第 20 卷 第 10 期
Vol. 20 No. 10

控 制 与 决 策
Control and Decision

2005 年 10 月
Oct. 2005

文章编号: 1001-0920(2005)10-1165-04

一类含未建模动态的奇异时滞系统的鲁棒镇定问题

冯俊娥[a], 崔 鹏[b], 程兆林[a]
(山东大学 a. 数学与系统科学学院, b. 控制科学与工程学院, 济南 250100)

摘 要: 利用线性矩阵不等式的方法, 研究了一类同时含有参数摄动和未建模动态的线性奇异时滞系统的鲁棒镇定问题, 得到了系统可鲁棒镇定的一个充分条件, 用线性矩阵不等式的方法, 将控制器的求解问题转化为受限线性矩阵不等式的求解问题, 并给出了受限线性矩阵不等式的具体解法. 最后举例说明了所提出方法的正确性.

关键词: 奇异时滞系统; 未建模动态; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust Stabilization for a Class of Singular Time-delay Systems with Uncertainty and Unmodeled Dynamics

FENG Jun-e[a], *CUI Peng*[b], *CHENG Zhao-lin*[a]
(a. School of Mathematics and System Science, b. School of Control Science and Engineering, Shandong University, Ji'nan 250100, China. correspondent: FENG Jun-e, E-mail: fengjune@sdu.edu.cn)

Abstract: The problem of robust stabilization of linear singular time delay systems with parameter uncertainty and unmodeled dynamics is considered. Using linear matrix inequality methods one sufficient condition for such problem is obtained. The controller can be designed by solving one pair of restricted LMIs. The detailed solving method is given for the restricted LMI. A simple example is shown to illustrate the validity of the results.

Key words: Singular time delay system; unmodeled dynamics; LMI

1 引 言

奇异系统具有广泛的应用背景, 例如电力系统、社会经济系统和电路电子系统等, 自 1970 年以来, 其理论及应用取得了很大的进展. 然而由于滞后常常是系统不稳定或性能指标差的主要原因, 而时滞又常常出现在工程系统中, 近年来人们对时滞系统的研究也取得了很多重要的结果. 随着科学技术的发展, 奇异时滞系统引起了一些学者的关注, 也取得了一些结果[1~9]. 文献[1]研究了离散奇异时滞系统的奇异LQ 问题, 利用系统轨线与控制对之间的非奇异变换得到了问题可解的一个充分条件; 文献[2]给出了含不确定项的离散奇异时滞系统的稳定性的充分条件; 文献[5,6]分别研究了线性时滞微分代数系统和非线性线性时滞微分代数系统的稳定性问题, 文献[7]给出了线性奇异时滞系统的 H_∞ 控制问题可解的充分条件, 但文献[5~7]都不含不确定性; 而文献[8,9]则分别讨论了含不确定性的奇异时滞系统鲁棒镇定问题和保性能控制问题. 由于奇异时滞系统结构的复杂性, 上述文献所得结果都是问题可解的充分条件, 而非必要条件.

本文讨论一类同时含有参数摄动和未建模动态的线性奇异时滞系统的鲁棒镇定问题, 将文献[10]中的结果推广到奇异时滞系统. 给出了问题可解的一个充分条件, 并用线性矩阵不等式的方法, 将控制器的求解问题转化为受限线性矩阵不等式的求解问题, 同时给出了受限线性矩阵不等式的具体解法. 最后举例说明了本文方法的正确性.

2 问题的叙述

收稿日期: 2004-09-16; **修回日期**: 2005-02-22
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474013, 60374021, 60474007, G60474001); 数学天元基金项目(10426021).
作者简介: 冯俊娥(1971-), 女, 山东聊城人, 博士, 从事时滞系统的研究; 程兆林(1939-), 男, 浙江宁波人, 教授, 博士生导师, 从事多变量控制理论与应用等研究.

