文章编号: 1001-0920(2005)01-0032-04

# 不确定跳变系统鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波

刘 飞
(江南大学 自动化研究所, 江苏 无锡 214122)

**摘　要**: 针对既有连续时间演化, 又含 Markov 事件驱动的一类混杂动态跳变系统, 研究 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标下的鲁棒滤波问题, 只要系统遭受的外部干扰是能量有界的, 便可保证一定的预设滤波误差峰值水平. 在有限时间域内定义 $L_2$-$L_\infty$ 增益, 利用随机稳定性分析获得了若干主要结果. 鲁棒滤波器的分析和设计, 不仅考虑了各模态下凸多面体形式描述的动态系统参数不确定性, 更考虑了各模态间跳变转移概率的不确定性, 使得滤波器对模态跳变机理具备了一定的鲁棒性. 鲁棒滤波器的存在条件及设计方法可直接利用耦合线性矩阵不等式. 最后用数值示例对结果进行了验证.

**关键词**: 跳变系统; 滤波; $L_2$-$L_\infty$ 性能指标; 鲁棒性; Markov
**中图分类号**: TP13　　**文献标识码**: A

# Robust $L_2$-$L_\infty$ filtering for uncertain jump systems

*LIU Fei*
(Institute of Automation, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China. E-mail: Dr_fliu@hotmail.com)

**Abstract**: The robust $L_2$-$L_\infty$ filtering problems are discussed for a class of Markov jump systems which involve both time-evolving and event-driven mechanisms. The predefined attenuation level of peak value of the filtering error can be guaranteed for any bounded disturbances. According to the definition of $L_2$-$L_\infty$ gain index in time domain, the analysis and design techniques are formulated based on stochastic stability theory. While the uncertain parameters are considered to belong to a convex compact set of polytopic, the jumping transition probabilities are also assumed to belong to some convex sets. The existence conditions and design methods depend on the solutions of coupled LMI. A numerical example illustrates the main results.

**Key words**: jump system; filter; $L_2$-$L_\infty$ performance; robustness; Markov

## 1 引　　言

近年来, 国际上对跳变系统的研究日益增多, 原因是现代社会很多工程和经济领域中的动态系统(制造系统、电力系统、网络通信以及经济系统等)可抽象为跳变系统模型, 这类系统在运行过程中常常受到外部环境和内部结构等随机突变的影响. 因此, 研究跳变系统理论具有重要的理论意义和明确的实践价值. 跳变模型是同时包含时间演化和事件驱动两种动态机制的一类特殊混杂系统. 时间演化动态可由常规的微分方程描述; 事件驱动机制一般由连续时间离散状态的 Markov 过程描述. 最近, 随着跳变系统控制理论研究的深入, 其滤波问题已引起了人们的关注[1~4].

本文讨论的不确定线性跳变系统的滤波问题涉及以下两个方面:

1) 一般滤波器的设计, 在外部干扰统计特性已知的条件下, 寻求滤波误差最小; 当统计特性未知时, 只要干扰的能量有界, 常用的鲁棒 $L_2$-$L_2$ 滤波器可保证滤波误差的能量在一定范围内. 但在很多工程应用中, 往往对滤波误差的峰值有度量要求, 此时采用鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 增益, 可以保证滤波误差的峰值低于一定水平.

2) 本文提出的滤波器设计方法, 在使动态系统对于不确定参数具备鲁棒性的同时, 还应考虑各模态间跳变转移概率的不确定性, 使得滤波器对模态跳变机理具备了一定的鲁棒性.

**收稿日期**: 2004-03-29; **修回日期**: 2004-08-05.
**作者简介**: 刘飞(1965—), 男, 安徽宣城人, 教授, 博士, 从事复杂系统性能分析与综合、先进控制理论及应用等研究.

## 2　系统描述

考虑一般线性 Markov 跳变系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_\theta(r_t)x(t) + B_\theta(r_t)w(t), \\ y(t) = C_\theta(r_t)x(t) + D_\theta(r_t)w(t), \\ x(t) = x_0, r_t = r_0, \forall t = 0. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $r_t$ 为系统的模态; $x(t) \in R^n$ 为系统的状态向量; $y(t) \in R^p$ 为测量输出向量; $w(t) \in L_2^q[0, \infty)$ 为平方可积的外部输入向量; $\theta = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_L]^{\mathrm{T}} \in R^L$ 表示不确定参数向量; $A_\theta(r_t), B_\theta(r_t), C_\theta(r_t), D_\theta(r_t)$ 为含参数不确定性的增益矩阵, 属于如下矩阵凸多面体集合:

