

文章编号: 1001-0920(2005)11-1269-05

随机非线性系统鲁棒自适应控制的模块化设计

王 俊, 张 梅, 奚宏生, 成 荣
(中国科学技术大学 自动化系, 合肥 230026)

摘 要: 将线性系统中基于估计的模块化设计思想推广到随机非线性系统的控制设计之中, 基于 $\hat{\text{Ito}}$ 微分规则和自适应 Backstepping 算法, 设计了全局依概率渐近稳定的输入状态稳定控制器. 根据无源性定理, 设计了无源辨识器模块, 并确保扰动是有界的. 仿真结果表明了该控制算法的有效性.

关键词: Wiener 噪声; $\hat{\text{Ito}}$ 微分规则; 依概率渐近稳定; 输入状态稳定; 无源辨识器

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Modular Design of Robust Adaptive Controller for Strict-feedback Stochastic Nonlinear Systems

WANG Jun, ZHANG Mei, XI Hong-sheng, CHEN G Rong

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China Correspondent: WANG Jun, E-mail: wangjun@ustc.edu.cn)

Abstract: A modular approach of the estimation-based design for adaptive linear control systems is extended to the adaptive control design of strict-feedback stochastic nonlinear systems with additive Wiener noises and constant unknown parameters. By using $\hat{\text{Ito}}$'s differentiation rule and adaptive Backstepping procedure, an input-to-state stability controller of global asymptotic stabilization in probability is developed. According to passive theorems, a passive identifier module is designed which guarantees that disturbances are bounded. Simulation results show the effectiveness of the control algorithms.

Key words: Wiener noise; $\hat{\text{Ito}}$'s differentiation rule; Asymptotic stabilization in probability; Input-to-state stability; Passive identifier

1 引言

不确定非线性系统具有广泛的工程背景. 对于这类系统, 常用的设计方法有基于 Lyapunov 型设计^[1~4]和基于估计的模块化设计^[3,4]. Lyapunov 型设计的特点是: 一个 Lyapunov 函数包含闭环系统的全部状态, 控制器和参数自适应律可同时获得; 参数自适应律的选择限定为 Lyapunov 型算法, 设计比较单调. 在线性系统中, 因其特定值特性, 可以使用分离原理, 使控制器和参数自适应律获得基于估计的控制器-辨识器模块化设计, 任意的镇定控制器都能与辨识器结合在一起, 当所有参数已知时, 控制器模

块能镇定被控对象, 辨识器模块依次确保独立于控制器模块之外的特定有界特性. 这种设计比基于 Lyapunov 型设计内容更加丰富, 方法灵活.

文献[3,4]将模块化设计思想推广到非线性系统, 本文把这种思想扩展到既有 Wiener 噪声扰动又有未知定常参数的随机非线性系统的控制设计. 因为基于估计的模块化设计应用于非线性系统的主要障碍是不满足特定值特性, 不能使用分离原理, 所以引入了输入状态稳定 (ISS) 控制器^[5], 具有很强的参数鲁棒稳定特性. 在未知参数存在的情况下, 此控制器可获得状态有界特性, 在有界参数误差和时变

收稿日期: 2004-11-15; 修回日期: 2005-03-23

基金项目: 安徽省自然科学基金项目 (03042302).

作者简介: 王俊 (1963—), 男, 合肥人, 副教授, 博士, 从事非线性系统的鲁棒和自适应控制的研究; 奚宏生 (1950—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、离散事件动态系统及其应用等研究.

参数估计的情况下均有界

对于非线性系统, ISS 控制器适用于自适应控制方案的模块化设计, 能同任意标准的辨识器模块结合在一起. 辨识器模块可以采用多种方法来设计. 文献[6]采用了梯度算法, 本文采用误差系统无源化设计(也称基于观测器的无源化设计), 设计了具有严格无源特性的系统观测器和梯度型无源参数自适应律. 文献[7]基于L yapunov 型设计, 研究了该系统的最优控制问题

