

文章编号: 1001-0920(2005)01-0027-05

快速信息融合 Kalman 滤波器

邓自立, 高 媛

(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘 要: 应用现代时间序列分析方法, 在标量加权线性最小方差融合准则下, 提出一种多传感器快速信息融合稳态 Kalman 滤波器。基于 ARMA 新息模型计算稳态 Kalman 滤波器增益, 提出了计算传感器之间的滤波误差方差阵和协方差阵的 Lyapunov 方程, 它可用迭代法求解, 并证明了迭代解的指数收敛性。与基于 Riccati 方程按矩阵加权的 Kalman 滤波器相比, 可明显减小计算负担, 便于实时应用, 可用于设计含未知噪声统计系统的信息融合自校正 Kalman 滤波器。最后以目标跟踪系统的一个仿真例子说明了其有效性。

关键词: 多传感器信息融合; Kalman 滤波器; 快速融合算法; Lyapunov 方程

中图分类号: O 211.64 **文献标识码:** A

Fast information fusion Kalman filter

DENG Zi-li, GAO Yuan

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin 150080, China Correspondent: DENG Zi-li, E-mail: dzl@hlju.edu.cn)

Abstract By the modern time series analysis method, under the linear minimum variance fusion criterion weighted by scalars, a multisensor fast information fusion steady-state Kalman filter is presented, where the gain is computed via the autoregressive moving average (ARMA) innovation model. And Lyapunov equations are presented for computing the filtering error variance and covariance matrices among sensors, which can be solved by iteration. The exponential convergence of the iterative solution is proved. Compared with the Riccati equation-based information fusion Kalman filter weighted by matrices, it can obviously reduce the computational burden, and is suitable for real time applications. It can be applied to design information fusion self-tuning Kalman filter for systems with unknown noise statistics. A simulation example for a target tracking system shows its effectiveness.

Key words: multisensor information fusion; Kalman filter; fast fusion algorithm; Lyapunov equation

1 引 言

多传感器信息融合 Kalman 滤波广泛应用于目标跟踪、导航、GPS 定位、通讯和信号处理等领域, 目前已成为倍受人们关注的热门领域。文献[1, 2]的信息融合 Kalman 滤波器要求在线计算时变最优加权阵, 计算量较大, 不便于实时应用。为了克服这个缺点, 文献[3]提出了按标量加权信息融合稳态 Kalman 滤波器, 其优点是用计算加权系数代替在线计算加权阵, 且加权系数和稳态 Kalman 滤波器增益可一次性离散计算, 大大节省了在线计算负担。

但它的缺点是没有考虑多传感器估计误差之间的相关性, 因而融合估计是次优的。文献[4]将文献[3]的结果推广到估计误差相关的情况。但由于文献[4]是在经典 Kalman 滤波框架下基于稳态 Riccati 方程的解设计信息融合 Kalman 滤波器, 当状态和/或观测向量的维数较大时, 计算负担仍较大。而且文献[4]的方法不能处理带未知噪声统计系统, 因为求解稳态 Riccati 方程要求噪声统计完全已知。

为了克服上述缺点, 本文采用现代时间序列分析方法^[5], 基于 ARMA 新息模型来设计标量加权

收稿日期: 2004-04-05; 修回日期: 2004-07-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(60374026)。

作者简介: 邓自立(1938—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 教授, 从事状态估计、信息融合等研究; 高媛(1978—), 女, 黑龙江哈尔滨人, 硕士, 从事信息融合状态估计等研究。

信息融合 Kalman 稳态滤波器 采用 Gevers-Wouters 算法^[5]构造 ARMA 新息模型通常比求解 Riccati 方程的计算量小,尤其对单输出系统,构造 ARMA 新息模型完全避免了矩阵运算,计算量明显小于求解 Riccati 方程的计算量 而且当系统含有未知噪声统计时,基于 ARMA 新息模型的在线辨识可设计自校正信息融合 Kalman 滤波器^[6,7] 因此,本文提出一种标量加权信息融合 Kalman 滤波器,给出了一种不同于文献[1, 2, 4]的快速信息融合稳态 Kalman 滤波算法,计算量较小,便于实时应用