考虑如下同时含有参数摄动和未建模动态的线性奇异时滞系统

$$\begin{aligned}&E\dot{x}(t) = \\ &(A + \Delta A)x(t) + (A_\tau + \Delta A_\tau)x(t-\\ &\tau) + B_1\theta(t) + (B_2 + \Delta B_2)u(t);\\ &\xi(t) = Cx(t);\ \theta(s) = \Delta(s)\xi(s);\\ &x(t) = \phi(t),\ t\in[-\tau,0];\\ &[\Delta A\quad \Delta A_\tau\quad \Delta B_2] = \\ &DF(\sigma)[E_1\quad E_\tau\quad E_2].\end{aligned}\tag{1}$$

其中: $x(t)\in R^n$ 为状态变量; $u(t)\in R^h$ 为控制输入; $\xi(t)\in R^m$ 为系统输出; $\theta(t)\in R^l$ 为未建模动态的输出; 矩阵 $E, A, A_\tau, B_1, B_2, C$ 为已知常数. 特别地, $\mathrm{rank}E = p < n$, $\tau > 0$ 为滞后常数; $\phi(t)\in C([-\tau,0], R^n)$ 为系统的相容性初始函数; $F(\sigma)$ 为未知参数摄动, 且为未知常阵; $\Delta(s)$ 为未建模动态, 且为真分式, 分别满足

$$\Omega = \{F(\sigma): F^{\mathrm T}(\sigma)F(\sigma)\leq I\},\tag{2}$$

$$\Pi = \{\Delta(s): \Delta(s)\in H_\infty,\ \|\Delta(s)\|_\infty < 1\}.\tag{3}$$

对未建模动态 $\Delta(s)\in\Pi$, 设有如下状态空间实现:

$$\begin{aligned}&\dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s\xi(t),\\ &\theta(t) = C_s x_s(t).\end{aligned}\tag{4}$$

其中: $x_s\in R^s$ 为未知状态; A_s, B_s, C_s 为未知矩阵. 令

$$x_c(t) = \begin{bmatrix}x(t)\\ x_s(t)\end{bmatrix},\ \psi(t) = \begin{bmatrix}\phi(t)\\ 0\end{bmatrix},$$

$$\bar{E} = \begin{bmatrix}E & \\ & I\end{bmatrix},\ \bar{A} = \begin{bmatrix}A + \Delta A & B_1C_s\\ B_sC & A_s\end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_\tau = \begin{bmatrix}A_\tau + \Delta A_\tau & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \bar{B}_2 = \begin{bmatrix}B_2 + \Delta B_2\\ 0\end{bmatrix},\tag{5}$$

则系统(1) 的状态空间实现为

$$\begin{aligned}&\bar{E}\dot{x}_c(t) = \bar{A}x_c(t) + \bar{A}_\tau x_c(t-\tau) + \bar{B}_2u(t);\\ &\psi(t) = \begin{bmatrix}\phi(t)\\ 0\end{bmatrix},\ t\in[-\tau,0].\end{aligned}\tag{6}$$

本文的目的是设计状态反馈控制器 $u(t) = Kx(t)$, 使得闭环系统对于式(2) 中所有不确定性和式(3) 中所有未建模动态是零解渐近稳定的.

引理 1[10] 设 $\Delta(s)$ 的状态空间实现为式(4), 则 $\|\Delta(s)\|_\infty < 1$ 的充要条件是存在正定阵 P_2, 使得下式成立

$$A_s^{\mathrm T}P_2 + P_2A_s + P_2B_sB_s^{\mathrm T}P_2 + C_s^{\mathrm T}C_s < 0.\tag{7}$$

引理 2[11] 给定适维矩阵 $H, E, F(\sigma)$: $F^{\mathrm T}(\sigma)F(\sigma)\leq I$ 和对称负定阵 $Q < 0$, 则对于任意的 $F(\sigma)$, 不等式 $Q + HF(\sigma)E + E^{\mathrm T}F^{\mathrm T}(\sigma)H^{\mathrm T} < 0$ 成立当且仅当存在某个正数 $\epsilon > 0$, 使得不等式 $Q + \epsilon HH^{\mathrm T} + \epsilon^{-1}E^{\mathrm T}E < 0$ 成立.

引理 3[7,8] 若存在矩阵 P 和正定阵 Q 满足

$$PE = E^{\mathrm T}P^{\mathrm T}\geq 0,$$

$$PA + A^{\mathrm T}P^{\mathrm T} + Q + PA_\tau Q^{-1}A_\tau^{\mathrm T}P^{\mathrm T} < 0,$$

则系统

$$\begin{cases}E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_\tau x(t-\tau),\\ x(t) = \varphi(t),\ t\in[-\tau,0],\end{cases}$$

对于所有满足相容性初始条件的连续函数 $\varphi(t)$ 都是零解渐近稳定的.

