

文章编号: 1001-0920(2005)01-0113-04

单核单涡旋混沌系统定平面折返控制法

胡庆彬, 卢元元, 朱明程

(深圳大学 信息工程学院, 广东 深圳 518060)

摘 要: 基于混沌细胞模型理论, 提出适用于单核单涡旋混沌系统的定平面折返控制法。让混沌系统的运动轨线在确定的平面折返, 并用一线性系统取代混沌系统作折返运动, 从而大大降低了系统的随机性。适当选择折返平面, 可控制混沌系统稳定运行于某些周期轨道上。用该控制方法对多个典型混沌系统进行数字仿真实验, 获得了稳定的周期 1、周期 2 和周期 4 轨道。

关键词: 混沌细胞模型; 混沌控制; 周期轨道; 折返控制

中图分类号: TN 914.2 **文献标识码:** A

Recurving control on detem inate plane for 1-core single-scroll chaotic systems

HU Qing-bin, LU Yuan-yuan, ZHU Ming-cheng

(College of Information Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China Correspondent: HU Qing-bin, E-mail: huqb@szu.edu.cn)

Abstract: Based on the cell model theory of chaotic systems, a new control method for the chaotic system with 1-core single-scroll attractor is proposed. Making chaotic system orbits recurve from a detem inate plane and replacing the system with a linear system for the recurving movement will greatly reduce the randoms of chaotic system movement. By choosing properly recurving planes, the system can run stably in some periodic orbits. The method is verified by the simulations of many typical chaotic systems. The period-1 orbits, period-2 orbits and period-4 orbits are obtained from the simulation experiments.

Key words: chaos cell model; chaotic control; periodic orbit; recurving control

1 引 言

混沌系统有着丰富的动力学行为, 其吸引子中蕴藏着无穷多个不稳定的周期轨道。近年来, 人们在混沌控制领域做了大量的工作^[1], 希望能控制混沌系统稳定运行于某些周期轨道, 从而可对这些周期轨道加以利用。

文献[2~ 4]提出的混沌细胞模型和混沌吸引子理论为连续混沌系统的动力学行为赋予了非常清晰具体的形象。根据这一理论, 混沌吸引子由伸展的螺旋运动和折返的单向运动组成, 其随机性主要在于折返运动的不确定性。

本文基于这一混沌吸引子理论提出一种定平面

折返控制法, 其原理是让混沌系统的运动轨线在一个确定的平面进行折返, 并用一个线性系统取代混沌系统作折返运动。这在很大程度上降低了折返运动的不确定性, 从而降低混沌系统的随机性, 适当选择折返平面, 可控制混沌系统稳定运行在某些周期轨道上。这一混沌控制法原理简单, 用该方法对多个典型的单核单涡旋混沌系统进行仿真实验, 获得了稳定的周期 1、周期 2 和周期 4 轨道。

2 混沌细胞模型^[2~ 4]

一类三阶自治混沌系统具有单核单涡旋混沌吸引子, 其吸引子的细胞模型如图 1 所示。该模型中鞍焦平衡点 x_c 与半稳定极限环 LC 构成了一对混合

收稿日期: 2004-02-16; 修回日期: 2004-06-02

基金项目: 国家自然科学基金项目(90207012); 深圳市科技项目(200330)。

作者简介: 胡庆彬(1955—), 男, 广东中山人, 教授, 博士, 从事混沌保密通信、计算机仿真及虚拟现实等研究;

卢元元(1955—), 女, 湖南衡阳人, 教授, 从事混沌及保密通信、线性与非线性系统理论等研究。

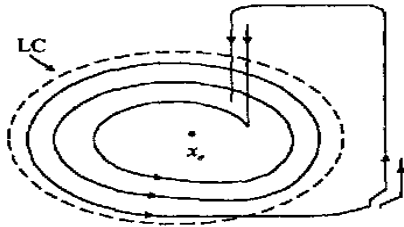


图1 单核单涡旋混沌吸引子细胞模型

吸引子 x_e 是混沌吸引子的核心,它具有不稳定的特征平面和稳定的特征向量,在 x_e 附近系统有螺旋运动的不稳定流形和单向运动的稳定流形 LC 是对内吸引对外排斥的半稳定极限环