2 系统与问题描述

2.1 系统描述

考察下列参数严格反馈随机非线性系统:

$$\begin{cases} dx_i = x_{i+1}dt + \varphi_i(\bar{x}_i)\theta dt + \eta_i(\bar{x}_i)dw, \\ dx_n = udt + \varphi_n(\bar{x}_n)\theta dt + \eta_n(\bar{x}_n)dw, \\ 1 \leq i \leq n-1 \end{cases} \quad (1)$$

其中: x_i 是状态变量, $\bar{x}_i = (x_1, x_2, \dots, x_i)^T, i = 1, 2, \dots, n; u \in R$ 是输入信号(R 表示实数集); $\varphi_i(\bar{x}_i) \in R^p$ 和 $\eta_i(\bar{x}_i) \in R^r$ 是已知光滑非线性函数向量, 且 $\varphi_i(0) = 0, \eta_i(0) = 0; \theta \in R^p$ 是未知参数常向量或未知参数慢变向量, 设 θ 的估计值为 $\hat{\theta}(t)$, 则误差定义为 $\tilde{\theta}(t) = \theta - \hat{\theta}(t)$, 由于参数估计 $\hat{\theta}(t)$ 的时变特性, 需要把 $\tilde{\theta}(t)$ 和 $\hat{\theta}(t)$ 看作扰动输入, 设计系统的 ISS 控制器, 确保扰动有界时系统状态是有界的; w 是定义在概率空间 (Ω, F, P) 上的 r 维相互独立的标准 Wiener 过程向量, Ω 为样本空间, F 为 σ -代数, P 为概率测度, 因此 w 的统计特性是有界的, 即 $E\{w(t)\} = 0, E\{dw dw^T\} = Idt$, 其中 I 是单位阵

许多物理系统都可用该模型来描述, 如 TORA 系统^[8] 和刚体飞船姿态控制^[9] 等

2.2 依概率渐近稳定

为了研究系统(1), 考察如下随机非线性系统:

$$dx = f(x)dt + g_1(x)dw. \quad (2)$$

其中: $x \in R^n$ 是系统状态向量, 函数 $f: R^n \rightarrow R^n$ 和 $g_1: R^n \rightarrow R^{n \times r}$ 是光滑的, w 如系统(1) 所定义, $f(0) = 0, g_1(0) = 0$

定义1^[7] 称系统(2) 的平衡点 $x = 0$ 是全局依概率稳定的, 如果对于 $\forall \epsilon > 0$, 存在一类 K 函数 $\mathcal{Y}(\cdot)$ 满足

$$\begin{aligned} P\{|x(t)| < \mathcal{Y}(|x_0|)\} &\geq 1 - \epsilon, \\ \forall t \geq 0, \forall x_0 &\in R^n \setminus \{0\}. \end{aligned}$$

称系统(2) 的平衡点 $x = 0$ 是全局依概率渐近稳定的, 如果它是全局依概率稳定的, 且

$$\begin{aligned} P = \{\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t)| = 0\} &= 1, \\ \forall t \geq 0, \forall x_0 &\in R^n \setminus \{0\}. \end{aligned}$$

引理1^[21](随机 LaSalle-Yoshizawa 定理) 对于随机系统(2), 假设存在正定、径向无界的二阶可微且连续函数 $V(x)$ 和连续非负函数 $W(x) \geq 0$, 使得 $V(x)$ 沿随机系统(2) 的解对时间的变化率(又称函数 $V(x)$ 的无穷小算子) L 为

$$LV(x) = \frac{\partial V}{\partial t}f(x) + \frac{1}{2}\text{Tr}\left[g_1^T \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} g_1\right] \leq -W(x),$$

则系统(2) 在平衡点 $x = 0$ 达到全局依概率一致稳定, 且有 $P\{\lim_{t \rightarrow \infty} W(x) = 0\} = 1$ 的渐近特性. 其中 Tr 表示矩阵的迹. 与确定性系统L yapunov 函数微分表达式不同的是, 式中增加了二阶微分项, 即二阶 Hessian 矩阵函数

引理2^[21](Young 不等式) 对于任意两个向量 $x, y \in R^n$, 有如下不等式成立:

$$x^T y \leq \frac{\epsilon}{p} |x|_p + \frac{1}{q\epsilon} |y|_q$$

其中: 常数 $\epsilon > 0$; 常数 $p > 1, q > 1$, 并满足 $(p-1)(q-1) = 1$

注1 $|\cdot|_p$ 表示有限维空间向量的 p 范数, 若没有 p , 则表示任意范数; 对于时间函数 $u(t)$, $u|_p$ 表示无限维函数空间 u 的 p 范数, 常称为 L_p 范数