3 主要结果

利用引理3的结果, 首先给出 $u(t)\equiv 0$, $F(\sigma) = 0$ 时系统(1) 关于式(3) 中所有的未建模动态 $\Delta(s)$ 鲁棒稳定的充分条件:

定理 1 若存在矩阵 P_1 及正定矩阵 $Q_1 > 0$, 满足

$$P_1E = E^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T}\geq 0,\tag{8a}$$

$$\begin{aligned}&P_1A + A^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + Q + P_1A_\tau Q_1^{-1}A_\tau^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + \\ &P_1B_1B_1^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + C^{\mathrm T}C < 0,\end{aligned}\tag{8b}$$

则当 $u(t)\equiv 0$, $F(\sigma) = 0$ 时, 系统(1) 是鲁棒稳定的.

证明 根据 $\|\Delta(s)\|_\infty < 1$, 由引理 1 知存在正定阵 P_2, 使得式(7) 成立, 则存在充分小的正数 δ 满足

$$A_s^{\mathrm T}P_2 + P_2A_s + P_2B_sB_s^{\mathrm T}P_2 + C_s^{\mathrm T}C_s + \delta I < 0.$$

定义

$$P = \mathrm{diag}\{P_1, P_2\},\ Q = \mathrm{diag}\{Q_1, \delta I\}.\tag{9}$$

由引理 3 知, 只需证 P, Q 满足下式即可:

$$P\bar{E} = \bar{E}^{\mathrm T}P^{\mathrm T}\geq 0,\tag{10a}$$

$$P\bar{A} + \bar{A}^{\mathrm T}P^{\mathrm T} + Q + P\bar{A}_\tau Q^{-1}\bar{A}_\tau^{\mathrm T}P^{\mathrm T} < 0.\tag{10b}$$

由条件(8a), P_2 的正定性与 $\bar{E}$ 的结构知式(10a) 显然成立.

下面证明式(10b) 也成立:

将式(5) 和(9) 代入不等式(10b) 的左边, 有

$$\bar{A}^{\mathrm T}P^{\mathrm T} + P\bar{A} + Q + P\bar{A}_\tau Q^{-1}\bar{A}_\tau^{\mathrm T}P^{\mathrm T}\triangleq N\triangleq \begin{bmatrix}N_{11} & N_{12}\\ N_{12}^{\mathrm T} & N_{22}\end{bmatrix}.$$

其中

$$\begin{aligned}&N_{11} = P_1A + A^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + Q_1 + P_1A_\tau Q_1^{-1}A_\tau^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T},\\ &N_{12} = P_1B_1C_s + C^{\mathrm T}B_s^{\mathrm T}P_2,\\ &N_{22} = P_2A_s + A_s^{\mathrm T}P_2 + \delta I.\end{aligned}$$

令

$$\begin{aligned}&W_1\triangleq\\ &-(P_1A + A^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + Q_1 + P_1A_\tau Q_1^{-1}A_\tau^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + \\ &P_1B_1B_1^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} + C^{\mathrm T}C) > 0,\end{aligned}$$

则 $N_{11} = -W_1 - P_1B_1B_1^{\mathrm T}P_1^{\mathrm T} - C^{\mathrm T}C < 0$. 令

$$\begin{aligned}W_2\triangleq -(&A_s^{\mathrm T}P_2 + P_2A_s + C_s^{\mathrm T}C_s + \\ &P_2B_sB_s^{\mathrm T}P_2 + \delta I) > 0,\end{aligned}$$

则 $N_{22} = -W_2 - C_s^{\mathrm T}C_s - P_2B_sB_s^{\mathrm T}P_2 < 0$. 又对 $\forall\eta\in$

R^{n+m}, 有

$$\eta^{\mathrm{T}} N \eta = [\eta_1^{\mathrm{T}} \quad \eta_2^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{12}^{\mathrm{T}} & N_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\eta_1 \\ \eta_2\end{bmatrix} =$$
$$\eta_1^{\mathrm{T}}(-W_1 - P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} - C^{\mathrm{T}}C)\eta_1 +$$
$$2\eta_1^{\mathrm{T}}(C^{\mathrm{T}}B_s^{\mathrm{T}}P_2 + P_1B_1C_s)\eta_2 +$$
$$\eta_2^{\mathrm{T}}(-W_2 - C_s^{\mathrm{T}}C_s - P_2B_sB_s^{\mathrm{T}}P_2)\eta_2.$$

