文章编号: 1001-0920(2005)01-0041-05

一类不确定广义系统的分散容错控制

陈跃鹏, 张庆灵, 翟 丁
(1. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 讨论一类不确定广义系统分散容错控制器设计问题. 首先利用线性矩阵不等式(LMI)设计分散状态反馈控制器, 使得广义系统执行器未出现故障时渐近稳定; 接着针对广义系统的部分执行器出现故障的情况设计分散状态反馈控制器, 使得闭环广义系统渐近稳定; 进而利用 LMI 设计广义系统在分散状态反馈作用下具有完整性的容错控制器; 同时对传感器故障情形设计了广义系统在分散输出反馈作用下具有完整性的容错控制器, 得到了不确定广义系统关于执行器和传感器的分散容错控制器设计的方法. 将所设计的控制器用于实际电子网络系统, 验证了所提出方法的有效性.

关键词: 执行器故障; 传感器故障; 分散容错控制器; 矩阵不等式; 完整性
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Fault-tolerant decentralized control for a class of uncertain descriptor systems

CHEN Yue-peng, ZHANG Qing-ling, ZHAI Ding
(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Qing-ling, E-mail: qlzhang@mail.neu.edu.cn)

Abstract: The design problem of fault-tolerant decentralized controllers for a class of uncertain descriptor systems is discussed. The decentralized state feedback controllers are designed using linear matrix inequalities (LMI) such that the well working order descriptor systems are asymptotical stabilization. Then the decentralized state feedback controllers are derived such that the resulting closed-loop descriptor systems are asymptotically stable when part actuators occur failure. Further the fault-tolerant decentralized state feedback controllers with integrity are presented using LMI method. Meanwhile the design approach of fault-tolerant decentralized output feedback controllers with integrity is also obtained when sensors occur fault. Therefore, the design approach of fault-tolerant decentralized controllers about actuators and sensors is obtained for a class of uncertain descriptor sysptems. Finally, designed controllers are used to electronic network systems to demonstrate their effectiveness.

Key words: actuator fault; sensors fault; fault-tolerant decentralized controller; LMI; integrity

1 引 言

容错控制是指系统的某些传感器或执行器出现故障时, 例如执行器或传感器出现卡死、饱和及开环断开等, 能够利用余下的执行器或传感器使系统保持原有的某些性质, 从而提高系统运行的可靠性[1]. 对于多变量控制系统, 完整性是容错的特征之一. 当系统的执行器或传感器出现故障时, 系统仍然能够保持稳定, 则称系统具有完整性[2]. 稳定问题既具有理论意义又具有实际价值, 因此完整性控制问题已引起众多研究者的重视, 提出了多种方法来研究有关完整性控制问题, 并取得了重要的成果[2,3].

过去人们对不带扰动项的正常大系统分散容错控制问题进行了一些研究[4], 而对带扰动项的广义大系统分散容错控制问题的研究却较少. 由于广义

收稿日期: 2003-11-11; **修回日期**: 2004-02-27.
基金项目: 辽宁省科技厅科技基金项目(2001401041); 东北大学博士基金项目(200307).
作者简介: 陈跃鹏(1971—), 男, 湖北鄂州人, 讲师, 博士生, 从事广义系统 H_∞ 控制、故障诊断与容错控制的研究; 张庆灵(1956—), 男, 辽宁盖州人, 教授, 博士生导师, 从事分散控制、鲁棒控制等研究.

系统与正常系统相比有脉冲[5], 广义大系统分散容错控制问题更复杂. 为此, 本文针对一类带有扰动项的广义系统分散容错控制问题进行了探索性研究.

2 问题描述

考虑由如下相互关联的 N 个广义子系统 $\Sigma_i(i = 1, 2, \cdots, N)$ 构成的大系统:

$$E_i \dot{x}_i(t) = [A_i + \Delta A_i(r_i(t))]x_i(t) + [B_i + \Delta B_i(s_i(t))]u_i(t) + [H_i + \Delta H_i(h_i(t))]\sum_{j=1}^{N} H_{ij}x_j(t), \tag{1a}$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t). \tag{1b}$$

式中: $x_i(t) \in R^{n_i}$, $u_i(t) \in R^{m_i}$ 和 $y_i(t) \in R^{p_i}$ 分别表示系统的状态向量、控制输入向量和输出向量; E_i, A_i, B_i, H_i, H_{ij} 和 C_i 为具有适当维数的常数矩阵. 不确定项 $\Delta A_i(r_i(t))$, $\Delta B_i(s_i(t))$ 和 $\Delta H_i(h_i(t))$ 满足

$$r_i(t) \in \Phi_i \subseteq R^{p_i},$$
$$s_i(t) \in \Psi_i \subseteq R^{q_i},$$
$$h_i(t) \in \Psi_{hi} \subseteq R^{q_{hi}}.$$