问题是设计系统(1) 以 $\tilde{\theta}$ 和 $\hat{\theta}$ 为输入的 ISS 控制器, 并设计辨识器模块, 确保 $\tilde{\theta}$ 和 $\hat{\theta}$ 是有界的

3 ISS 控制器设计

针对系统(1), 应用 Ito 微分规则和自适应 Backstepping 设计方法, 设计系统(1) 以 $\tilde{\theta}$ 和 $\hat{\theta}$ 为输入的 ISS 控制器. 取状态误差变量 z_i 和L yapunov 函数 $V(z)$ 分别为

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}(\bar{x}_{i-1}, \hat{\theta}), i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$V(z) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n z_i^4 \quad (4)$$

令 $\alpha_0 = 0$ 因为原点是系统的平衡点, 当 $\bar{x}_i = 0$ 和 $\bar{z}_i = 0$ 时, 有 $\alpha_{i-1}(\bar{x}_{i-1}, \hat{\theta}) = 0$, 其中 $\bar{z}_i = (z_1, z_2, \dots, z_i)^T$. 根据中值定理, $\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta})$ 和 $\eta_i(\bar{x}_i)$ 可分别表示为

$$\alpha_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}) = \sum_{k=1}^i z_k \alpha_{ik}(\bar{x}_i, \hat{\theta}), \quad (5)$$

$$\eta_i(\bar{x}_i) = \sum_{m=1}^i x_m \eta_{im}(\bar{x}_i) = \sum_{m=1}^i z_m \phi_m(\bar{x}_i, \hat{\theta}). \quad (6)$$

其中 $\alpha_{ik}(\bar{x}_i, \hat{\theta}), \eta_{im}(\bar{x}_i), \phi_m(\bar{x}_i, \hat{\theta})$ 均为光滑函数. 由 Ito 微分规则以及系统(1) 和式(3), 得

$$dz_i = d(x_i - \alpha_{i-1}) =$$

$$\begin{aligned} & [z_{i+1} + \alpha + \varphi^T \theta - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} (x_{k+1} + \varphi^T \theta) - \\ & \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q - \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \theta}] dt + \\ & (\eta - \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_l} \eta) dw. \end{aligned} \tag{7}$$

其中: $i = 1, 2, \dots, n$, 并约定 $z_{n+1} = 0, \alpha_i = u$. 由引理 1, 并考虑到式(6) 和(7), 函数 V 沿系统(1) 的解对时间变化率为

$$\begin{aligned} LV = & z_n^3 (u - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} - \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q + \\ & \omega^T \theta - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \theta} \tilde{\theta}) + \sum_{i=1}^{n-1} z_i^3 z_{i+1} + \\ & \sum_{i=1}^{n-1} z_i^3 (\alpha_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} - \\ & \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q + \omega^T \theta - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \tilde{\theta}) + \\ & \frac{3}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2 (\sum_{m=1}^i z_m \xi_m)^T (\sum_{k=1}^i z_k \xi_k). \end{aligned} \tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned} \omega(x_i, \hat{\theta}) &= \varphi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} \varphi_k, \\ \xi_m &= \phi_m - \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_l} \phi_m, \\ m &= 1, \dots, i \end{aligned}$$

式(8) 中第 2 项应用引理 2, 并令常数 $\epsilon = 1$, 可得

$$\sum_{i=1}^{n-1} z_i^3 z_{i+1} \leq \frac{3}{4} \sum_{i=1}^{n-1} z_i^4 + \sum_{i=2}^n \frac{1}{4} z_i^4. \tag{9}$$