因为

$$2\eta_1^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}B_s^{\mathrm{T}}P_2\eta_2 \le \eta_1^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}}C\eta_1 + \eta_2^{\mathrm{T}}P_2B_sB_s^{\mathrm{T}}P_2\eta_2,$$
$$2\eta_1^{\mathrm{T}}P_1B_1C_s\eta_2 \le \eta_1^{\mathrm{T}}P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}}\eta_1 + \eta_2^{\mathrm{T}}W_2\eta_2,$$

所以 $\eta^{\mathrm{T}}N\eta \le -\eta_1^{\mathrm{T}}W_1\eta_1 - \eta_2^{\mathrm{T}}W_2\eta_2 < 0$, $\eta \ne 0$. 即有 $N < 0$, 即不等式(10b) 也成立. □

利用定理 1, 可以得到系统(1) 的状态反馈鲁棒控制器的设计.

定理 2　若有矩阵 W, 非奇异矩阵 X, 正定阵 V 及正数 $\epsilon > 0$ 满足

$$EX = X^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}} \ge 0, \tag{11a}$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & A_\tau V & (E_1X + E_2W)^{\mathrm{T}} & X^{\mathrm{T}} & X^{\mathrm{T}}C^{\mathrm{T}} \\ VA_\tau^{\mathrm{T}} & -V & VE_\tau^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ E_1X + E_2W & E_\tau V & -\epsilon I & 0 & 0 \\ X & 0 & 0 & -V & 0 \\ CX & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \tag{11b}$$

其中 $\tilde{A} = AX + B_2W + X^{\mathrm{T}}A^{\mathrm{T}} + W^{\mathrm{T}}B_2^{\mathrm{T}} + \epsilon DD^{\mathrm{T}} + B_1B_1^{\mathrm{T}}$, 则控制器 $u(t) = WX^{-1}x(t)$ 鲁棒镇定系统(1).

证明　将 $u(t) = Kx(t)$ 代入系统(1), 且由定理 1 得闭环鲁棒稳定的充分条件为

$$P_1E = E^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} \ge 0, \tag{12a}$$
$$P_1(A + B_2K + DF(E_1 + E_2K)) +$$
$$(A + B_2K + DF(E_1 + E_2K))^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} +$$
$$Q_1 + P_1(A_\tau + DFE_\tau)Q_1^{-1}(A_\tau +$$
$$DFE_\tau)^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{T}}C < 0. \tag{12b}$$

式(12b) 成立当且仅当下式成立:

$$\begin{bmatrix} \Sigma & P_1(A_\tau + DFE_\tau) \\ (A_\tau + DFE_\tau)^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} & -Q_1 \end{bmatrix} < 0 \tag{13}$$

其中

$$\Sigma = P_1(A + B_2K + DF(E_1 + E_2K)) +$$
$$(A + B_2K + DF(E_1 + E_2K))^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} +$$
$$Q_1 + P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{T}}C. \tag{14}$$

记

$$Y = \begin{bmatrix} \Xi & P_1A_\tau \\ A_\tau^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} & -Q_1 \end{bmatrix}, \tag{15}$$

其中 $\Xi = P_1(A + B_2K) + (A + B_2K)^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + Q_1 + P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{T}}C$, 则式(13) 又可写为

$$Y + \begin{bmatrix} P_1D \\ 0 \end{bmatrix} F(\sigma)[E_1 + E_2K \quad E_\tau] +$$
$$[E_1 + E_2K \quad E_\tau]^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(\sigma)\begin{bmatrix} P_1D \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} < 0. \tag{16}$$

由引理 2 知, 上式成立当且仅当

$$Y + \epsilon\begin{bmatrix} P_1D \\ 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} P_1D \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \epsilon^{-1}[E_1 + E_2K \quad E_\tau]^{\mathrm{T}} \cdot$$
$$[E_1 + E_2K \quad E_\tau] < 0. \tag{17}$$

上式即为

$$\begin{bmatrix} \Omega & P_1A_\tau + \epsilon^{-1}(E_1 + E_2K)^{\mathrm{T}}E_\tau \\ A_\tau^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + \epsilon^{-1}E_\tau^{\mathrm{T}}(E_1 + E_2K) & -Q_1 + \epsilon^{-1}E_\tau^{\mathrm{T}}E_\tau \end{bmatrix}. \tag{18}$$

其中

$$\Omega = Q_1 + P_1(A + B_2K) + (A + B_2K)^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} +$$
$$\epsilon P_1DD^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + \epsilon^{-1}(E_1 + E_2K)^{\mathrm{T}}(E_1 +$$
$$E_2K) + P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + C^{\mathrm{T}}C. \tag{19}$$