其中: Φ_i, Ψ_i 和 Ψ_{hi} 均为紧集; H_{ij} 为内联矩阵, 且 $H_{ii} = 0$. 设 $h_{ij} = \| H_{ij} \|$, 其中范数 $\| \cdot \|$ 定义为"$\cdot$"的最大奇异值. $r_i(t)$, $s_i(t)$ 和 $h_i(t)$ $(i = 1, 2, \cdots, N)$ Lebesgue 可测. 假设广义系统(1) 的不确定项满足文献[6], 则有

$$\Delta A_i(r_i(t))(\Delta A_i(r_i(t)))^{\mathrm{T}} \leq \bar{A}_i^2,$$
$$\Delta B_i(s_i(t))(\Delta B_i(s_i(t)))^{\mathrm{T}} \leq \bar{B}_i^2; \tag{2a}$$
$$\Delta H_i(h_i(t))(\Delta H_i(h_i(t)))^{\mathrm{T}} \leq \bar{H}_i^2,$$
$$i = 1, 2, \cdots, N. \tag{2b}$$

其中 $\bar{A}_i$, $\bar{B}_i$ 和 $\bar{H}_i$ 为常值半正定矩阵. 进一步假设

$$(H_i + \Delta H_i(h_i(t)))(H_i + \Delta H_i(h_i(t)))^{\mathrm{T}} \leq \bar{h}_i^2 I; \tag{3a}$$

$$H_{ij}H_{ij}^{\mathrm{T}} \leq h_{ij}^2 I, \quad i = 1, 2, \cdots, N, \quad j = 1, 2, \cdots, k_h, \ j \neq i. \tag{3b}$$

其中 $\bar{h}_i$ 和 h_{ij} 为已知常数.

广义系统(1) 中 N 个子系统的紧凑形式为

$$E\dot{x}(t) = \hat{A}x(t) + \hat{B}u(t), \tag{4a}$$
$$y(t) = Cx(t). \tag{4b}$$

其中

$$x(t) = (x_1^{\mathrm{T}}(t), x_2^{\mathrm{T}}(t), \cdots, x_N^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}};$$
$$u(t) = (u_1^{\mathrm{T}}(t), u_2^{\mathrm{T}}(t), \cdots, u_N^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}};$$
$$y(t) = (y_1^{\mathrm{T}}(t), y_2^{\mathrm{T}}, (t)\cdots, y_N^{\mathrm{T}}(t))^{\mathrm{T}};$$
$$E = \mathrm{diag}[E_1, E_2, \cdots, E_N], \hat{A} = \bar{A} + \Delta\hat{A}; \tag{5a}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A_1 & H_1H_{12} & \cdots & H_1H_{1N} \\ H_2H_{21} & A_2 & \cdots & H_2H_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_NH_{N1} & H_NH_{N2} & \cdots & A_N \end{bmatrix}; \tag{5b}$$

$$\Delta\hat{A} = \begin{bmatrix} \Delta A_1(r_1(t)) & \Delta H_1(h_1(t))H_{12} & \cdots & \Delta H_1(h_1(t))H_{1N} \\ \Delta H_2(h_2(t))H_{21} & \Delta A_2(r_2(t)) & \cdots & \Delta H_2(h_2(t))H_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \Delta H_N(h_N(t))H_{N1} & \Delta H_N(h_N(t))H_{N2} & \cdots & \Delta A_N(r_N(t)) \end{bmatrix}; \tag{5c}$$

$$\hat{B} = B + \Delta B(s(t)), B = \mathrm{diag}[B_1, B_2, \cdots, B_N]; \tag{5d}$$

$$\Delta B(s(t)) = \mathrm{diag}[\Delta B_1(s_1(t)), \cdots, \Delta B_N(s_N(t))]. \tag{5e}$$