$$\Phi(r_t) = \left\{ \sum_{l=1}^{L} \theta_l [A_l(r_t), B_l(r_t), C_l(r_t), D_l(r_t)], \sum_{l=1}^{L} \theta_l = 1, \theta_l \geq 0 \right\}. \tag{2}$$

其中: $A_l(r_t), B_l(r_t), C_l(r_t)$ 和 $D_l(r_t)$ 为依赖于模态 $r_t$ 的适当维数的矩阵, $l = 1, \cdots, L$; $r_t$ 为随时间 $t$ 在有限集合 $\Omega = \{1, 2, \cdots, N\}$ 中取值的 Markov 过程, 其跳变转移率矩阵为 $[\pi_v(i, j)]$, $i, j \in \Omega$; $\pi_v(i, j)$ 表示从模态 $i$ 跳变到模态 $j$ 的转移率. 假设跳变转移率并不确切已知, 只能给出一定的范围, 即

$$[\pi_v(i,1), \pi_v(i,2), \cdots, \pi_v(i,N)] = \sum_{m=1}^{M} v_m [\pi_m(i,1), \pi_m(i,2), \cdots, \pi_m(i,N)]. \tag{3}$$

其中 $v = [v_1 \cdots v_M]^{\mathrm{T}} \in R^M$ 是不确定参数向量, 且满足 $\sum_{m=1}^{M} v_m = 1, \forall v_m \geq 0$, 即系统跳变转移概率属于如下凸多面体:

$$\Theta(r_t = i) = \mathrm{Co}\begin{Bmatrix} [\pi_1(i,1), \pi_1(i,2), \cdots, \pi_1(i,N)] \\ \vdots \\ [\pi_M(i,1), \pi_M(i,2), \cdots, \pi_M(i,N)] \end{Bmatrix}. \tag{4}$$

一般当 $r_t = i$ 时, 用 $A_{li}, B_{li}, C_{li}, D_{li}$ 和 $\pi_{mij}$ ($\forall l = 1, \cdots, L$, $m = 1, \cdots, M$, $i, j \in \Omega$) 分别代表 $A_l(r_t)$, $B_l(r_t)$, $C_l(r_t)$, $D_l(r_t)$ 和 $\pi_m(i, j)$. 下面给出的定义和引理均建立在跳变系统随机稳定性定义[5] 的基础上.

**定义 1**　在跳变系统增益矩阵和跳变转移概率均含有不确定性的条件下, 若能够保持其随机稳定性, 则简称该跳变系统鲁棒稳定.

**引理 1**　跳变系统(1) 是鲁棒稳定的, 如果存在一组正定对称矩阵 $P_i$ 满足下列耦合矩阵不等式:

$$A_{li}^{\mathrm{T}} P_i + P A_{li} + \sum_{j=1}^{N} \pi_{mij} P_j < 0, \tag{5}$$

其中: $\forall l = 1, \cdots, L$, $m = 1, \cdots, M$, $i \in \Omega$.

**证明**　由文献[5] 可知, 线性跳变系统(1) 随机稳定当且仅当存在一组正定对称矩阵 $P_i$, $i \in \Omega$, 使得

$$A_\theta^{\mathrm{T}}(i) P_i + P A_\theta(i) + \sum_{j=1}^{N} \pi_v(i, j) P_j < 0.$$

针对不确定性 $\Phi(r_t)$, 考虑式(2), 上式等价于

$$\sum_{l=1}^{L} \theta_l \left[ A_l^{\mathrm{T}}(i) P_i + P A_l(i) + \sum_{j=1}^{N} \pi_v(i, j) P_j \right] < 0.$$

从而可由 $A_{li}^{\mathrm{T}} P_i + P A_{li} + \sum_{j=1}^{N} \pi_v(i, j) P_j < 0$ 来保证其成立. 进一步针对不确定性 $\Theta(r_t)$, 考虑式(3), 即可由条件(5) 保证. □

**注 1**　上述定义和引理对跳变系统稳定性结果进行了推广, 同时考虑了各模态下系统参数不确定性和各模态间跳变转移的不确定性两种情形. 显然, $M = 1$ 即为只考虑系统参数含不确定性的鲁棒稳定判据, 再令 $L = 1$, 则为一般跳变系统随机稳定判据.