始于 x_e 附近的的状态轨迹受 x_e 的排斥,受 LC 的吸引,以螺旋运动向外伸展并逐渐向 LC 靠拢,到达 LC 附近时,受到 LC 向外排斥的作用以单向运动远离 LC,在这一过程中又受到 x_e 的吸引,返回 x_e 附近 x_e 和 LC 各为一个半吸引子,且构成一个混合吸引子,它们各自的不稳定流形就是对方的稳定流形,如此反复,便形成循环相轨流,形成有形的混沌吸引子。

就混沌系统的螺旋伸展运动和单向折返运动而言,伸展运动较为平稳,折返运动则随机性很强。单向折返运动的起点和终点称为“离去点”和“返回点”。折返运动的随机性在于离去点的不确定性和单向运动的极不稳定性。LC 附近是高度敏感的空间分叉区,当相点以螺旋运动到达空间分叉区时,在哪一点开始进行单向折返运动是非常不确定的。又由于单向运动的极不稳定性,离去点的微小差异可能导致返回点的较大差异。正是由于折返运动的随机性,使得混沌吸引子具有很强的随机性。

3 定平面折返控制法

要破坏混沌系统的随机性,让其稳定运行于某一周期轨道,可从破坏单向折返运动的随机性入手。本文基于这一思路,提出如下定平面折返控制法。

定平面折返控制法可用图 2 说明。在空间设立一平面 P , 该平面与混沌吸引子相交于螺旋伸展曲线即将结束的区域。平面 P 将空间分为 D_1 和 D_2 两

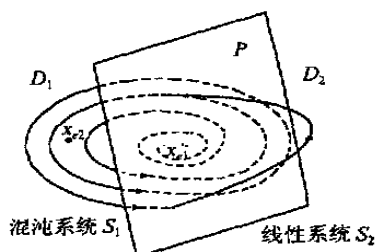


图2 定平面折返控制法

个区域,混沌系统 S_1 的鞍焦平衡点 x_{e1} 位于 D_1 中。混沌系统在 D_1 中主要进行比较平稳的螺旋伸展运动,在 D_2 中主要进行单向折返运动。

定平面折返控制法是将平面 P 定为折返平面,并在区域 D_2 中用一个稳定的线性系统 S_2 取代混沌系统 S_1 进行单向折返运动, S_2 有一个稳定的平衡点 x_{e2} 位于 D_1 中。相点位于区域 D_1 时按原混沌系统 S_1 的规律运动,相点位于区域 D_2 时则按线性系统 S_2 的规律运动。这样,相点从系统 S_1 的鞍焦平衡点 x_{e1} 附近螺旋伸展,穿过折返平面 P ,到达区域 D_2 受线性系统 S_2 平衡点 x_{e2} 的吸引,它将很快从 D_2 穿过平面 P 回到区域 D_1 ,在 D_1 区域又进行新一轮的螺旋伸展,如此循环反复。由于线性系统 S_2 的稳定性,始于不同离去点的单向折返轨线都趋向于平衡点 x_{e2} 运动。这些轨线有一种聚集效应,适当选择折返平面 P ,可使两次折返轨线与平面 P 的交点(返回点)的距离比之相应离去点的距离有所缩短。又由于非线性系统 S_1 在区域 D_1 中进行相对平稳的螺旋伸展运动,两次螺旋伸展运动轨线起点(返回点)距离的缩短将导致其终点(离去点)的接近。如此循环,使得相邻两次的返回点越来越接近,最终趋于同一点。这时系统便稳定运行于某一周期轨道上。