设计分散状态反馈控制器

$$u_i(t) = K_i x_i(t). \tag{6}$$

令 $K = \mathrm{diag}[K_1 \quad K_2 \quad \cdots \quad K_N]$, 于是得到闭环广义系统

$$E\dot{x}(t) = (\hat{A} + \hat{B}K)x(t). \tag{7}$$

为了表示广义系统(1) 中执行器故障, 引入切换阵 $L_i = \mathrm{diag}[l_1^{(i)} \quad l_2^{(i)} \quad \cdots \quad l_{m_i}^{(i)}]$. 当 $l_j^{(i)} = 1$ 时, 表示第 i 个子系统的第 j 个执行器未出现故障; 当 $l_j^{(i)} = 0$ 时, 表示第 i 个子系统的第 j 个执行器出现故障. 则 $u_i(t) = L_iK_ix_i(t)$ 为故障广义系统(1) 的实际输入, 相应的闭环系统为

$$E\dot{x}(t) = (\hat{A} + \hat{B}LK)x(t). \tag{8}$$

这里 $L = \mathrm{diag}[L_1 \quad L_2 \quad \cdots \quad L_N]$. 在广义系统(1) 中, 设 $\Omega_i \subset \{1, 2, \cdots, m_i\}$ 为第 i 个子系统中易出现故障的执行器真子集, $\bar{\Omega}_i = \{1, 2, \cdots, m_i\} - \Omega_i$ 为它的补, 是一个非空的子集. 不妨假设 $\Omega_i = \{q_i + 1, q_i + 2, \cdots, m_i\}$, 且满足条件

$$R(b_{i_{q_i+1}}, b_{i_{q_i+2}}, \cdots, b_{i_{m_i}}) \supset R(b_{i_1}, b_{i_2}, \cdots, b_{i_{q_i}}). \tag{9}$$

这里: $R(\cdot)$ 表示矩阵的象空间, b_i 表示矩阵 B_k 的第 i 列. 这样, $L_{i0} = \mathrm{diag}[I_{q_i} \quad 0]$, 即第 i 个子系统中前 $q_i(0 \leq q_i < m_i)$ 个执行器正常, 其余 $m_i - q_i$ 个执行器易出现故障. 于是存在矩阵 $S_i := S_{q_i \times (m_i - q_i)}$ 使得

$$B_{i\bar{\Omega}} = (b_{i_1}, b_{i_2}, \cdots, b_{i_{q_i}}) = (b_{i_{q_i+1}}, b_{i_{q_i+2}}, \cdots, b_{i_{m_i}})S_i = B_{i\Omega}S_i. \tag{10}$$

记 $B_i = [B_{i\bar{\Omega}} \quad B_{i\Omega}] = [B_{i\Omega}S_i \quad B_{i\Omega}]$, 设 $\varphi_i \subseteq \Omega_i$ 为实际出现故障的执行器子集, 此时执行器切换阵为 L_i. 记 $u_{i\varphi}$ 为对应集合 φ_i 的故障执行器. 类似地, 有 $B_i = [B_{i\bar{\varphi}} \quad B_{i\varphi}]$, 其中 $\bar{\varphi}_i = \bar{\Omega}_i \cup (\Omega_i - \varphi_i)$. 于是 $B_{i\Omega}S_iS_i^{\mathrm{T}}B_{i\Omega}^{\mathrm{T}} \leq B_{i\bar{\varphi}}B_{i\bar{\varphi}}^{\mathrm{T}}$, $B_{i\varphi}B_{i\varphi}^{\mathrm{T}} \leq B_{i\Omega}B_{i\Omega}^{\mathrm{T}}$. 记

$$u_i = [u_{i\bar{\varphi}}^{\mathrm{T}} \quad u_{i\varphi}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, K_i = [K_{i\bar{\varphi}}^{\mathrm{T}} \quad K_{i\varphi}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.$$

本文先讨论设计分散容错控制器(6), 使得广义系统(1) 具有完整性.

3 预备知识

由文献[7], 不失一般性假设广义系统(1) 中的矩阵 E_i 具有如下形式:

$$E_i = \begin{bmatrix} I_{r_i} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{11}$$

其中: I_{r_i} 为 $r_i \times r_i$ 阶单位矩阵, r_i 为矩阵 E_i 的秩

定义 1 如果控制器(6) 使得不确定广义系统(1) 在未出现故障及部分执行器出现故障的情况下都渐近稳定, 则称式(6) 为不确定广义系统(1) 具有完整性的分散容错控制器

引理 1[8] 对于任意给定的具有适当维数的矩阵 X, Y 和 Z, 以及任意正常数 α 和 β, 如下不等式成立:

$$X^{\mathrm{T}}Y + Y^{\mathrm{T}}X \le \alpha X^{\mathrm{T}}X + \alpha^{-1}Y^{\mathrm{T}}Y,$$
$$2Z^{\mathrm{T}}Y \le \beta X^{\mathrm{T}}X + \beta^{-1}Y^{\mathrm{T}}Y.$$

构造广义 Lyapunov 函数

$$v(t) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}(t)E_i^{\mathrm{T}}P_i x_i(t),$$
$$E_i^{\mathrm{T}}P_i = P_i^{\mathrm{T}}E_i \ge 0. \tag{12}$$