## 3　鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波

### 3.1　跳变系统鲁棒滤波

引入如下依赖于模态的时变滤波器:

$$\dot{x}_F(t) = F_A(r_t) x_F(t) + F_B(r_t) y(t). \tag{6}$$

这里假设 $t$ 时刻模态 $r_t$ 可获得, 而且滤波器与原跳变系统同阶, 即 $x_F(t) \in R^n$, $F_A(r_t)$ 和 $F_B(r_t)$ 为滤波器增益矩阵, 当 $r_t = i$ 时, 简写为 $F_{Ai}, F_{Bi}$. 定义滤波误差为 $e(t) = x(t) - x_F(t)$, 由式(1) 和(6), 设增广状态为 $\bar{x}(t) = [x^{\mathrm{T}}(t) \quad e^{\mathrm{T}}(t)]$, 可得含有滤波误差的增广跳变系统为

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_\theta(r_t)\bar{x}(t) + \bar{B}_\theta(r_t)w(t), \\ z(t) = \bar{C}_\theta(r_t)\bar{x}(t). \end{cases} \tag{7}$$

其中

$$\bar{A}_\theta(r_t) = \begin{bmatrix} A_\theta(r_t) & 0 \\ A_\theta(r_t) - F_A(r_t) - F_B(r_t)C_\theta(r_t) & F_A(r_t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_\theta(r_t) = \begin{bmatrix} B_\theta(r_t) \\ B_\theta(r_t) - F_B(r_t)D_\theta(r_t) \end{bmatrix},$$

$$\bar{C}_\theta(r_t) = [0 \quad I]. \tag{8}$$

**定义 2**　对于各模态下系统增益和模态间转移概率均含有不确定性的可观跳变系统, 如果对于所有初始状态 $x_0, x_{F0}$ 和模态 $r_0 \in \Omega$, 有

$$\lim_{T \to \infty} \mathrm{E}\left\{ \int_0^T \| x(t) - x_F(t) \|^2 \mathrm{d}t \,\Big|\, x_0, x_{F0}, r_0 \right\} < \infty, \tag{9}$$

则称式(6) 为跳变系统的鲁棒滤波器.

**引理 2**　若增广系统(7) 鲁棒稳定, 则鲁棒滤波器(6) 存在.

**证明**　由跳变鲁棒稳定性定义, 增广系统(7)

鲁棒稳定,则有

$$\lim_{T\to\infty} \mathrm{E}\left\{\int_0^T \|x(t)\|^2 \mathrm{d}t \,\Big|\, x_0, r_0\right\} < \infty,$$

$$\lim_{T\to\infty} \mathrm{E}\left\{\int_0^T \|e(t)\|^2 \mathrm{d}t \,\Big|\, e_0, r_0\right\} < \infty,$$

从而满足定义 2. □

**定理 1** 式(6) 为跳变系统(1) 的一个鲁棒滤波器, 如果对于所有 $l = 1, \cdots, L$, $m = 1, \cdots, M$ 及 $i \in \Omega$, 存在一组正定对称矩阵 $P_i$, 使得

$$\begin{bmatrix} A_{li} & 0 \\ A_{li} - F_{A_i} - F_{B_i}C_{li} & F_{A_i} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} P_i + P_i\begin{bmatrix} A_{li} & 0 \\ A_{li} - F_{A_i} - F_{B_i}C_{li} & F_{A_i} \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^{N} \pi_{mij} P_j < 0. \tag{10}$$