对式(8) 中第 4 项作如下变换:

$$\begin{aligned} & \frac{3}{2} \sum_{i=1}^n z_i^2 (\sum_{m=1}^i z_m \xi_m)^T (\sum_{k=1}^i z_k \xi_k) \leq \\ & \frac{3}{4} \sum_{m=1}^i \sum_{k=1}^i (z_i^4 |\xi_m|^4 + \frac{1}{2} z_m^4 + \frac{1}{2} z_k^4) = \\ & \frac{3}{4} \sum_{i=1}^n i z_i^4 \sum_{m=1}^i |\xi_m|^4 + \frac{3}{8} \sum_{i=1}^n (n+i)(n+1-i) z_i^4. \end{aligned} \tag{10}$$

上式利用了引理 2 交换求和顺序及求和指标等手段 将式(9) 和(10) 代入(8) 得

$$\begin{aligned} LV \leq & z_n^3 [u - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} - \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q + \\ & \omega^T \theta - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \theta} \tilde{\theta}] + \frac{1}{4} z_n + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{3n}{4} \sum_{m=1}^n |\xi_m|^4 z_n + \frac{3n}{4} z_n + z_1^3 [\alpha_1 + \varphi^T \theta + \\ & \frac{3}{4} z_1 + \frac{3}{4} |\xi_{11}|^4 z_1 + \frac{3n}{8} (n+1) z_1] + \\ & \sum_{i=2}^{n-1} z_i^3 [\alpha_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} - \\ & \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q + \omega^T \theta - \\ & \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \tilde{\theta}] + \frac{3}{4} z_i + \frac{1}{4} z_i + \frac{3i}{4} \sum_{m=1}^i |\xi_m|^4 z_i + \\ & \frac{3}{8} (n+i)(n+1-i) z_i \} \end{aligned} \tag{11}$$

α_i, α, u 设计如下:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= -c_1 z_1 - s_1 z_1 - \omega^T \hat{\theta} - \frac{3}{4} z_1 - \\ & \frac{3}{4} |\xi_{11}|^4 z_1 - \frac{3n}{8} (n+1) z_1 - \frac{1}{4} z_1, \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned} \alpha_i &= -z_{i-1} - c_i z_i - s_i z_i - \omega^T \hat{\theta} + \\ & \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q - \\ & \frac{3}{4} z_i - \frac{1}{4} z_i - \frac{3i}{4} \sum_{m=1}^i |\xi_m|^4 z_i - \\ & \frac{3}{8} (n+i)(n+1-i) z_i - \frac{1}{4} z_i - \frac{3}{4} z_i, \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} u &= -z_{n-1} - c_n z_n - s_n z_n - \omega^T \hat{\theta} + \\ & \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_k} x_{k+1} + \frac{1}{2} \sum_{p,q=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{k-1}}{\partial \alpha_p \partial \alpha_q} \eta_p \eta_q - \\ & \frac{1}{4} z_n - \frac{3n}{4} \sum_{m=1}^n |\xi_m|^4 z_n - \frac{3n}{4} z_n - \frac{3}{4} z_n, \end{aligned} \tag{14}$$

$$s_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}) = \kappa_i |\omega|^2 + \sigma_i \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \theta} \right|^2. \tag{15}$$

其中 $c_i, \kappa_i, \sigma_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 是任选的设计常数, 满足 $c_i > \frac{1}{8\kappa_i} + \frac{1}{8\sigma_i}$ 将式(12) ~ (14) 代入(11), 利用引理 2, 得

$$\begin{aligned} LV \leq & -c \sum_{i=1}^n z_i^4 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{8\kappa_i} |\theta|^4 + \sum_{i=1}^n \frac{1}{8\sigma_i} |\tilde{\theta}|^4. \end{aligned}$$

其中 $c = \min_{1 \leq i \leq n} (c_i - 1/8\kappa_i - 1/8\sigma_i)$. 可整理为

$$LV \leq -c |z|^4 + \frac{1}{8} (\frac{1}{\kappa} |\tilde{\theta}|^4 + \frac{1}{\sigma} |\tilde{\theta}|^4). \tag{16}$$

其中

$$\begin{aligned} |z|^4 &= (\sum_{i=1}^n z_i^4)^{1/4}, \kappa = (\sum_{i=1}^n \frac{1}{\kappa_i})^{-1}, \\ \sigma &= (\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i})^{-1}. \end{aligned}$$