2 基于 ARMA 新息模型的局部稳态 Kalman 滤波器

考虑如下多传感器系统:

$$x(t+1) = \Phi x(t) + \Gamma w(t); \tag{1}$$

$$y_i(t) = H_i x(t) + v_i(t), \quad i = 1, \dots, l \tag{2}$$

其中: 状态 $x(t) \in R^n$, 第 i 个传感器观测 $y_i(t) \in R^{m_i}$, 输入噪声 $w(t) \in R^r$ 和观测噪声 $v_i(t) \in R^{m_i}$ 是零均值、方差阵为 Q_w 和 Q_{v_i} 的独立白噪声 假设 (Φ, Γ) 为完全可观对,可观性指数为 β_i , (Φ, Γ) 为完全可控对,则存在局部稳态 Kalman 滤波器 $\hat{x}_i(t|t)$. 问题是求快速最优融合稳态 Kalman 滤波器 $\hat{x}_0(t|t)$, 它由各子滤波器 $\hat{x}_i(t|t)$ 按标量加权构成 由式(1)和(2)有

$$y_i(t) = H_i (I_n - q^{-1}\Phi)^{-1} \Gamma q^{-1} w(t) + v_i(t), \quad i = 1, \dots, l \tag{3}$$

其中: q^{-1} 为单位滞后算子, $q^{-1}x(t) = x(t-1)$; I_n 为 $n \times n$ 单位阵 引入左素分解

$$H_i (I_n - q^{-1}\Phi)^{-1} \Gamma q^{-1} = A_i(q^{-1}) B_i(q^{-1}), \tag{4}$$

其中 $A_i(q^{-1})$ 和 $B_i(q^{-1})$ 为多项式矩阵,形如

$$X_i(q^{-1}) = X_{i0} + X_{i1}q^{-1} + \dots + X_{in_i}q^{-n_i},$$

且有 $A_{i0} = I_{m_i}, B_{i0} = 0$ 将式(4)代入(3)有

$$A_i(q^{-1}) y_i(t) = B_i(q^{-1}) w(t) + A_i(q^{-1}) v_i(t). \tag{5}$$

于是,引出 ARMA 新息模型

$$A_i(q^{-1}) y_i(t) = D_i(q^{-1}) \epsilon(t). \tag{6}$$

其中: 式(5)右边的两个 MA 过程用一个等价的稳定的 MA 过程 $D_i(q^{-1}) \epsilon(t)$ 表示为

$$D_i(q^{-1}) \epsilon(t) = B_i(q^{-1}) w(t) + A_i(q^{-1}) v_i(t); \tag{7}$$

$\epsilon(t) \in R^{m_i}$ 是零均值、方差为 Q_{ϵ_i} 的白噪声,它是 $y_i(t)$ 的新息过程 $D_i(q^{-1})$ 和 Q_{ϵ_i} 可用 Gevers-Wouters^[5] 算法求得,且 $D_{i0} = I_{m_i}$,

引理 1^[6] 第 i 子系统有局部稳态 Kalman 滤波器

$$\hat{x}_i(t|t) = \Psi_{fi} \hat{x}_i(t-1|t-1) + K_{fi} y_i(t), \quad i = 1, \dots, l, \tag{8}$$

$$\Psi_{fi} = [I_n - K_{fi} H_i] \Phi \tag{9}$$

其中: Ψ_{fi} 为稳定矩阵,滤波增益为

$$K_{fi} = \begin{bmatrix} H \\ H\Phi \\ \vdots \\ H\Phi^{\beta_i-1} \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} I_{m_i} - Q_{v_i} Q_{\epsilon_i}^{-1} \\ M_{i1} \\ \vdots \\ M_{i, \beta_i-1} \end{bmatrix}. \tag{10}$$

其中: 矩阵 X 的伪逆 $X^+ = (X^T X)^{-1} X^T$, 系数阵 M_{ij} 可递推算为

$$M_{ij} = -A_{in} M_{i, j-1} - \dots - A_{in} M_{i, j-n_{a_i}} + D_{ij} \tag{11}$$