**证明** 对增广跳变系统应用引理1和引理2便可直接证得. □

**3.2 $L_2$-$L_\infty$ 滤波分析**

对跳变系统, 引入 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标, 在任意能量有界的输入干扰作用下, 以输出的峰值作为系统对外部干扰衰减的一种度量. 在滤波问题中考虑 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标, 可分析能量有界干扰输入信号对滤波误差幅值的影响, 为高性能滤波器分析和设计提供了一种方法. $L_2$-$L_\infty$ 增益是一个从 $L_2[0, \infty)$ 到 $L_\infty[0, \infty)$ 的有界算子[6], 根据数学上的严格定义, 即使是线性时不变系统, 其诱导范数的计算也极其困难. 下面给出时域中的定义:

**定义 3** 在初始模态 $r_0 \in \Omega$ 及零初始状态 $x_0 = 0$ 下, 对于任意时间 $T > 0$, 当外部输入 $\int_0^\infty \|w(t)\|^2 \mathrm{d}t \le 1$ 时, 跳变系统输出 $z(t)$ 的数学期望的最大值 $\sup\{\mathrm{E}\|z(T)\|\}$ 称为系统的 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标.

**注 2** 定义 3 中 $\|\cdot\|$ 表示向量的欧氏范数, 以此代替诱导 $L_\infty$ 范数.

**注 3** 对于本文滤波问题, 实际是将增广跳变系统(7) 中滤波误差最大幅值 $\sup\{\mathrm{E}\|e(t)\|\}$ 作为滤波器的 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标.

**定义 4** 滤波器(6) 称为鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波器, 如果对于所有不确定性 $\Phi(r_t)$ 和 $\Theta(r_t)$, 其增广跳变系统(7) 满足一定的 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标.

**引理 3** 给定任一常数 $\gamma > 0$, 鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波器满足性能指标水平 $\gamma$, 如果存在正定对称矩阵 $P_i$, $i \in \Omega$, 使得

$$\bar{A}_\theta^{\mathrm{T}}(i)P_i + P_i\bar{A}_\theta(i) + \sum_{j=1}^{N} \pi_v(i, j)P_j + P_i\bar{B}_\theta(i)\bar{B}_\theta^{\mathrm{T}}(i)P_i < 0, \tag{11}$$

$$P_i - \gamma^2\bar{C}_\theta^{\mathrm{T}}(i)\bar{C}_\theta(i) > 0. \tag{12}$$

**证明** 假设 1: $P_i \in R^{2n\times 2n}$ 为正定对称矩阵. 可选正定随机能量函数 $V(\bar{x}, i) = \bar{x}^{\mathrm{T}}P_i\bar{x}$, 沿增广跳变系统(7) 的轨迹, 对其进行弱无穷小运算

$$\tilde{A}V(\bar{x}, i) = \bar{x}^{\mathrm{T}}(t)\Big[\bar{A}_\theta^{\mathrm{T}}(i)P_i + P_i\bar{A}_\theta(i) + \sum_{j=1}^{N} \pi_v(i, j)P_j\Big]\bar{x}(t) + w^{\mathrm{T}}(t)\bar{B}_\theta^{\mathrm{T}}(i)P_i\bar{x}(t) + \bar{x}^{\mathrm{T}}(t)P_i\bar{B}_\theta(i)w(t).$$

假设 2: $\tilde{A}V(\bar{x}, i) - w^{\mathrm{T}}(t)w(t) < 0$. 对于非全为零的向量 $[\bar{x}^{\mathrm{T}}(t) \quad w^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$, 通过矩阵 Schur 补运算, 式(11) 可保证假设2成立. 另一方面, 假设2中, 令 $w(t) = 0$, 有 $\tilde{A}V(\bar{x}, i) < 0$, 包含了增广跳变系统随机稳定的条件. 进一步, 在零初始条件 $\bar{x}_0 = 0$, $r_0 = i \in \Omega$ 下, 给定任意 $T > 0$, 在 $0 \to T$ 区间上对假设 2 积分, 有

$$\mathrm{E}\{V(\bar{x}(T), r_T)\} - V(\bar{x}_0, r_0) = \mathrm{E}\{V(\bar{x}(T), r_T)\} < \mathrm{E}\left\{\int_0^T w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t\right\}. \tag{13}$$