为简单起见, 下文中的时间变量将不再标明, 例如 $\Delta A_i(r_i(t))$ 记为 ΔA_i. 于是

$$\mathring{v}(t) = \sum_{i=1}^{N} \mathring{x}_i^{\mathrm{T}}E_i^{\mathrm{T}}P_i x_i + \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}E_i^{\mathrm{T}}P_i \mathring{x}_i =$$
$$\sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}[(A_i + \Delta A_i)^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}(A_i + \Delta A_i) +$$
$$K_i^{\mathrm{T}}(B_i + \Delta B_i)^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}(B_i + \Delta B_i)K_i]x_i +$$
$$2\sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}P_i^{\mathrm{T}}(H_i + \Delta H_i)\sum_{j=1}^{N} H_{ij}x_j.$$

由于 $H_{ii} = 0$, 根据式(2) 和(3), 利用引理 1 有

$$\Delta A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i\Delta A_i \le$$
$$\alpha_i P_i^{\mathrm{T}}\overline{A}_i^2 P_i + \alpha_i^{-1}I, \tag{13a}$$
$$K_i^{\mathrm{T}}\Delta B_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}\Delta B_i K_i \le$$
$$\beta_i P_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^2 P_i + \beta_i^{-1}K_i^{\mathrm{T}}K,, \tag{13b}$$
$$2\sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}P_i^{\mathrm{T}}(H_i + \Delta H_i)\sum_{j=1}^{N} H_{ij}x_j \le$$
$$\sum_{i=1}^{N}[\gamma_i^{-1}(N-1)x_i^{\mathrm{T}}x_i +$$
$$\sum_{j=1}^{N}\gamma_i\overline{h}_i^2 h_{ij}^2 x_i^{\mathrm{T}}P_i^{\mathrm{T}}P_i x_i]. \tag{13c}$$

因此 $\mathring{v}(t) \le \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}\Pi_i x_i$. 其中

$$\Pi_i =$$
$$A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + K_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}B_iK_i +$$
$$\beta_i P_i^{\mathrm{T}}\overline{B}_i^2 P_i + \beta_i^{-1}K_i^{\mathrm{T}}K_i + \alpha_i P_i^{\mathrm{T}}\overline{A}_i^2 P_i +$$
$$(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1}(N-1))I + \sum_{j=1}^{N}\gamma_i h_{ij}^2\overline{h}_i^2 P_i^{\mathrm{T}}P_i. \tag{14}$$

4 完整性执行器设计

4.1 未出现故障时分散控制器设计

定理 1 假设 $(E_i, A_i, B_{i\bar{\Omega}})$ 能控. 如果存在具有如下形式的矩阵:

$$X_i = \begin{bmatrix} X_{si} & 0 \\ X_{1i} & X_{fi} \end{bmatrix} \in R^{n_i \times n_i}. \tag{15}$$

其中: $X_{si} \in R^{r_i \times r_i}$; $X_{si} = X_{si}^{\mathrm{T}} > 0$; $X_{1i} \in R^{(n_i - r_i) \times r_i}$; $X_{fi} \in R^{(n_i - r_i) \times (n_i - r_i)}$; X_{fi} 可逆; $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 及 $\gamma_i > 0$ 满足 LMI

$$\begin{bmatrix} \Theta_i & X_i^{\mathrm{T}} & \sqrt{N-1}X_i^{\mathrm{T}} \\ X_i & -\alpha_i I & 0 \\ \sqrt{N-1}X_i & 0 & -\gamma_i I \end{bmatrix} < 0. \tag{16}$$

其中

$$\Theta_i = X_i^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} + A_iX_i + \beta_i(\overline{B}_i^2 - B_iB_i^{\mathrm{T}}) +$$
$$\alpha_i\overline{A}_i^2 + \gamma_i\sum_{j=1}^{N}\overline{h}_i^2 h_{ij}^2 I. \tag{17}$$

则分散状态反馈控制器

$$u_i = K_ix_i,\ K_i = -\beta_i B_i^{\mathrm{T}}X_i^{-1}, \tag{18}$$

使得闭环广义系统(7) 渐近稳定

证明 构造式(12) 的广义 Lyapunov 函数, 其中矩阵 $P_i = X_i^{-1}$. 则矩阵 P_i 也具有式(15) 的形式. 由式(11), 易验证 $E_i^{\mathrm{T}}P_i = P_i^{\mathrm{T}}E_i \ge 0$ 满足, 且

$$\mathring{v}(t) \le \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}\Pi_i x_i,$$