由于系统的复杂性,由理论分析确定折返平面 P 较为困难,可采用预估和实验调整的方法选择平面 P 。通过实验观察,可以知道混沌吸引子的形状及空间分叉区的大致范围,从而可粗略选定折返平面方程;再通过实验调整,最后确定平面 P 的位置。实验表明,能实现稳定控制的折返平面不是唯一的,不同折返平面下的稳定控制所获得的周期轨道不同。为使控制易于实现,在选择折返平面时应使平面方程尽量简单。

线性折返系统 S_2 可通过对混沌系统 S_1 进行某些改变得到。一种方便的作法是将 S_1 状态方程中的非线性函数 f_1 用一线性函数 f_2 替换,得到线性系统 S_2 的状态方程。线性函数 f_2 的设计应满足两点: 1) 使系统 S_2 在区域 D_1 中有一个稳定的平衡点; 2) 在折返平面(即 S_2 与 S_1 的切换平面)上 f_2 应与 f_1 相等,以保证系统状态方程的连续性。这样设计的 S_2 的状态方程与 S_1 只有一项不同,因此在 P 平面上对两个系统进行切换是方便的,电路实现也较为简单。

4 仿真实例

采用定平面折返控制法对多个单核单涡旋混沌系统进行仿真控制实验,均获得多个稳定的周期轨道,限于篇幅,仅列举两个控制实例。

4.1 Genesio 系统

Genesio 混沌系统 S_1 的方程为^[5]

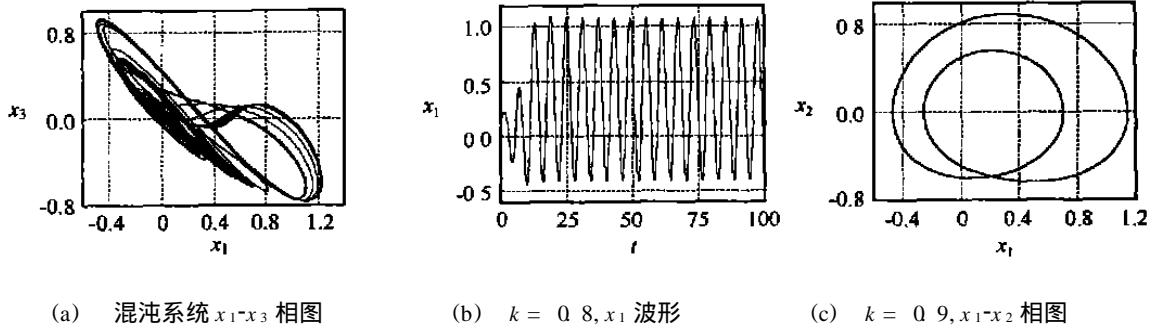


图 3 Genesis 系统定平面折返控制数字仿真结果

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -0.43x_3 - 1.1x_2 - x_1 + f(x_1). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $f(x_1) = f_1(x_1) = x_1^2$

仿真得到 Genesis 系统混沌吸引子的 x_1-x_3 相图如图 3(a) 所示, 这是一个单核单涡旋混沌系统。由理论分析可知, 该系统在状态空间的原点处有一个鞍焦平衡点。观察其相图可见, 系统在鞍焦平衡点附近有螺旋伸展的运动轨线, 在 $x_1 = 0.8$ 附近作单向折返运动。为简单起见, 可初步选取折返平面为

$$x_1 = k \quad (2)$$

其中: k 在 0.8 附近取值, 具体数值通过实验调整确定。令 $f_2(x_1) = kx_1$, 以线性函数 f_2 取代 S_1 方程中的非线性函数 f_1 , 得到线性系统 S_2 。将式 (1) 中的 $f(x_1)$ 改写为

$$f(x_1) = \begin{cases} f_1(x_1) = x_1^2, & x_1 < k; \\ f_2(x_1) = kx_1, & x_1 \geq k. \end{cases} \quad (3)$$

所得方程即为加入定平面折返控制后 Genesis 系统的状态方程

实验表明, 分别取式 (3) 中的 k 为 0.8 和 0.9 , 可得到稳定的、与初值无关的 $1p$ 和 $2p$ 周期轨道, 仿真实验结果如图 3(b) 和图 3(c) 所示。其中: 图 3(b) 是 k 为 0.8 , 获得 $1p$ 周期轨道时 x_1 的波形图; 图 3(c) 是 k 为 0.9 , 获得 $2p$ 周期轨道, 系统进入稳态后的 x_1-x_2 相图。