由 Schur 补知式(18) 成立, 当且仅当

$$\begin{bmatrix} \check{A} & P_1A_\tau & (E_1 + E_2K)^{\mathrm{T}} & I & C^{\mathrm{T}} \\ A_\tau^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} & -Q_1 & E_\tau^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ E_1 + E_2K & E_\tau & -\epsilon I & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -Q_1^{-1} & 0 \\ C & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0. \tag{20}$$

这里 $\check{A} = P_1(A + B_2K) + (A + B_2K)^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + \epsilon P_1DD^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}} + P_1B_1B_1^{\mathrm{T}}P_1^{\mathrm{T}}$. 式(20) 两边同时左乘 $T = \mathrm{diag}\{P_1^{-1}, Q_1^{-1}, I, I, I\}$, 右乘 T^{T}, 且令 $X = P_1^{-\mathrm{T}}$, $W = KP_1^{-\mathrm{T}}$, $V = Q_1^{-1}$, 则式(20) 成立当且仅当式(11b) 成立. 且式(11a) 成立也等价于(12a) 成立. □

注 1　由于 Matlab 软件中的线性矩阵不等式工具箱只能解严格的线性矩阵不等式, 而线性矩阵不等式(11) 是一个受限的线性矩阵不等式, 即需要解满足限制条件(11a) 的线性矩阵不等式(11b). 并且用 LMI 工具箱解式(11b) 所得的矩阵 X 也不一定非奇异. 因此, 在解线性矩阵不等式(11) 时需作以下处理:

1) 找非奇异矩阵 Υ, Φ, 对线性奇异时滞系统(1) 做 r. s. e. 变换, 使得 $\Upsilon E\Phi = \mathrm{diag}\{I_p, 0\}$, 记所得新系统为

$$\hat{E}\dot{\hat{x}}(t) =$$
$$(\hat{A} + \Delta\hat{A})\hat{x}(t) + (\hat{A}_\tau + \Delta\hat{A}_\tau)\hat{x}(t - \tau) + \hat{B}_1\theta(t) + (\hat{B}_2 + \Delta\hat{B}_2)u(t);$$
$$\hat{\xi}(t) = \hat{C}\hat{x}(t);\ \theta(s) = \Delta(s)\xi(s);$$
$$\hat{x}(t) = \Phi\hat{\phi}(t),\ t \in [-\tau, 0];$$

$$[\Delta\hat{A} \quad \Delta\hat{A}_{\tau} \quad \Delta\hat{B}_2] = \hat{D}F(\sigma)[E_1\Phi \quad E_{\tau}\Phi \quad E_2]. \tag{21}$$

其中: $\hat{E} = \Psi E\Phi, \hat{A} = \Psi A\Phi, \hat{A}_{\tau} = \Psi A_{\tau}\Phi, \hat{B}_1 = \Psi B_1, \hat{B}_2 = \Psi B_2, \hat{C} = C\Phi, \hat{x} = \Phi x(t)$.

2) 由 $\hat{E} = \mathrm{diag}\{I_p, 0\}$ 知, 满足条件(11a) 的 X 形如 $X = \begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}$, 因此在用 Matlab 中 LMI 工具箱解线性矩阵不等式(11b) 时, 可要求形如 $\begin{bmatrix} X_{11} & 0 \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix}$, 且可要求 $X_{11} > 0$.

3) 若由线性矩阵不等式(11b) 解得矩阵 X 是奇异的, 则存在正小数 $\theta > 0$, 使得 $X + \theta I$ 仍满足线性矩阵不等式(11b), 且有 $\hat{E}(X + \theta I) = (X + \theta I)^{\mathrm{T}}\hat{E}^{\mathrm{T}} \geq 0$. 为方便, 仍记 $X + \theta I$ 为 X, 即 X 是非奇异阵. 此时系统(21) 的状态反馈控制器为

$$u(t) = WX^{-1}\hat{x}(t).$$

4) 最后返回到原系统, 得系统(1) 的状态反馈控制器为 $u(t) = WX^{-1}\Phi^{-1}x(t)$.