其中: 规定 $M_{i0} = D_{i0}, M_{ij} = 0 (j < 0), D_{ij} = 0 (j > n_{a_i}), A_{ij}$ 和 D_{ij} 分别为 $A_i(q^{-1})$ 和 $D_i(q^{-1})$ 的系数阵, n_{a_i} 和 n_{d_i} 分别为它们的阶次

记第 i 子系统估计误差为 $\tilde{x}_i(t|t) = x(t) - \hat{x}_i(t|t), \tilde{x}_i(t+1|t) = x(t+1) - \hat{x}_i(t+1|t)$, 则由式(1)和(2)有

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t+1|t) &= \Phi \tilde{x}_i(t|t) + \Gamma w(t), \\ \epsilon(t+1) &= H_i \tilde{x}_i(t+1|t) + v_i(t+1). \end{aligned} \tag{12}$$

其中应用了事实 $\hat{x}_i(t+1|t) = H_i \hat{x}_i(t+1|t), \epsilon(t) = y_i(t) - \hat{y}_i(t|t-1)$.

注 1 上述求滤波增益 K_{fi} 的算法(10)是基于 ARMA 新息模型的,完全不同于文献[4]用 Riccati 解求 K_{fi} 的算法

定理 1 第 i 子系统和第 j 子系统估计误差方差阵 $P_{ij} = E[\tilde{x}_i(t|t) \tilde{x}_j^T(t|t)]$, 其中 E 为均值号,满足 Lyapunov 方程

$$P_{ij} = \Psi_{fi} P_{ij} \Psi_{fj}^T + \Delta_{fij}, \quad i, j = 1, \dots, l, \quad i \neq j. \tag{13}$$

其中 Δ_{fij} 定义为

$$\Delta_{fij} = [I_n - K_{fi} H_i] \Gamma Q_w \Gamma^T [I_n - K_{fj} H_j]^T. \tag{14}$$

特别 P_{ii} 为第 i 子系统滤波误差方差阵,它满足 Lyapunov 方程

$$P_{ii} = \Psi_{fi} P_{ii} \Psi_{fi}^T + \Delta_{fii}, \quad i = 1, \dots, l \tag{15}$$

$$\Delta_{fii} = [I_n - K_{fi} H_i] \Gamma Q_w \Gamma^T [I_n - K_{fi} H_i]^T + K_{fi} Q_{v_i} K_{fi}^T. \tag{16}$$

证明 因为稳态 Kalman 滤波器 $\hat{x}_i(t+1|t+1)$ 和预报器 $\hat{x}_i(t+1|t)$ 有如下关系:

$$\begin{aligned} \hat{x}_i(t+1|t+1) &= \\ \hat{x}_i(t+1|t) &+ K_{fi} \epsilon(t+1), \end{aligned}$$

引出

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t+1|t+1) &= \\ \tilde{x}_i(t+1|t) - K_{fi} \epsilon(t+1). \end{aligned}$$

将式(12)代入上式,有滤波误差系统

$$\begin{aligned} \tilde{x}_i(t+1|t+1) &= \\ \Psi_{fi} \tilde{x}_i(t|t) + [I_n - K_{fi} H_i] \Gamma w(t) - \\ K_{fi} v_i(t+1), \end{aligned}$$

其中 Ψ_{fi} 由式(9)定义,由 $w(t)$ 和 $v_i(t)$ 的独立性假设,可得式(13)~(16).

注 2 定理 1 给出的基于 Lyapunov 方程求 P_{ij} 和 P_{ii} 的算法完全不同于文献[4]基于 Riccati 方程的算法,还应注意, Lyapunov 方程形式简单,用迭代法解 Lyapunov 方程比解 Riccati 方程简单,且具有快速指数收敛速度

3 快速信息融合 Kalman 滤波器

定理 2 Lyapunov 方程(13)和(15)可用迭代法求解

$$P_{ij}(t+1) = \Psi_{fi} P_{ij}(t) \Psi_{fj}^T + \Delta_{fij}, \quad i, j = 1, \dots, l \quad (17)$$