考虑条件(12), 对于任意 $T > 0$, 保证了 $z^{\mathrm{T}}(T)z(T) < \gamma^2\bar{x}^{\mathrm{T}}(T)P_i\bar{x}(T)$; 再结合式(13), 可有

$$\mathrm{E}\{\|z(T)\|^2\} < E\{\gamma^2\bar{x}^{\mathrm{T}}(T)P_i\bar{x}(T)\} = \gamma^2\mathrm{E}\{V(\bar{x}(T), i)\} < \gamma^2\int_0^T w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t < \gamma^2, \tag{14}$$

即 $\sup\{\mathrm{E}\|z(t)\|\} < \gamma$. □

**定理 2** 式(6) 为跳变系统(1) 的一个具有指标水平 $\gamma$ 的鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波器, 如果对于所有 $l = 1, \cdots, L$, $m = 1, \cdots, M$ 及 $i \in \Omega$, 存在一组正定对称矩阵 $P_i$, 使得

$$\begin{bmatrix} \bar{A}_{li}^{\mathrm{T}}P_i + P_i\bar{A}_{li} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}P_j & * \\ \bar{B}_{li}^{\mathrm{T}}P_i & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{15}$$

$$\begin{bmatrix} P_i & * \\ \bar{C}_{li} & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0. \tag{16}$$

**证明** 考虑式(8), 结合矩阵Schur补计算, 引理 3 中式(11) 等效为

$$\sum_{m=1}^{M} v_m \sum_{l=1}^{L} \theta_l \left[\begin{array}{c|c} A_l^{\mathrm{T}}(i)P_i + P_iA_l(i) + \sum_{j=1}^{N}\pi_m(i, j)P_j & * \\ \hline B_l^{\mathrm{T}}(i)P_i & -I \end{array}\right] < 0. \tag{17}$$

显然, 式(17) 关于不确定性 $\Phi(r_t)$ 和 $\Theta(r_t)$ 的参数向

量 θ 和 $v$ 是仿射线性的. 采用类似于引理 1 中的方法即可证明式(15) 保证(17) 成立; 而式(16) 与(12) 等效是显然的. □

## 4　滤波器设计

在上节滤波器分析的基础上, 通过一定的矩阵变量变换, 可以获得基于线性矩阵不等式(LMI) 的设计方法.

**定理 3**　如果下列耦合 LMI 关于正定对称矩阵 $R_i, S_i$ 及矩阵 $U_i, W_i$ 有解, 则存在鲁棒滤波器(6), 且 $F_{Ai} = S_i^{-1}U_i, F_{Bi} = S_i^{-1}W_i$,

$$\begin{bmatrix} H_{11} & * \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} < 0, \qquad (18)$$

其中

$$H_{11} = R_iA_{li} + A_{li}^{\mathrm{T}}R_i + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}R_j,$$

$$H_{12} = S_iA_{li} - U_i - W_iC_{li},$$

$$H_{22} = U_i + U_i^{\mathrm{T}} + \sum_{j=1}^{N}\pi_{mij}S_j,$$

$$\forall\, l = 1,\cdots,L,\ m = 1,\cdots,M,\ i \in \Omega.$$

**证明**　利用定理 1, 不妨令 $P_i = \mathrm{diag}\{R_i, S_i\}$. 其中: $R_i = R_i^{\mathrm{T}} > 0, S_i = S_i^{\mathrm{T}} > 0$. 代入式(10), 整理后令 $U_i = S_iF_{Ai}, W_i = S_iF_{Bi}$, 得等价式(18). □

**注 4**　作为一种构造性设计方法, 在定理 3 的证明中利用了定理 1, 正定对称矩阵 $P_i$ 选用了对角阵, 使得设计过程较为简洁. 一般而言, 这将引入一定的保守性. 一种克服保守性的可能方法是 $P_i$ 采用全矩阵, 在此基础上再利用定理 1 或定理 2. 显然这样会使得滤波器求解的形式变得较为繁琐. 这方面研究尚有待于进一步深入.