其中 Π_i 由式(14) 给出. 于是

$$\Pi_i =$$
$$A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + \beta_i P_i^{\mathrm{T}}(\overline{B}_i^2 - B_iB_i^{\mathrm{T}})P_i +$$
$$P_i^{\mathrm{T}}\left(\alpha_i\overline{A}_i^2 + \sum_{j=1}^{N}\gamma_i\overline{h}_i^2 h_{ij}^2 I\right)P_i +$$
$$(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1}(N-1))I +$$
$$\beta_i^{-1}(K_i + \beta_i B_i^{\mathrm{T}}P_i)^{\mathrm{T}}(K_i + \beta_i B_i^{\mathrm{T}}P_i).$$

取 K_i 为式(18), 则有

$$\Pi_i =$$
$$A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + \beta_i P_i^{\mathrm{T}}(\overline{B}_i^2 - B_iB_i^{\mathrm{T}})P_i +$$
$$P_i^{\mathrm{T}}\left(\alpha_i\overline{A}_i^2 + \sum_{j=1}^{N}\gamma_i\overline{h}_i^2 h_{ij}^2 I\right)P_i +$$
$$(\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1}(N-1))I.$$

对式(16) 左乘 $\mathrm{diag}[P_i^{\mathrm{T}}\ \ I\ \ I]$, 右乘 $\mathrm{diag}[P_i\ \ I\ \ I]$, 则有

$$\begin{bmatrix} \begin{matrix} A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + \\ \beta_i P_i^{\mathrm{T}}(\overline{B}_i^2 - B_iB_i^{\mathrm{T}})P_i + \\ P_i^{\mathrm{T}}\left(\alpha_i\overline{A}_i^2 + \gamma_i\sum_{j=1}^{N}\overline{h}_i^2 h_{ij}^2 I\right)P_i \end{matrix} & I & \sqrt{N-1}I \\ I & -\alpha_i I & 0 \\ \sqrt{N-1}I & 0 & -\gamma_i I \end{bmatrix} < 0$$

对上式利用Schur补, 则有 $\Pi_i < 0$. 于是 $\dot{v}(t) < 0$, 闭环广义系统(7)渐近稳定. □

4.2 执行器故障时分散控制器设计

下面给出不确定广义系统执行器故障时的分散控制器设计.

定理2 对于故障广义系统(8), 假设 $(E_i, A_i, B_{i\bar{\Omega}})$ 能控. 若存在与式(15)相同形式的矩阵 X_{ig}, $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 及 $\gamma_i > 0$ 满足LMI

$$\begin{bmatrix} \Theta_{ig} & X_{ig}^{\mathrm{T}} & \sqrt{N-1}X_{ig}^{\mathrm{T}} \\ X_{ig} & -\alpha_i I & 0 \\ \sqrt{N-1}X_{ig} & 0 & -\gamma_i I \end{bmatrix} < 0, \tag{19}$$

其中

$$\Theta_{ig} = X_{ig}^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} + A_iX_{ig} + \beta_i(\bar{B}_i^2 - B_{i\Omega}S_iS_i^{\mathrm{T}}B_{i\Omega}^{\mathrm{T}}) + \alpha_i\bar{A}_i^2 + \gamma_i\sum_{j=1}^{N}\bar{h}_i^2h_{ij}^2I,$$

则分散状态反馈控制器

$$u_{i\varphi} = K_{i\varphi}x_i,\ K_{i\varphi} = -\beta_iB_{i\varphi}^{\mathrm{T}}X_{ig}^{-1}, \tag{20}$$

使得故障闭环广义系统(8)渐近稳定.

4.3 完整性分散容错控制器设计

定理1和定理2分别给出了不确定广义系统的执行器未出现故障及出现故障时分散控制器的设计. 下面给出执行器具有完整性的分散容错控制器设计.

定理3 假设 $(E_i, A_i, B_{i\bar{\Omega}})$ 能控. 若存在具有形式(15)的矩阵 X_{iw}, $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 及 $\gamma_i > 0$ 满足LMI

$$\begin{bmatrix} \Theta_{iw} & X_{iw}^{\mathrm{T}} & \sqrt{N-1}X_{iw}^{\mathrm{T}} \\ X_{iw} & -\alpha_i I & 0 \\ \sqrt{N-1}X_{iw} & 0 & -\gamma_i I \end{bmatrix} < 0, \tag{21}$$