例 1 考虑如下不确定奇异时滞系统的鲁棒镇定问题:

$$\begin{aligned}
&E\dot{x}(t) = \\
&(A + rA_0)x(t) + (A_{\tau} + sA_{\tau 0})x(t - \\
&\tau) + B_1\theta(t) + (B_2 + qB_{20})u(t); \\
&\xi(t) = Cx(t);\ \theta(s) = \Delta(s)\xi(s); \\
&x(t) = \phi(t),\ t \in [-\tau, 0].
\end{aligned} \tag{22}$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix},$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, A_{\tau 0} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix},$$

$$\tau = 1,\ |r| \leq 0.1,\ |s| \leq 0.1,\ |q| \leq 0.1,$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} e^{t+1} \\ 0 \end{bmatrix},\ t \in [-1, 0].$$

定义

$$D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, E_{\tau} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, F = 10 \times \mathrm{diag}\{r, q, s\},$$

则系统(22) 可写为

$$\begin{aligned}
&E\dot{x}(t) = \\
&(A + DFE_1)x(t) + (A_{\tau} + DFE_{\tau})x(t - \\
&\tau) + B_1\theta(t) + (B_2 + DFE_2)u(t); \\
&\xi(t) = Cx(t);\ \theta(s) = \Delta(s)\xi(s); \\
&x(t) = \phi(t),\ t \in [-\tau, 0].
\end{aligned} \tag{23}$$

根据定理2, 由注1知 $\Psi = I, \Phi = I$, 利用 Matlab 中 LMI 工具箱得线性矩阵不等式(11) 的解为

$$W = [-0.2719 \quad -0.2409],$$

$$X = \begin{bmatrix} 0.2820 & 0 \\ -0.3287 & 0.3874 \end{bmatrix},$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.6978 & -0.3235 \\ -0.3235 & 0.7688 \end{bmatrix},$$

$$\epsilon = 1.0276,$$

$$K = [-1.6889 \quad -0.6220].$$

因此, 系统(23) 的鲁棒镇定控制器为

$$u(t) = [-1.6889 \quad -0.6220]x(t).$$

4 结 语

本文讨论了一类同时含有参数摄动和未建模动态的线性奇异时滞系统的鲁棒镇定问题, 其中未知参数满足范数有界条件, 未建模动态满足 H_{∞} 范数有界条件. 首先给出问题可解的一个充分条件; 然后将控制器的求解问题转化为受限线性矩阵不等式的求解问题, 并给出了受限线性矩阵不等式的具体解法; 最后举例说明了本文方法的正确性.

参考文献(References)

[1] Feng J E, Cheng J L, Ma S P. Singular Linear-quadratic Optimal Control Problem for a Class of Discrete Singular Systems with Multiple Time-delays [J]. *Int J of Systems and Sciences*, 2003, 34(4): 293-301.

[2] Xu S, Lam J, Zhang L. Robust D-stability Analysis for Uncertain Discrete Singular Systems with State Delay [J]. *IEEE Trans Circuits Systems I*, 2002, 49(4): 551-555.

[3] Ascher U, Petzold L R. The Numercial Solution of Delay Differential Algebraic Equations of Retarded and Neutral Type[J]. *SIAM J Numeric Analysis*, 1995, 32(9): 1635-1657.

[4] Campbell S L. Singular Linear Systems of Differential Equations With Delays [J]. *Application Analysis*, 1980, 11(2): 129-136.

[5] Zhu W, Petzold L. Asymptotic Stability of Linear Delay Differential Algebraic Equations and Numerical Methods[J]. *Application Numeric Mathematic*, 1997, 24(2): 247-264.

[6] Pierdomenico Pepe, Erik I Verriest. On the Stability of Coupled Delay Differential and Continuous Time Difference Equations [J]. *IEEE. Trans Automatic Control*, 2003, 48(8): 1422-1427.

(下转第 1172 页)

表 1 控制参数表

参数	K_{p0}	K_{p1}	T_{i1}	T_{d1}	ϵ_1	ϵ_2
数值	1.3	1.3	5.0	0.0	0.005	0.01

表 2 生成抗体库

对象	序号	给定值	偏差变化值	输出变化值
数值	1	1.000 0	0.500 0	0.281 5
	2	0.500 0	-0.250 0	-0.140 7
	3	1.500 0	0.500 0	0.281 5
	4	1.800 0	0.150 0	0.084 4
	5	1.500 0	-0.150 0	-0.084 4

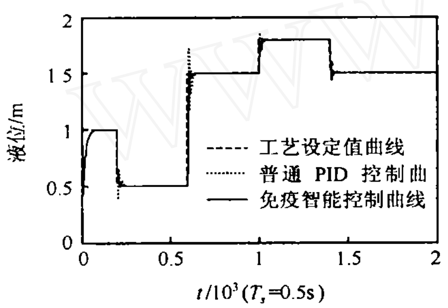

图 6 二阶对象控制效果

从图 6 可以看出, 与传统 PID 控制器相比, IIC 能够讯速、无超调、稳定地消除控制偏差.