**定理 4**　对于跳变系统(1), 给定性能指标水平 $\gamma > 0$, 其形如式(6) 的鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波器设计取决于下列一组耦合 LMI 的解矩阵 $R_i, S_i, U_i$ 和 $W_i$, 且 $F_{A_i} = S_i^{-1}U_i, F_{Bi} = S_i^{-1}W_i$.

$$\begin{bmatrix} H_{11} & * & * \\ H_{12} & H_{22} & * \\ B_{li}^{\mathrm{T}}R_i & B_{li}^{\mathrm{T}}R_i - D_{li}^{\mathrm{T}}W_i^{\mathrm{T}} & -I \end{bmatrix} < 0, \qquad (19)$$

$$\begin{bmatrix} R_i & * & * \\ 0 & S_i & * \\ 0 & I & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0. \qquad (20)$$

**证明**　利用定理 2, 其余过程同定理 3 的证明. □

**注 5**　比较定理 3 和定理 4, 鲁棒 $L_2$-$L_\infty$ 滤波器存在的条件隐含了增广系统鲁棒稳定这一必要条件.

在定理 4 的基础上, 进一步可设计所谓最优保 $L_2$-$L_\infty$ 性能滤波器, 即在一定的干扰输入下, 使滤波误差峰值的水平上界最小.

**推论 1**　求解如下 LMI 优化问题, 可获得最优保 $L_2$-$L_\infty$ 性能滤波器

$$\underset{R_i, S_i, U_i, W_i, \gamma^2}{\mathrm{minimize}}\ \gamma^2,\ \mathrm{s.t.}\ 式(19), (20).$$

**数值示例**　设跳变系统(1) 中各矩阵如下:

模态 1:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -2 & 0.1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, A_{21} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}, C_{11} = [1\quad 1],$$

$$C_{21} = [1\quad 0.5], D_{11} = 0.2, D_{21} = 0.5.$$

模态 2:

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -2.5 & 0 \\ 0.1 & -2.1 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -1.5 & 0 \\ 0.1 & -1.5 \end{bmatrix},$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.2 \end{bmatrix}, B_{22} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_{12} = [0\quad 0.7], C_{22} = [0\quad 1],$$

$$D_{12} = 0.5, D_{22} = 0.9.$$

模态间跳变转移概率属于

$$\Theta(r_t) = \mathrm{Co}\left\{\begin{bmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -5 & 5 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}\right\},$$

期望的 $L_2$-$L_\infty$ 滤波指标为 1. 应用定理 4, 则鲁棒时变滤波器为

$$F_{A1} = \begin{bmatrix} -1.104\,2 & 0.032\,1 \\ -0.322\,2 & -0.683\,6 \end{bmatrix},$$

$$F_{B1} = \begin{bmatrix} 0.176\,6 \\ 0.401\,8 \end{bmatrix};$$

$$F_{A2} = \begin{bmatrix} -1.165\,5 & 0.006\,8 \\ -0.010\,1 & -0.937\,3 \end{bmatrix},$$

$$F_{B2} = \begin{bmatrix} -0.001\,4 \\ -0.433\,8 \end{bmatrix}.$$

若应用推论 1, 可得最优保 $L_2$-$L_\infty$ 性能滤波器指标为 $\gamma = 0.126\,8$. 此时滤波器为

$$F_{A1} = \begin{bmatrix} -3.070\,9 & -0.961\,4 \\ -0.703\,0 & -1.621\,9 \end{bmatrix},$$

$$F_{B1} = \begin{bmatrix} 1.481\,0 \\ 0.961\,9 \end{bmatrix};$$

$$F_{A2} = \begin{bmatrix} -1.887\,2 & -0.065\,0 \\ -0.140\,5 & -1.527\,6 \end{bmatrix},$$

$$F_{B2} = \begin{bmatrix} 0.040\,9 \\ -0.164\,8 \end{bmatrix}.$$

(下转第 40 页)