其中

$$\Theta_{iw} = X_{iw}^{\mathrm{T}}A_i^{\mathrm{T}} + A_iX_{iw} + \beta_i(\bar{B}_i^2 - B_{i\Omega}S_iS_i^{\mathrm{T}}B_{i\Omega}^{\mathrm{T}}) + \alpha_i\bar{A}_i^2 + \gamma_i\sum_{j=1}^{N}\bar{h}_i^2h_{ij}^2I.$$

则分散状态反馈

$$u_i = K_ix_i,$$

$$K_i = \begin{bmatrix} K_{i\varphi} \\ K_{i\bar{\varphi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta_iB_{i\varphi}^{\mathrm{T}}X_{iw}^{-1} \\ -\beta_iB_{i\bar{\varphi}}^{\mathrm{T}}X_{iw}^{-1} \end{bmatrix} = -\beta_iB_i^{\mathrm{T}}X_{iw}^{-1}. \tag{22}$$

是广义系统(1)的完整性分散容错控制器.

注1 对于具有完整性的控制系统, 它能够利用余下的部件保持系统稳定, 而不需要额外增加硬件冗余, 也不需要进行故障检测与诊断, 实时性好.

注2 就系统稳定而言, $\Omega_i (i = 1, 2, \cdots, N)$ 中的执行器是冗余的, 但它能改善系统的性能, $\bar{\Omega}_i (i = 1, 2, \cdots, N)$ 是使广义系统(1)渐近稳定的执行器最小集合.

注3 不等式(13)使设计结果具有一定的保守性, 但其保守性与参数 α_i, β_i 及 γ_i 的选取有关. 因此, 可在某种矩阵范数下, 选取适当的 $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 及 $\gamma_i > 0$ 来降低其保守性. 文献[9]就此问题进行了讨论, 并给出了相应的数值算法.

5 传感器具有完整性的分散容错控制器设计

下面讨论不确定广义系统(1)对传感器具有完整性的分散容错控制器设计问题.

设计分散输出反馈控制器

$$u_i(t) = K_iy_i(t), \tag{23}$$

于是得到闭环广义系统

$$E\dot{x}(t) = (\hat{A} + \hat{B}KC)x(t), \tag{24}$$

其中 $C = \mathrm{diag}[C_1\ \ C_2\ \ \cdots\ \ C_N]$. 不妨仍用 L 表示故障系统的传感器切换阵, 此时故障闭环广义系统

$$E\dot{x}(t) = (\hat{A} + \hat{B}LKC)x(t). \tag{25}$$

假设 G_i 表示在 $\mathrm{Im}\ C_i^{\mathrm{T}}$ 的正交投影, 则 $G_i = C_i^+C_i$, 这里 C_i^+ 表示 C_i 的Moore-Penrose逆.

定理4 如果存在具有形式(15)的矩阵 P_i, $0 < \epsilon_i < 1$, $\alpha_i > 0$, $\beta_i > 0$ 及 $\gamma_i > 0$ 使得

$$A_i^{\mathrm{T}}P_i + P_i^{\mathrm{T}}A_i + P_i^{\mathrm{T}}\Big(\alpha_i\bar{A}_i^2 + \sum_{j=1}^{N}\gamma_i\bar{h}_i^2h_{ij}^2I + \beta_i(1-\epsilon_i)^{-1}B_iB_i^{\mathrm{T}} + \beta_i\epsilon_i^{-1}\bar{B}_i^2\Big)P_i + (\alpha_i^{-1} + \gamma_i^{-1}(N-1))I + \beta_iG_i^{\mathrm{T}}P_i^{\mathrm{T}}B_iB_i^{\mathrm{T}}P_iG_i < 0 \tag{26}$$

成立, 则分散输出反馈控制器

$$K_i = -\beta_iB_i^{\mathrm{T}}P_iC_i^+ \tag{27}$$

是广义系统(1)的一个具有完整性的分散容错控制器.

6 例 子

一个电子网络模型为[10,11]

$$\begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 \\ 0 & L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\dot{x}_1 = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & r_1 & 1 \end{bmatrix} + \Delta A_1\right)x_1 + \left(\begin{bmatrix} N_1/N_0 & N_1/2N_0 \\ N_2/N_0 & N_2/2N_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & s_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\right)u_1 +$$

$$\left(\Delta H_1 \begin{bmatrix}0&1&0.1\\0.1&0.3&0.6\\0&0.1&0.1\end{bmatrix}\right) x_2,$$

$$\begin{bmatrix}L_1&0&0\\0&L_2&0\\0&0&0\end{bmatrix}\dot{x}_2 = \left(\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&-1\\0&r_2&1\end{bmatrix}+\Delta A_2\right)x_2 + \left(\begin{bmatrix}N_3/N_0 & 2N_3/N_0\\ N_4/N_0 & 2N_4/N_0\\0&0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&0\\0&0\\0&0.4s_2\end{bmatrix}\right)u_2 + \left(\Delta H_2\begin{bmatrix}0&0&0.1\\0.1&0.5&0.1\\0&0.2&0.1\end{bmatrix}\right)x_1.$$