从仿真实验可以看出, 在辅助 PID 算法和与之比较的传统 PID 算法的控制参数相同的情况下, 采用控制抗体记忆算法后, IIC 的控制效果好于传统 PID 控制器. 另外, IIC 表现出较好的系统响应能力, 这主要是由于控制偏差出现时 IIC 可以通过控制抗体计算得出系统稳定时控制器的阶跃输出信号, 然后在此基础上叠加比例控制作用, 从而达到快速消除偏差的目的. 而传统 PID 算法是在当前输出状态下进行调整, 因此其控制稳定速度较慢.

5 结 论

本文基于免疫系统的存储记忆原理, 提出了一种新颖的 IIC. 该 IIC 能够自动生成抗体, 当控制偏差出现时可以通过匹配找出最为匹配的抗体, 并根据实际的偏差特征对抗体进行修正, 形成中间抗体. 当控制偏差迅速消除后, 新的抗体已经在控制系统内部形成. 智能控制系统运行的时间越长, 控制偏差出现的次数越多, 则生成的抗体数量越多, 从而它的控制精度和适应能力越强. 通过与传统的 PID 控制规律相结合, 该 IIC 能够迅速稳定地消除控制偏差, 提高控制效果.

参考文献(References)

[1] Leandro N D C, Jonathan T. *Artificial Immune System: A New Computational Intelligence Approach* [M]. London: Springer-Verlag Inc, 2002: 13-150.

[2] Ding Y S, Ren L H. Fuzzy Self-tuning Immune Feedback Controller for Tissue Hyperthermia [A]. *Fuzzy IEEE* 2000, *The 9th IEEE Int Conf* [C]. San Antonio, 2000, 1: 534-538.

[3] Qi Z Q, Song S M, Yang Z H, et al. A Novel Immune Feedback Control Algorithm and its Applications[A]. *Genetic and Evolutionary Computation-GECCO* 2004: *Genetic and Evolutionary Computation Conf* [C]. Seattle, 2004, 3102: 318-320.

[4] Takashi K, Yamada T. Application of an Immune Feedback Mechanism to Control System[J]. *JSME Int J, Series C*, 1998, 41(2): 184-191.

[5] Kim D H. PID Controller Tuning of a Boiler Control System Using Immune Algorithm Typed Neural Network [A]. *Computational Science-ICCS* 2004: 4*th Int Conf* [C]. Krakow, 2004, 3037: 695-698.

[6] Kim D H, Park J I. Intelligent PID Control by Immune Algorithms Based Fuzzy Rule Auto-tuning [J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2003, 2715: 474-482.

(上接第 1168 页)

[7] 冯俊娥, 程兆林. 线性广义时滞系统的 H_∞ 状态反馈控制器[J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 159-163.
(Feng J E, Cheng Z L. H_∞ State Feedback Control for Linear Singular Systems with Time-delay in State[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 159-163.)

[8] Xu S, Dooren P V, Stefan R. et al. Robust Stability and Stabilization for Singular Systems with State Delay and Parameter Uncertainty[J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 2002, 47(7): 1122-1128.

[9] 冯俊娥, 程兆林. 不确定奇异时滞系统的保性能控制[J]. *控制与决策*, 2002, 17 (增刊): 711-714.
(Feng J E, Cheng Z L. Guaranteed Cost Control of Linear Uncertain Singular Time-delay[J]. *Control and Decision*, 2002, 17(S): 711-714.)

[10] 夏元清, 贾英民. 一类含未建模动态和时滞系统的鲁棒二次镇定[J]. *控制与决策*, 2001: 16(5): 602-604.
(Xia Y Q, Jia Y M. Robust Quadratic Stabilization for a Class of Uncertain Systems with Time-delay and Unmodeled Dynamics[J]. *Control and Decision*, 2001, 16(5): 602-604.)

[11] Carlos E, De Souza, Xi Li. Delay-dependent Robust H_∞ Control of Uncertain Linear State-delayed Systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(9): 1313-1321.)