由 Proposition VI.4^[5] 和式(16), 可得闭环系统

(1) 和(14) 对于扰动 θ 和 $\hat{\theta}$ 是 ISS 的 将式(12) ~ (14) 代入(7), 得到闭环状态误差系统

$$\begin{aligned} dz &= A_z(z, \hat{\theta}, t)z dt + W^T(z, \hat{\theta}, t)\tilde{\theta} dt + \\ &Q^T(z, \hat{\theta}, t)\tilde{\theta} dt + \bar{W}^T(z, \hat{\theta}, t)dw. \end{aligned} \quad (17)$$

其中: $z \in R^n$, 且

$$A_z = \begin{bmatrix} -c_1 - s_1 - \lambda_1 & 1 & & \\ & -1 & -c_2 - s_2 - \lambda_2 & \\ & 0 & -1 & \ddots \\ & \vdots & & \ddots \\ 0 & & & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c} \dots \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ -c_n - s_n - \lambda_n \end{array} \right],$$

$$\lambda_1 = 1 + \frac{3}{4} |\xi_{11}|^4 + \frac{3n}{8} (n+1),$$

$$\lambda_i = 2 + \frac{3i}{4} \sum_{m=1}^i |\xi_{im}|^4 + \frac{3}{8} (n+i)(n+1-i),$$

$$\lambda_n = 1 + \frac{3n}{4} \sum_{m=1}^n |\xi_{nm}|^4 + \frac{3n}{4},$$

$$W^T = \begin{bmatrix} \omega_1^T \\ \omega_2^T \\ \vdots \\ \omega_n^T \end{bmatrix} \quad R^{n \times p}, \quad \bar{W}^T = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_1^T \\ \bar{\omega}_2^T \\ \vdots \\ \bar{\omega}_n^T \end{bmatrix} \quad R^{n \times r},$$

$$Q^T = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\partial \omega_1}{\partial \theta} \\ \vdots \\ -\frac{\partial \omega_{n-1}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad R^{n \times p},$$

$$\bar{\omega}_i = \eta - \sum_{l=1}^{i-1} \frac{\partial \omega_{l-1}}{\partial \theta} \eta$$

定理 1 系统(17) 具有下列输入状态稳定性: 如果 $\theta, \hat{\theta} \in L^\infty[0, t_f]$, 则 $z, x \in L^\infty[0, t_f]$, 且

$$\begin{aligned} E\{|z(t)|^4\} &\leq \frac{1}{8c_K} \theta_\infty^4 + \frac{1}{8c_\sigma} \hat{\theta}_\infty^4 + \\ &|z(0)|^4 e^{-4c_\sigma t}. \end{aligned} \quad (18)$$

证明 由文献[2] 中定理 3.4, 有

$$\frac{d}{dt} \left\{ E \left(\frac{1}{4} \sum z_i^4 \right) \right\} = E\{LV\}.$$

式(16) 两边乘以 $e^{4c_\sigma t}$, 在 $[0, t]$ 上积分可得

$$E\{|z(t)|^4\} \leq \frac{1}{8c_K} \theta_\infty^4 + \frac{1}{8c_\sigma} \hat{\theta}_\infty^4 +$$

$$|z(0)|^4 e^{-4c_\sigma t}.$$

这就证明了 $z \in L^\infty[0, t_f]$ 和式(18). 另外, 由式(12) ~ (14) 可以看出, 坐标变换(3) 中的 α 是光滑、有界的, 其逆变换也是光滑、有界的, 故 $x \in L^\infty[0, t_f]$. $\square$

4 无源辨识器模块设计

为了保证辨识器模块 $\hat{\theta}$ 的有界性, 考虑如图 1 所示的负反馈联结, 它由无源传递矩阵 Γ/s (其中 $\Gamma = \Gamma^T > 0$) 和非线性系统 Σ_c 组成. 系统 Σ_c 的输入是 θ , 输出是 τ . 由文献[3], 设计非线性系统 Σ_c 是严格无源的, 则图 1 互联系统是严格无源的, 于是, 互联系统的原点平衡点是全局一致稳定的. 为了保证 $\hat{\theta}$ 的有界性, 令 $\dot{\hat{\theta}} = -\tilde{\theta} = -\Gamma\tau$.