这里

$$x_1 = [x_{11}^{\mathrm{T}} \quad x_{12}^{\mathrm{T}} \quad x_{13}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$x_2 = [x_{21}^{\mathrm{T}} \quad x_{22}^{\mathrm{T}} \quad x_{23}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

$$\Delta A_1 = \begin{bmatrix}0&0&0\\0&t_1&t_2\\0&t_1-t_2&t_1+t_2\end{bmatrix},$$

$$\Delta A_2 = \begin{bmatrix}0&0&0\\0&-t_3&t_4\\0&t_3+t_4&t_3-t_4\end{bmatrix},$$

$$\Delta H_1 = \begin{bmatrix}0&h_1&\sqrt{3}h_2\\0&0&0\\0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\Delta H_2 = \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&h_3&h_4\end{bmatrix}, H_1 = H_2 = 0$$

其中: $|t_i| \le 0.2$, $i = 1,2,3,4$; $|h_j| \le 0.2$, $|s_j| < 1$, $j = 1,2$; $|h_3| \le 0.3$, $|h_4| \le 0.4$; $x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22}$ 表示通过相应电感器的电流; L_i 表示第 i 个电感器的感抗; x_{13} 和 x_{23} 分别表示流经电阻为 r_1 和 r_2 的电阻器时的电压降; $N_i (i = 0,1,2,3,4)$ 表示互感器系数 这是一个典型的广义分散控制系统 采用的电阻 $r_1 = 20\ \Omega$, $r_2 = 2.5\ \Omega$, $N_1/N_0 = 1$, $N_2/N_0 = 2$, $N_3/N_0 = 2$, $N_4/N_0 = 3$ 设

$$B_{1\varphi} = \begin{bmatrix}4\\8\\0\end{bmatrix}, B_{1\varphi} = \begin{bmatrix}2\\4\\0\end{bmatrix}, B_{2\varphi} = \begin{bmatrix}2\\3\\0\end{bmatrix},$$

$$B_{2\varphi} = \begin{bmatrix}4\\6\\0\end{bmatrix}, S_1 = 2, S_2 = 0.5,$$

$$\overline{A_1^2} = \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0.04&0.04\\0&0.04&0.08\end{bmatrix},$$

$$\overline{A_2^2} = \begin{bmatrix}0&0&0\\0&0.02&-0.02\\0&-0.02&0.04\end{bmatrix}.$$

运用LMI工具箱解式(21) 得

$$X_{1w} = \begin{bmatrix}0.2500&0&0\\0&0.4902&0\\-3.5714&-14.0056&-7.1429\end{bmatrix},$$

$$\alpha_1 = 20, \beta_1 = 0.5, \gamma_1 = 14.2;$$

$$X_{2w} = \begin{bmatrix}0.2451&0&0\\0&0.5952&0\\0&-2.9762&-2.5000\end{bmatrix},$$

$$\alpha_2 = 10, \beta_2 = 0.46, \gamma_2 = 10.$$

此时, 具有完整性的分散容错控制器为

$$u_1(t) = K_1 x_1(t) = \begin{bmatrix}K_{1\varphi}\\K_{1\varphi}\end{bmatrix} x_1(t) =$$

$$-\begin{bmatrix}2.0000&2.0400&0\\4.0000&4.0800&0\end{bmatrix} x_1(t),$$

$$u_2(t) = K_2 x_2(t) = \begin{bmatrix}K_{2\varphi}\\K_{2\varphi}\end{bmatrix} x_2(t) =$$

$$-\begin{bmatrix}3.7536&2.3184&0\\7.5072&4.6368&0\end{bmatrix} x_2(t).$$

将 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 带入该电子网络系统中, 得到的闭环系统无论是正常情况下还是在执行器出现部分故障情况下, 系统都渐近稳定

7　结　　语

本文给出了执行器和传感器正常及发生故障情况下, 广义系统具有完整性的分散容错控制器设计方法 从设计中可以看出, 具有完整性的广义分散容错控制器的设计问题已转化为求解矩阵不等式

参考文献(References)

[1] Yang G H, Zhang S Y, Lam J, et al. Reliable control using redundant controllers [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(8): 1588-1593.

[2] 葛建华, 孙优贤. *容错控制系统的分析与综合*[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1994.