带初值 $P_{ij}(0) = 0, i \neq j; P_{ii}(0) = \alpha I_n, \alpha > 0$ 从而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{ij}(t) = P_{ij}$, 且在任意矩阵范数意义下,收敛速度为

$$\delta_{ij}(t) \leq a \rho^t, 0 < \rho < 1, a > 0 \quad (18)$$

其中定义误差阵 $\delta_{ij}(t) = P_{ij}(t) - P_{ij}$, 即以指数率 ρ^t 的速率衰减至零

证明 由式(13)或(15)减(17),引出

$$\delta_{ij}(t+1) = \Psi_{fi} \delta_{ij}(t) \Psi_{fj}^T, \quad i, j = 1, \dots, l$$

迭代 t 次,有解

$$\delta_{ij}(t) = \Psi_{fi}^t \delta_{ij}(0) (\Psi_{fj}^T)^t \quad (19)$$

由稳态 Kalman 滤波器性质^[5], Ψ_{fi} 为稳定矩阵, $i = 1, \dots, l$, 即其特征值均位于单位圆内, 设 Ψ_{fi} 的特征值为 $\lambda_{i1}, \dots, \lambda_{in}$, $|\lambda_{ir}| < 1, r = 1, \dots, n$, 则 Ψ_{fi} 的谱半径为 $\rho_i = \max(|\lambda_{i1}|, \dots, |\lambda_{in}|), 0 < \rho_i < 1$. 注意 Ψ_{fi}^T 与 Ψ_{fi} 具有相同的特征值, 因而有相同的谱半径 $\rho_i, 0 < \rho_i < 1$. 设 Ψ_{fi} 有 n 个线性无关的特征向量, 则存在非异阵 T_i 使

$$T_i^{-1} \Psi_{fi} T_i = \text{diag}(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{in}), \quad i = 1, \dots, l$$

从而引出

$$\Psi_{fi} = T_i \text{diag}(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{in}) T_i^{-1}, \quad (20)$$

$$\Psi_{fj}^T = T_j \text{diag}(\lambda_{j1}, \lambda_{j2}, \dots, \lambda_{jn}) T_j^{-1}. \quad (21)$$

注意在矩阵谱范数意义下有^[8]

$$\text{diag}(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}, \dots, \lambda_{in}) = \rho_i^t, \quad (22)$$

于是,由式(19),(21)和(22)引出 $\delta_{ij}(t) \leq c \rho_i^t \rho_j^t$. 取 $\rho = \rho_i \rho_j$, 则有 $\delta_{ij}(t) \leq c \rho^t, 0 < \rho < 1$. 由矩阵范数的等价关系^[8], 对任意矩阵范数存在正数 $\alpha > 0, \beta > 0$, 使

$$\alpha \delta_{ij}(t) \leq \delta_{ij}(t) \leq \beta \delta_{ij}(t),$$

即式(18)成立

定理 3 多传感器系统(1)和(2)有按标量加权快速信息融合 Kalman 滤波器 $\hat{x}_0(t|t)$ 为

$$\hat{x}_0(t|t) = \sum_{i=1}^l \alpha_i \hat{x}_i(t|t), \quad (23)$$

其中在线性最小方差意义下的最优加权系数 α 为

$$[\alpha_1, \dots, \alpha_l] = \frac{e^T P^{-1}}{e^T P^{-1} e}$$

其中定义 $l \times l$ 矩阵 $P = (\text{tr} P_{ij})$, 即它的第 (i, j) 元素为 $\text{tr} P_{ij}, e^T = [1, 1, \dots, 1], P_{ij}$ 由定理 1 和定理 2 给出. 相应的最优融合误差方差阵 ($P_0 = E[\tilde{x}_0(t|t) \tilde{x}_0^T(t|t)], \tilde{x}_0(t|t) = x(t) - \hat{x}_0(t|t)$) 为

$$P_0 = \sum_{i,j=1}^l \alpha_i \alpha_j P_{ij} \quad (24)$$

且有

$$\text{tr} P_0 \leq \text{tr} P_i, \quad i = 1, \dots, l \quad (25)$$

证明 由文献[4],按标量加权最优融合公式即可得证

4 仿真例子

考虑 3 个传感器目标跟踪系统

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 5T_0^2 \\ & T_0 \end{bmatrix} w(t),$$