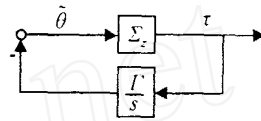


图 1 无源系统的负反馈联结

下面利用观测器来设计系统 Σ_c . 对系统(17) 设计如下观测器:

$$\dot{\hat{z}} = A_z(z, \hat{\theta}, t)\hat{z} + Q^T(z, \hat{\theta}, t)\tilde{\theta} \quad (19)$$

定义观测器误差 $\epsilon = z - \hat{z}$, 则

$$\begin{aligned} d\epsilon &= A_z(z, \hat{\theta}, t)\epsilon dt + W^T(z, \hat{\theta}, t)\tilde{\theta} dt + \\ &\bar{W}^T(z, \hat{\theta}, t)dw. \end{aligned} \quad (20)$$

取 $V = \frac{1}{4} |\epsilon|^4$, 根据式(17) 中 A_z 的结构形式, 并考虑到 $s_i > 0$, V 的无穷小算子 L 为

$$\begin{aligned} LV &= L \left(\frac{1}{4} |\epsilon|^4 \right) \leq \\ &-c_0 |\epsilon|^4 + |\epsilon|^2 \bar{W}^T(z, \hat{\theta}, t)\tilde{\theta} \end{aligned}$$

其中: $c_0 = \min_{1 \leq i \leq n} c_i$, A_z 中的 λ_i 项与 Hessian 项抵消. 上式 $[0, t]$ 在上积分, 有

$$\begin{aligned} &\int_0^t (W^T \epsilon^3)^T \tilde{\theta} d\tau \geq \\ &\frac{1}{4} |\epsilon(t)|^4 - \frac{1}{4} |\epsilon(0)|^4 + c_0 \int_0^t |\epsilon(\tau)|^4 d\tau \end{aligned}$$

由文献[3] 可知上式具有严格无源特性, 即从输入 θ 到输出 $W^T \epsilon^3$ 是严格无源的, 因此设计 $\dot{\hat{\theta}} = -\Gamma W^T \epsilon^3$, 即

$$\tilde{\theta} = -\Gamma W^T \epsilon^3. \quad (21)$$

定理 2 假定闭环系统(17), (20), (21) 的解定义在 $[0, t_f]$ 上, 则下列无源辨识器特性成立:

- 1) $\theta, \hat{\theta} \in L^\infty[0, t_f]$;
- 2) $\epsilon \in L_2[0, t_f] \cap L^\infty[0, t_f]$.

证明 引入一个 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \theta^T \Gamma^{-1} \theta + \frac{1}{4} |\epsilon|^4,$$

V 函数沿着系统 (20) 和 (21) 的解, 其无穷小算子 L 为

$$LV \leq -c_0 |\epsilon|^4 - \sum_{i=1}^n \kappa_i |\omega_i|^2 \epsilon^4. \quad (22)$$

V° 的非正定性说明 $\theta \in L^\infty[0, t_f), \epsilon \in L^\infty[0, t_f)$. 对上式进一步放大, 两边积分得

$$c_0 \int_0^t |\epsilon|^4 d\tau \leq - \int_0^t V^\circ d\tau \leq V(0) - V(t) \leq V(0) < \infty.$$

这就证明了 $\epsilon \in L^2[0, t_f)$. 另外, 由式 (21) 可得 $\dot{\theta} \in L^\infty[0, t_f)$. $\square$

可以看出, 辨识器方程的解是有界的, 而且这个界与 t_f 无关, 因此是一致有界的. 由定理 1 和定理 2, 系统状态是有界的, 并有下列渐近特性:

定理 3 由系统 (1)、控制器 (14)、观测器 (19)、参数自适应律 (21) 组成的闭环系统, 所有信号都是全局一致有界的, 原点平衡点 $z = 0, \epsilon = 0$ 是依概率全局一致稳定的, 且有下列渐近特性: $P\{\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0\} = 1, P\{\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0\} = 1, P\{\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0\} = 1$.