4.2 哈氏振荡器

哈氏振荡器系统 S_1 的方程为^[5]

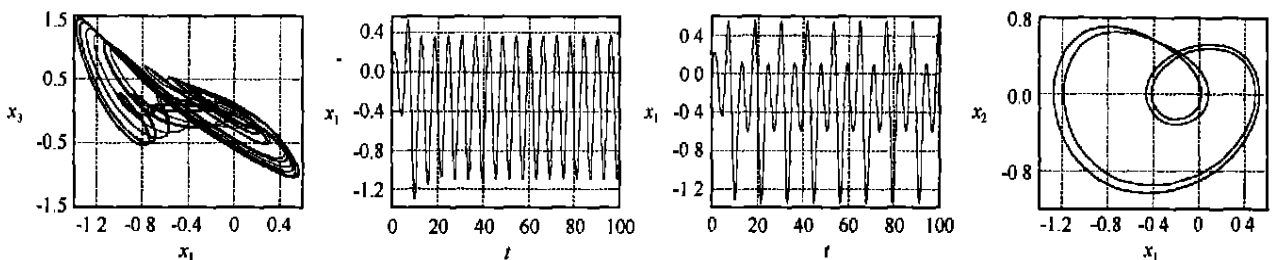


图 4 哈氏振荡器定平面折返控制数字仿真结果

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -0.4x_3 - 0.8x_2 - x_1 + f(x_1, x_2). \end{cases} \quad (4)$$

其中 $f(x_1, x_2) = f_1(x_1, x_2) = -x_1^2 - 1.5x_1^2x_2$

仿真得到哈氏振荡器混沌吸引子的 x_1-x_3 相图如图 4(a) 所示。分析可知, 该单核单涡旋混沌系统在状态空间的原点处有一个鞍焦平衡点。观察其相图可见, 系统在鞍焦平衡点附近有螺旋伸展的运动轨线, 在 $x_1 = -0.8$ 附近作单向折返运动。可初步选取折返平面为

$$x_1 = k \quad (5)$$

其中: k 在 -0.8 附近取值, 具体数值通过实验调整确定。令 $f_2(x_1, x_2) = -kx_1 - 1.5k^2x_2$, 以 f_2 取代 S_1 方程中的 f_1 , 得到线性系统 S_2 。将式 (4) 中的 $f(x_1, x_2)$ 改写为

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} f_1(x_1, x_2) = -x_1^2 - 1.5x_1^2x_2, & x_1 > k; \\ f_2(x_1, x_2) = -kx_1 - 1.5k^2x_2, & x_1 \leq k. \end{cases} \quad (6)$$

所得方程即为加入定平面折返控制后哈氏振荡器的状态方程

实验表明, 式 (6) 中的 k 分别取 -0.8 , -0.9 和 -0.95 时, 可得到稳定的、与初值无关的 $1p$, $2p$ 和 $4p$ 周期轨道, 仿真实验结果如图 4(b) ~ 图 4(d) 所示。其中: 图 4(b) 和图 4(c) 是 k 分别取 -0.8 和 -0.9 , 获得 $1p$ 和 $2p$ 周期轨道时 x_1 的波形图; 图 4(d) 是 k 为 -0.95 , 获得 $4p$ 周期轨道, 系统进入稳态后的 x_1-x_2 相图。

以上两例的式(3)和式(6)表明:定平面折返控制法是变结构控制,当相点位于区域 D_1 时,不对系统施加控制,相点按原系统规律运动;当相点位于区域 D_2 时,改变系统结构,将原系统非线性项用一线性项代替。在混沌电路中,采用电子开关进行切换,这种控制较易实现。