$$y_i(t) = [1 \ 0] x(t) + v_i(t), \quad i = 1, 2, 3$$

其中: 采样周期 $T_0 = 0.1$; $x(t) = [x_1(t), x_2(t)]^T$; $x_1(t), x_2(t)$ 和 $w(t)$ 分别为时刻 tT_0 运动目标(飞机、导弹、车辆等)的位置、速度和加速度; $y_i(t)$ 为第 i 个传感器对目标位置的观测信号; $v_i(t)$ 为观测噪声. 设 $w(t)$ 和 $v_i(t)$ 是零均值, 方差分别为 $\sigma_w^2 = 1.96, \sigma_1^2 = 0.4, \sigma_2^2 = 12, \sigma_3^2 = 7$ 的相互独立高斯白噪声. 问题是求第 i 传感器局部稳态最优 Kalman 滤波器, $\hat{x}_i(t|t) = [\hat{x}_{i1}(t|t), \hat{x}_{i2}(t|t)]^T, i = 1, 2, 3$, 并求快速信息融合 Kalman 滤波器 $\hat{x}_0(t|t)$.

应用本文方法可求得局部稳态 Kalman 滤波器误差方差阵的迹分别为 $\text{tr} P_{11} = 0.2698, \text{tr} P_{22} = 1.5443, \text{tr} P_{33} = 1.1192$; 快速信息融合稳态 Kalman 滤波器为

$$\hat{x}_0(t|t) = \alpha_1 \hat{x}_1(t|t) + \alpha_2 \hat{x}_2(t|t) + \alpha_3 \hat{x}_3(t|t),$$

$$\alpha_1 = 0.8521, \alpha_2 = 0.0560, \alpha_3 = 0.0919;$$

且融合误差方差阵的迹为 $\text{tr} P_0 = 0.2529$. 可看到

$$\text{tr} P_0 = 0.2529 < \text{tr} P_{ii}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (26)$$

因此,融合估计精度高于每个子 Kalman 滤波器精度. 仿真结果如图 1~图 8 所示. 其中实线为真实值,虚线为估值. 由图 1~图 8 也可直观地看出式(26)成立