[3] 陈跃鹏, 张庆灵, 姚波. 广义系统具有完整性的鲁棒二次稳定[J]. *自动化学报*, 2002, 28(4): 616-619.
(Chen Y P, Zhang Q L, Yao B. Robust quadratic stabilization with integrity for descriptor sytems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(4): 616-619.)

[4] Huang S D, Lam J, Yang G H, et al. Fault tolerant control for symmetric composite systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(11): 2108-2114.

(下转第 50 页)

规则 1 和规则 2 的隶属度函数分别为

$$\mu_1(\mathring{y}(t)) = 0.5 + \frac{\mathring{y}^3(t)}{6.75},$$

$$\mu_2(\mathring{y}(t)) = 0.5 - \frac{\mathring{y}^3(t)}{6.75}.$$

若D-域为左半开复平面$D(0)$和$D(0.3)$, 则根据定理 1, 相应子系统的控制器增益矩阵分别为

$$K_1 = K_2 = [-0.843\,2 \quad -1.495\,1],$$

$$K_1 = K_2 = [-0.349\,4 \quad -0.683\,5].$$

若D-域为左半开复平面中圆域$D(2, 1.5)$和$D(3, 3)$, 则根据定理 1, 相应子系统的控制器增益矩阵分别为

$$K_1 = K_2 = [-2.262\,0 \quad -1.339\,9]$$

$$K_1 = K_2 = [-0.650\,9 \quad -0.115\,3].$$

设系统不确定性为

$$c(t) = 1.155 + 0.655\sin(6.28t),$$

系统初始条件设为$x_1(0) = -0.8, x_2(0) = -1.0$. 则闭环系统相应于上述 4 种$D$-域的响应曲线如图 1 所示. 另外, 闭环系统相应于上述 4 种D-域的极点分布如图 2 所示.

5 结 语

对二次矩阵不等式区域D, 本文提出了具有范数有界不确定性的 T-S 模糊非线性模型的鲁棒D-镇定问题, 给出了该系统二次D-稳定的一个充分必要条件, 并利用并行分布补偿技术和线性矩阵不等式技术设计出全局鲁棒D稳定控制器. 最后以仿真实例说明了本文设计方法的可行性和有效性.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Fuzzy Sets[J]. *Information and Control*, 1965, 8(3): 338-353.

[2] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116-132.

[3] Tanaka K, Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 45(2): 135-156.

[4] Tanaka K, Ikeda T, Wang H O. Robust stabilization for a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizality, H_∞ control theory and linear matrix inequalities[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 1-13.

[5] Joh J, Langari R, Jeung E T, et al. A new design method for continuous Takagi-Sugeno fuzzy controller with pole placement constraints: An LMI approach [A]. *Proc IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics*[C]. Orlando, 1997: 2969-2974.

[6] Chilali M, Gahinet P. H_∞ design with pole placement constraints: An LMI approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 358-367.

[7] 刘飞, 苏宏业, 褚健. 基于模糊模型的不确定非线性系统鲁棒D镇定[J]. *控制与决策*, 2002, 17(5): 532-535. (Liu F, Su H Y, Chu J. Robust D-stabilization for uncertain nonlinear systems based on fuzzy models [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(5): 532-535.)

[8] Chilali M, Gahinet P, Apkarian P. Robust pole placement in LMI regions [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(12): 2257-2270.

[9] Peaucelle D, Arzelier D, Bachelier O, et al. A new robust D-stability condition for real convex polytopic uncertainty[J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 40(1): 21-30.

[10] Valter J, Leite S, Pedro L, et al. An improved LMI condition for robust D-stability of uncertain polytopic systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(3): 500-504.

[11] Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J Control*, 1996, 63(4): 741-750.

(上接第 45 页)

[5] Zhang Q L, Lam J. Robust elimination of impulse of descriptor systems [J]. *Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems*, 2002, 9(1): 13-28.

[6] Cheng C W, Wu Q, Alexander T T. Decentralized robust controller design for uncertain large-scale systems with control delays[J]. *Int J of Systems Science*, 2000, 32(1): 33-41.

[7] Dai L. *Singular Control Systems*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989: 102-128.

[8] Petersen I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1987, 8(5): 351-357.

[9] Xie L, Soh Y C. Robust Kalman filtering for uncertain systems[J]. *Systems and Control Letters*, 1994, 22(2): 123-129.

[10] 张庆灵. *广义大系统的分散控制与鲁棒控制*[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1997.

[11] Newcomb R W. The semistate description of nonlinear time variable circuits[J]. *IEEE Trans Circuits and Systems*, 1981, CAS-28(1): 62-71.