5 结 语

文献[2~4]阐述的混沌吸引子理论指出,混沌系统的随机性主要在于其单向折返运动的不确定性。本文提出的定平面折返控制法对混沌系统的单向折返运动进行控制,破坏其随机性,使系统稳定运行于某些周期轨道。该方法只需在折返平面对系统状态方程中的一项进行切换,控制简单,电路实现也较为方便。混沌系统的仿真实验结果表明了该控制方法的有效性。

参考文献(References)

- [1] 方锦清. 非线性系统中混沌的控制与同步及其应用前景(一)[J]. *物理学进展*, 1996, 16(1): 1-74

(Fang J Q. Control and synchronization of chaos in nonlinear systems and prospects for application (1) [J]. *Progress in Physics*, 1996, 16(1): 1-74)

- [2] 丘水生. 奇异吸引子的细胞模型及混沌存在定理的建立[J]. *华南理工大学学报*, 1996, 24(6): 134-137.
(Qiu S S. A cell model of strange attractor and two theorems of chaos existence [J]. *J of South China University of Technology*, 1996, 24(6): 134-137.)
- [3] 丘水生. Refind and extended description of the cell model of chaotic attractors—Part I: Theory [J]. *J of South China University of Technology*, 2000, 28(12): 18-23
- [4] 丘水生. 混沌吸引子周期轨道理论研究(1) [J]. *电路与系统学报*, 2003, 8(6): 1-5.
(Qiu S S. Study on periodic orbit theory of chaotic attractors (I) [J]. *J of Circuits and Systems*, 2003, 8(6): 1-5.)
- [5] 钟晓旭. 三阶混沌系统的仿真与分析[D]. 广州, 华南理工大学, 1998

(上接第108页)

4 结 论

本文提出了基于重构系统的观测器实现混沌系统的同步方法,其中驱动信号为标量信号。仿真表明,该方法不但能实现输出及其导数的同步,当满足一定条件时,还可实现所有状态变量的同步。

参考文献(References):

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(8): 821-824
- [2] Grassi G, Mascolo S. Nonlinear observer design to synchronize hyperchaotic systems via a scalar signal [J]. *IEEE Trans on Circuits and System: I*, 1997, 44(10): 1011-1014
- [3] 周平. 一类3维连续混沌系统观测器[J]. *物理学报*, 2003, 52(5): 1108-1111.
(Zhou P. Observers for a class of 3D continuous chaotic systems [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52(5): 1108-1111.)
- [4] Morgul O, Solak E. Observer based synchronization of chaotic system [J]. *Physical Review E*, 1996, 54(5): 4803-4811
- [5] 杨绿溪, 李克, 何振亚. 用于混沌同步的非线性观测器的稳定性分析[J]. *中国科学(E 辑)*, 2001, 31(4): 355-362

(Yang L X, Li K, He Z Y. Stabilizing analysis of nonlinear observer for chaotic synchronization [J]. *Science in China (Series E)*, 2001, 31(4): 355-362)

- [6] Nijmeijer H, Mareels IM Y. An observer looks at synchronization [J]. *IEEE Trans on Circuits System I*, 1997, 44(10): 882-890
- [7] Millerioux G, Mira C. Finite-time global chaos synchronization for piecewise linear maps [J]. *IEEE Trans on Circuits System I*, 2001, 48(1): 111-116
- [8] Millerioux G, Daafouz J. Global chaos synchronization and robust filtering in noisy context [J]. *IEEE Trans on Circuits System I*, 2001, 48(10): 1170-1176
- [9] Millerioux G, Daafouz J. Polytopic observer for global synchronization of systems with output measurable nonlinearities [J]. *Int J Bifur Chaos*, 2003, 13(3): 703-712
- [10] 韩京清. 一类不确定对象的扩张状态观测器[J]. *控制与决策*, 1995, 10(1): 85-88.
(Han J Q. The extended state observer of a class of uncertain systems [J]. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85-88.)
- [11] Femat R, Alvarez-Ramirez J. Synchronization of a class of strictly different chaotic oscillators [J]. *Phys Lett A*, 1997, 236: 307-313