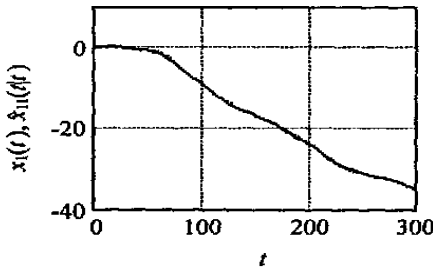


图1 位置 $x_1(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{11}(t|t)$

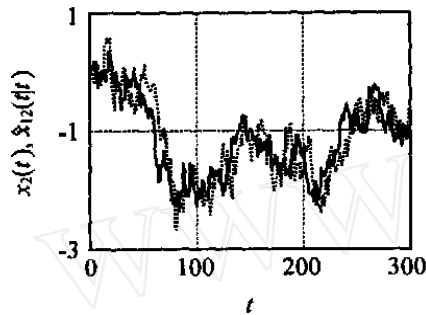


图2 速度 $x_2(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{12}(t|t)$

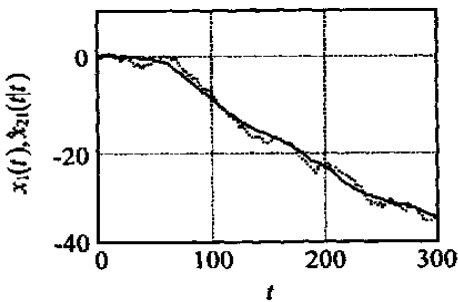


图3 位置 $x_1(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{21}(t|t)$

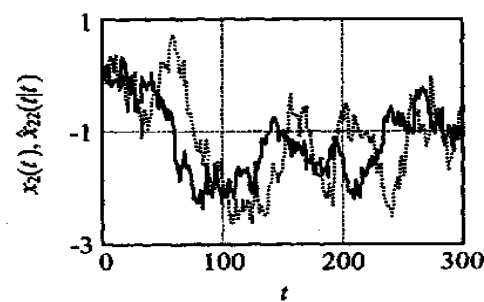


图4 速度 $x_2(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{22}(t|t)$

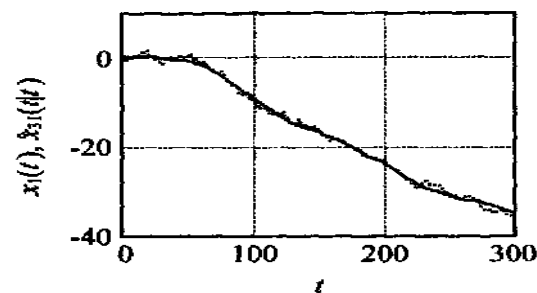


图5 位置 $x_1(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{31}(t|t)$

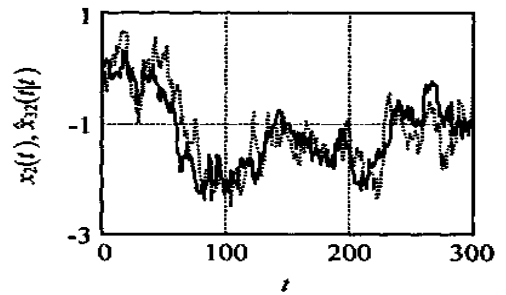


图6 速度 $x_2(t)$ 和局部 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{32}(t|t)$

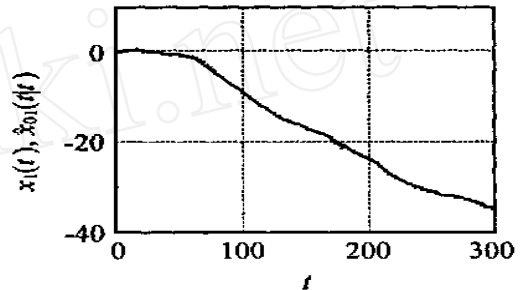


图7 位置 $x_1(t)$ 和快速信息融合 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{01}(t|t)$

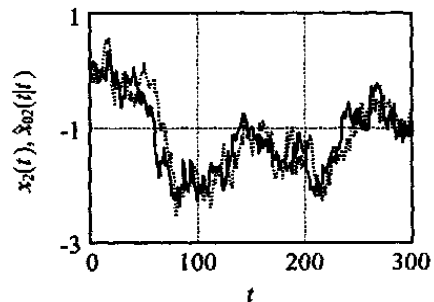


图8 速度 $x_2(t)$ 和快速信息融合 Kalman 滤波器 $\hat{x}_{02}(t|t)$

5 结论

1) 本文提出了设计信息融合稳态 Kalman 滤波器的方法 该方法的特点是: 基于 ARMA 新息模型求滤波增益, 避免了求解稳态 Riccati 方程; 基于 Lyapunov 方程求解滤波误差方差阵和协方差阵 用迭代法可以指数收敛速度快速求解 Lyapunov 方程

2) 与按时变矩阵加权信息融合 Kalman 滤波器相比^[1,2], 基于 ARMA 新息模型的按标量加权信息融合稳态 Kalman 滤波器构成快速信息融合 Kalman 滤波的算法, 可快速计算稳态 Kalman 滤波器增益, 可以指数收敛速度快速求解 Lyapunov 方程来计算最优标量加权系数, 具有计算量小, 便于实时应用的优点, 具有较大的工程应用价值

3) 本文方法可用于设计噪声统计未知时的自校正信息融合 Kalman 滤波器^[6,7]. 而文献[4]基于 Riccati 方程的标量加权信息融合 Kalman 滤波器的缺点是要求噪声统计已知 事实上, 计算式(7)两边

MA 过程的相关函数在 $i=2$ 处的值, 并注意 $B_{i0}=0$, 引出关系 $Q_{v_i} Q_{e_i}^{-1} = A_{in_{i+1}}^{-1} D_{in_{i+1}}$, 将它代入增益公式 (10), 则由式 (6), (10) 和 (11) 可看到, 增益 K_{fi} 完全由 ARMA 新息模型 (6) 的参数决定. 故基于 ARMA 新息模型的在线辨识可引出自校正信息融合 Kalman 滤波器^[6].

