n_b = 2, n = m = 2$ 噪声为白噪声的滑动平均 $e(k) = \xi(k) + 0.2\xi(k+1)$, 其中: $E\xi(k) = 0$, $E\xi^2(k) = \lambda^2$. 显然有

$$R = \begin{bmatrix} 1.898\,0 & 2.093\,3 \\ 2.471\,8 & 2.904\,7 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} 0.451\,4 & 0.630\,6 \\ 0.497\,2 & 0.623\,2 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 1.048\,8 & 0.747\,3 \\ 1.201\,4 & 0.696\,3 \end{bmatrix},$$

当噪声的 $\lambda^2 = 0.1$ 时, 取 $T = 100, N = 1\,000$; $y(0) = y(1) = [0 \quad 0]^T$, $u(0) = u(1) = [0 \quad 0]^T$.

1) 估计 R_1 和 D_1: 取

$$u_{10} = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix}, u_{11} = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0 \end{bmatrix}, u_{12} = \begin{bmatrix} -0.2 \\ 0 \end{bmatrix},$$

即 $\sigma_{10} = 0.1, \sigma_{11} = 0.2, \sigma_{12} = -0.2$ 得

$$D_1(N) = \begin{bmatrix} 0.447\,1 & 0.636\,6 \\ 0.492\,5 & 0.638\,7 \end{bmatrix},$$

$$R_1(N) = \begin{bmatrix} 1.893\,8 \\ 2.467\,1 \end{bmatrix}.$$

2) 估计 R_2 和 D_2: 取

$$u_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix}, u_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \end{bmatrix}, u_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix},$$

即 $\sigma_{20} = 0.1, \sigma_{21} = 0.3, \sigma_{22} = -0.2$ 得

$$D_2(N) = \begin{bmatrix} 1.049\,2 & 0.748\,5 \\ 1.202\,7 & 0.697\,1 \end{bmatrix},$$

$$R_2(N) = \begin{bmatrix} 2.084\,2 \\ 2.894\,5 \end{bmatrix}.$$

定义仿真辨识结果 $\hat{A}$ 与实际 A 之间的相对误差

$$\sigma_{(\hat{A},A)}(\%) = \|\hat{A} - A\| / \|A\| \times 100\%,$$
$$\|A\| = \max_{i,j} = |a_{ij}|.$$

误差为 $\sigma_{(R(N),R)}(\%) = 0.437\,7$, $\delta_{(D_1(N),D_1)}(\%) = 1.005\,9$, $\delta_{(D_2(N),D_2)}(\%) = 0.161\,1$.

6 结 语

本文提出了一种辨识动态双线性工业过程稳态模型的方法. 由于该工业过程在阶跃输入的情况下是一个严格稳定的过程, 其稳态输出采样值是拟平稳的, 从而可获取其稳态模型的强一致性估计. 文中给出了稳态模型可辨识的条件, 并通过数字仿真误差分析证明了该方法的有效性和实用性.

参考文献(References)

[1] 华向明. *双线性系统建模与控制*[M]. 上海: 华东工学院出版社, 1990.

[2] Bamberge W, Isermann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes [J]. *Automatica*, 1978, 14(2): 223-230.

[3] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 双线性系统稳态模型估计及其强一致性分析[J]. *自动化学报*, 1995, 21(5): 562-569.
(Huang Z L, Wan B W, Han C Z. An approach to estimate steady-state models of bilinear systems and its strong consistency[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(5): 562-569.)

[4] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 过程导数估计新方法及其强一致性分析[J]. *控制理论与应用*, 1994, 11(1): 12-19.
(Huang Z L, Wan B W, Han C Z. A new approach to estimate the process derivative and its strong consistency analysis [J]. *Control Theory and Applications*, 1994, 11(1): 12-19.)

(上接第 95 页)

[3] Cao Y Y, Frank P M. Analysis and synthesis of nonlinear time-delay system via fuzzy control approach [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(2): 200-211.

[4] Cao Y Y, Frank P M. Stability analysis and synthesis of nonlinear time-delay system via linear Tankagi-Sugeno fuzzy models[J]. *Fuzzy Set and Systems*, 2001, 124(2): 213-229.

[5] Lee K R, Kim J H, Jeung E T. Output feedback robust H_∞ control of nonlinear fuzzy dynamic systems with time-varying delay[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2000, 8(6): 657-664.