表 3 基于约束处理的粒子群优化算法收敛过程

| 迭代次数 | 包络圆半径/mm | 不平衡量/(g mm) | 可行率 | 曾经可行率 |
|---|---|---|---|---|
| 5 000 | 32.351 0 | 0.724 19 | 0.04 | 0.15 |
| 5 500 | 32.337 8 | 0.002 410 | 0.11 | 0.19 |
| 6 000 | 32.310 8 | 0.003 786 | 0.12 | 0.22 |
| 6 500 | 32.309 2 | 0.000 159 | 0.14 | 0.22 |
| 7 000 | 32.309 0 | 0.000 882 | 0.2 | 0.22 |
| 7 500 | 32.308 9 | 0.001 318 | 0.16 | 0.23 |
| 8 000 | 32.308 8 | 0.000 117 | 0.18 | 0.23 |
| 8 500 | 32.308 8 | 0.000 117 | 0.2 | 0.24 |
| 9 000 | 32.308 8 | 0.001 099 | 0.18 | 0.24 |
| 9 500 | 32.308 7 | 0.000 185 | 0.21 | 0.26 |
| 10 000 | 32.308 7 | 0.000 176 | 0.21 | 0.26 |

## 7 结 语

本文研究了基于粒子群优化的约束布局优化算法,提出了适合 PSO 优化机理的约束处理机制.无需保证初始解集中存在可行解,基于该约束处理机制的 PSO 算法便可有效处理等式与不等式、线性及非线性约束.此外,通过与直接搜索混合,使得算法具有较强的局部搜索能力.通过实例,对本文算法与乘子法以及基于 GA 的布局优化方法进行了分析比较,仿真结果验证了该算法的有效性.结合本文提出的约束处理和局部搜索,PSO 算法可作为通用的非线性约束优化方法应用于其他可抽象为非线性规划模型的工程优化问题.

## 参考文献(References)


[1] Franchini M. Use of a genetic algorithm combined with a local search method for the automatic calibration of conceptual rainfall-runoff models[J]. *Hydrological Science J*, 1996, 41(1): 21-39.

[2] 唐飞, 滕弘飞. 一种改进的遗传算法及其在布局优化中的应用[J]. *软件学报*, 1999, 10(10): 1096-1102.
(Tang F, Teng H F. A modified genetic algorithm and its application to layout optimization [J]. *J of Software*, 1999, 10(10): 1096-1102.)

[3] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks*[C]. Perth, 1995: 1942-1948.

[4] Shi Y H, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization [A]. *Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation*[C]. Washington, 1999: 6-9.

[5] Yoshida H, Kawata K, Yoshikazu Fukuyama. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control considering voltage security assessment [J]. *IEEE Trans on Power System*, 2000, 15(4): 1232-1239.

[6] Chen C L, Chen N. Direct search method for solving economic dispatch problem considering transmission capacity constraints[J]. *IEEE Trans on Power System*, 2001, 16(4): 764-769.

[7] 钱志勤, 滕弘飞, 孙治国. 人机交互的遗传算法及其在约束布局优化中的应用[J]. *计算机学报*, 2001, 24(5): 553-559.
(Qian Z Q, Teng H F, Sun Z G. Human-computer interactive genetic algorithm and its application to constrained layout optimization [J]. *J of Computers*, 2001, 24(5): 553-559.)


(上接第 35 页)

## 5 结 语

对于含两类动态机制的 Markov 跳变系统,在随机稳定性分析的基础上,给出了 $L_2$-$L_\infty$ 性能指标下的鲁棒滤波器分析与综合结果.其鲁棒性不仅是针对各模态下系统参数的不确定性,而且考虑了模态间跳变转移概率的不确定性,使得滤波器对模态跳变机理具备一定的鲁棒性.数值示例说明了本文结果的有效性.

## 参考文献(References)


[1] Xu S Y, Chen T W, Lam J. Robust $H_\infty$ filtering for uncertain Markovian jump systems with mode-dependent time delays[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(5): 900-907.

[2] Mahmoud M S, Shi P. Robust Kalman filtering for continuous time-lag systems with Markovian jump parameters[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2003, 50(1): 98-105.

[3] Boukas E K, Liu Z K. Robust $H_\infty$ filtering for polytopic uncertain time-delay systems with Markov jumps [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2002, 28(3): 171-193.

[4] Gao J, Huang B, Wang Z. LMI-based robust $H_\infty$ control of uncertain linear jump systems with time-delay[J]. *Automatica*, 2001, 37(7): 1141-1146.

[5] Feng X, Loparo K A, Ji Y, Chizeck H J. Stochastic stability properties of jump linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(1): 38-53.

[6] Rotea M A. The generalized $H_2$ control problem [J]. *Automatica*, 1993, 29(2): 373-385.