参考文献(References)

- [1] Sun S L, Deng Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter [J]. *Automatica*, 2004, 40 (6): 1017-1023
- [2] Kim K H. Development of track to track fusion algorithms[A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Maryland, 1994: 1037-1041
- [3] 邓自立, 祁荣宾. 多传感器信息融合次优稳态 Kalman 滤波器[J]. *中国学术期刊文摘*, 2000, 6(2): 183-184 (Deng Z L, Qi R B. Multisensor information fusion suboptimal steady-state Kalman filter[J]. *Chinese Sci-*

ence Abstracts, 2000, 6(2): 183-184)

- [4] 孙书利, 崔平远. 多传感器标量加权最优信息融合稳态 Kalman 滤波器[J]. *控制与决策*, 2004, 19(2): 208-211. (Sun S L, Cui P Y. Multi-sensor optimal information fusion steady-state Kalman filter weighted by scalars [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(2): 208-211.)
- [5] 邓自立. 卡尔曼滤波与维纳滤波——现代时间序列分析方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2001.
- [6] 邓自立. 自校正滤波理论及其应用——现代时间序列分析方法[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2003.
- [7] 邓自立, 马建为, 高媛. 两传感器自校正信息融合 Kalman 滤波器[J]. *科学技术与工程*, 2003, 3(4): 321-324. (Deng Z L, Ma J W, Gao Y. Two-sensor self-tuning information fusion Kalman filter [J]. *Science Technology and Engineering*, 2003, 3(4): 321-324.)
- [8] 程云鹏. 矩阵论[M]. 第二版. 西安: 西北工业大学出版社, 2001.

(上接第 26 页)

6 结 语

本文利用主从对策方法讨论了一类多用户多优先级网络系统用户交叉影响的通信量价控问题, 定量分析了用户利益的影响因素. 所提出的线性激励策略考虑了激励参数矩阵的一般性, 即从对角矩阵推广到普通矩阵. 通过网络管理者对各用户之间交叉干扰的干涉, 加强了用户间的合作性以及用户与网络之间的利益统一性, 有利于网络服务质量的提高. 当然对多网络激励策略的建立还需要考虑很多因素, 如网络系统的状态平衡问题等尚有待于进一步研究.

参考文献(References)

- [1] Devetsikiotis F M, Lambadaris I. An overview of pricing concepts for broadband IP networks[J]. *IEEE Communications Survey*, 2000, (9): 2-13
- [2] Cocchi R, Shenker S, Estrin D, et al. Pricing in computer networks: Motivation, formulation and example[J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1993, 1(6): 614-627.
- [3] Liang W, Shen X. Improved lightpath (wavelength) routing in large WDM networks[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2000, 48(8): 1671-1579
- [4] Honig M L, Steiglitz K. Usage-based pricing of packet data generated by a heterogeneous user population[A]. *IEEE INFOCOM 95 [C]*. Melbourne, 1995, 2: 867-874
- [5] Parris C, Keshav S, Ferrari D. A framework for the

study of pricing in integrated networks[D]. Berkeley: Computer Science Institute, 1992

- [6] DaSilva L A, Petr D W, Akar N. Static pricing and quality of service in multiple service networks[A]. *The 5th Int Conf on Computer Science and Informatics (CS & I 2000) [C]*. Atlantic City, 2000, 1: 355-348
- [7] DaSilva L A, Petr D W, Akar N. Equilibrium pricing in multi-service priority-based networks[A]. *IEEE/Globecom 97 [C]*. Phoenix, 1997, 3: 1373-1377.
- [8] 井元伟, 杨开阳, 金福德, 等. 具有多优先级多服务网络的激励价格控制[J]. *控制与决策*, 2001, 16(4): 425-429. (Jing Y W, Yang K Y, Jin F D, et al. Incentive pricing problem of Multi-service networks with Multi-priority-level[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(4): 425-429.)
- [9] Dzong Z, Mason L G. Fair-efficient call admission control policies for broadband networks-A game-theoretic framework [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1996, 4(1): 123-136
- [10] Shenker S J. Making greed work in networks: A game theoretic analysis of switch service disciplines [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1995, 3(6): 819-831.
- [11] Jing Y W, Chen B, Dimirovski G M, et al. On leader-follower model of traffic rate control for networks[J]. *Control Theory and Applications*, 2001, 18(6): 817-822