证明 在系统 (1) 中, 非线性函数是光滑的, 所以式 (1), (14), (19), (21) 组成的闭环系统的解存在且唯一, 假定解存在的最大区间是 $[0, t_f)$. 由定理 2 可知, $\theta, \hat{\theta} \in L^\infty[0, t_f)$, 根据定理 1, $z, x \in L^\infty[0, t_f)$; 由定理 2, $\epsilon \in L^\infty[0, t_f)$, 由观测误差定义 $\epsilon = z - \hat{z}$, 知 $\hat{z} \in L^\infty[0, t_f)$. 以上证明了所有信号都是全局有界的, 且这个界只依赖于初始条件、设计常数和扰动界, 而与 t_f 无关, 即可以取 $t_f = \infty$, 因此所有信号都是全局一致有界的.

从式 (22) 和引理 1 可以看出, $P\{\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon(t) = 0\} = 1, \lim_{t \rightarrow \infty} \theta(t)$ 是有限的且等于某一常数. 对于观测器 (19), 引入一个 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{4} |z|^4$, 函数 V 沿式 (19) 的解对时间的变化率为

$$\begin{aligned} V^\circ &= - \sum_{i=1}^n (c_i + \kappa_i |\omega_i|^2 + \sigma_i \left| \frac{\partial x_{i-1}}{\partial \theta} \right|^2 + \lambda_i) \hat{z}_i^4 - \sum_{i=1}^n \hat{z}_i^3 \frac{\partial x_{i-1}}{\partial \theta} \tilde{\theta} \leq -\bar{c} |z|^4 + \frac{1}{8\sigma} |\tilde{\theta}|^4. \end{aligned}$$

其中 $\bar{c} = \min_{1 \leq i \leq n} (c_i - \frac{1}{8\sigma_i})$.

上式变换利用了引理 2. 由文献 [3] 可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{z}(t) = 0$. 由于 $z = \hat{z} - \epsilon$, 所以 $P\{\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0\} = 1$. 因为 $\varphi(0) = 0, i = 1, 2, \dots, n, x = 0$, 当且仅当 $z = 0$

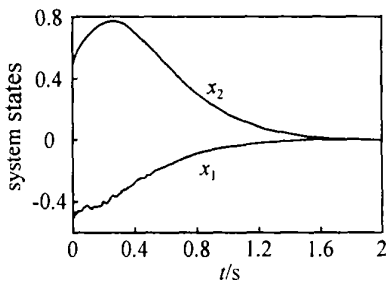
时, 有 $P\{\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0\} = 1. \square$

5 仿真实例

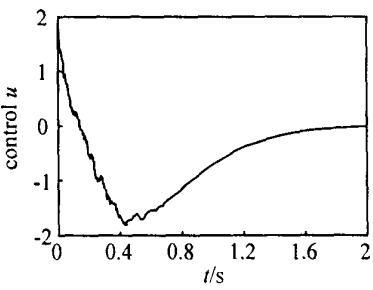
考察下列二阶随机例系统:

$$\begin{aligned} dx_1 &= x_2 dt + x_1^3 \theta dt + \frac{1}{2} x_1^2 d\omega \\ dx_2 &= u dt + (x_1^2 + x_2) \theta dt \end{aligned}$$

根据前述算法, 可计算虚拟控制 α 和控制 u . 常数 $\kappa_1, \kappa_2, \sigma_2$ 均取 1, 令 $c_1 = 1.375, c_2 = 1.675, \Gamma = I$, 并设初始条件 $x_1(0) = -0.5, x_2(0) = 0.5, \theta(0) = 0, \epsilon(0) = 0$, 参数真值 $\theta = 1$. 由 MATLAB 语言编程仿真, 闭环系统状态及控制仿真结果如图 2 所示, 估计的系统参数仿真结果如图 3 所示. 从图 2 可以看出, 随机系统 (1) 在控制策略 (14) 和参数自适应律 (21) 的作用下, 系统状态趋于平衡点, 说明闭环随机系统依概率渐近稳定. 从图 3 可以看出, 参数估计的稳定值不是参数的真值, 这是因为系统不存在持续激励.



(a) 系统状态仿真结果



(b) 控制仿真结果

图 2 系统状态与控制仿真结果

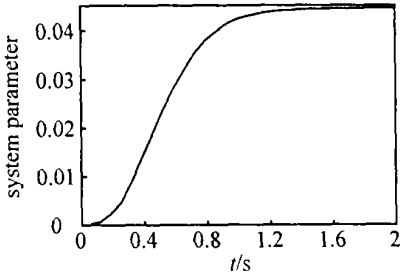


图 3 系统参数估计仿真结果

(下转第 1278 页)

- 499-503
- [4] Zhang J. Developing Robust Non-linear Models Through Bootstrap Aggregated Neural Networks[J]. *Neurocomputing*, 1999, 25(1): 93-113
- [5] Hou Z S, Huang W H. The Model-free Learning Adaptive Control of a Class of SISO Nonlinear Systems[A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. New Mexico, 1997: 343-344
- [6] Tan K K, Huang S N, Lee T H, et al. Adaptive-predictive PI Control of a Class of SISO Systems[A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. California, 1999: 3848-3852
- [7] Richalet J. Industrial Application of Model Based Predictive Control[J]. *Automatica*, 1993, 29(5): 1259-1274
- [8] Ernst E F H C. *First Principle Modeling and Predictive Functional Control of Enthalpic Processes* [D]. France: Delft University of Technology, 1996
- [9] Rossiter J A, Richalet J. Handling Constraints with Predictive Functional Control of Unstable Processes [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Anchorage, 2002: 4746-4751
- [10] 潘红华, 胡家升, 张圣云, 等. 基于灰色系统模型的预测函数控制方法研究[J]. *控制与决策*, 2004, 19(1): 117-119
(Pan H H, Hu J S, Zhang S Y, et al. Study of Predictive Functional Algorithm Based on Grey System Model[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(1): 117-119)
- [11] Abu el Ata-Doss S, Finai P, Richalet J. Handling Input and State Constraints in Predictive Functional Control[A]. *Proc 30th CDC [C]*. Brighton, 1991: 985-990
- [12] Astrom K J, Hagglund T. Industrial Adaptive Controller Based on Frequency Response Techniques[J]. *Automatica*, 1991, 27(4): 599-600
- [13] 张泉灵. *预测函数控制及其应用研究* [D]. 杭州: 浙江大学, 1999
(Zhang Q L. *Predictive Functional Control and Its Application* [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1999)

(上接第1273页)

6 结 语

本文将线性系统中基于估计的模块化设计思想推广到严格反馈随机非线性系统的控制设计, 设计了全局依概率渐近稳定、对应于扰动 θ 和 $\hat{\theta}$ 的ISS控制器, 具有很强的参数鲁棒稳定特性, 保证当扰动有界时状态是有界的。根据无源性定理, 设计了无源辨识器模块, 确保扰动 θ 和 $\hat{\theta}$ 是有界的。进一步研究的问题是: 这样设计的 $\hat{\theta}$ 是否均方可积和系统的性能如何估计。

参考文献(References)

- [1] Haddad W M, Hayakawa T, Chellaboina V, et al. Robust Adaptive Control for Nonlinear Uncertain Systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(1): 551-556
- [2] Krstic M, Deng H. *Stabilization of Nonlinear Uncertain Systems* [M]. London: Springer-Verlag, 1998
- [3] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995
- [4] Freeman R A, Krstic M, Kokotovic P V. Robustness of Adaptive Nonlinear Control to Bounded Uncertainties[J]. *Automatica*, 1998, 34(10): 1227-1230
- [5] Sontag E, Wang Y. New Characterizations of Input-to-state Stability[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(9): 1283-1294
- [6] Wang J, Xi H S, Ji H B, et al. Robust Adaptive Control for a Class of Stochastic Nonlinear Systems Based on Gradient Algorithms[J]. *J of University of Science and Technology of China*, 2004, 34(4): 495-503
- [7] Wang J, Xi H S, Ji H B, et al. Adaptive Inverse Optimal Control for Strict-feedback Stochastic Nonlinear Systems[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 681-685
- [8] Jankovic M, Fontaine D, Kokotovic P V. TORA Example: Cascade- and Passivity-based Control Designs[J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1996, 4(3): 292-297
- [9] Krstic M, Tsotras P. Inverse Optimal Stabilization of a Rigid Spacecraft[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(5): 1042-1049