

文章编号: 1001-0920(2005)11-1274-05

基于动态线性化的非线性系统的自适应预测函数控制

张彬, 张卫东

(上海交通大学 自动化系, 上海 200240)

摘要: 基于 pseudo-partial-derivative (PPD) 的概念动态线性化非线性系统, 利用集结方法处理未来预测时刻的 PPD, 实现了非线性系统的自适应预测函数控制。所给算法的预测模型只与当前时刻的测量数据有关, 不依赖于对象的具体结构。该算法能够提供有界的输入输出, 并能无偏差跟踪给定值。最后通过大滞后对象和强非线性 pH 中和滴定实验验证了该方法的有效性, 并说明了其具有很强的鲁棒性和抗干扰能力。

关键词: 预测函数控制; 非线性; 集结; 动态线性化; 基函数

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive Predictive Functional Control of a Class of Nonlinear Systems Based on Dynamic Linearization

ZHANG Bin, ZHANG Wei-dong

(Automation of Department, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China Correspondent: ZHANG Bin, E-mail: zhangbin7701@sjtu.edu.cn)

Abstract: A concept of partial derivative called pseudo-partial-derivative (PPD) is used to dynamically linearize a nonlinear system, and an aggregation method is applied to deal with the future predictive PPD. Then, an adaptive predictive functional control algorithm is presented. The design is based directly on PPD derived online from the input-output data, and the given algorithm also provides the bounded input-output sequence and tracks setpoint without steady-state error. Simulations for the time-delay plant and the pH neutralization experiment of the chemical reaction process show that the proposed method is efficient for the system parameters perturbation and external disturbance.

Key words: Predictive functional control; Nonlinear system; Aggregation; Dynamic linearization; Base function

1 引言

非线性系统是一类常见的难以控制的对象, 可用下式来描述:

$$y_p(k+1) = f(y_p(k), \dots, y_p(k-n_y), u(k), \dots, u(k-n_u)), \quad (1)$$

其中: n_u 和 n_y 分别是输入输出的阶次, y_p 和 u 分别是对象的输入输出, f 是非线性映射函数。

许多学者研究了 f 表示成特殊形式, 如 Hammerstein 模型^[1], Wiener 模型^[2] 和双线性模型^[3] 的非线性预测控制算法, 极大地丰富了非线性系统预测控制领域的研究。但要找到合适的非线性

映射 f 来表征实际非线性过程比较困难, 同时非线性优化问题很少表现出凸特性, 这导致在线计算难以实现。为此许多学者转向研究能够更好匹配非线性映射的神经网络^[4]。然而基于这种模型设计的预测控制算法, 其在线优化较为困难。Hou 和 Huang^[5] 利用过程控制中存在大量输入输出数据的特点, 通过 pseudo-partial-derivative (PPD) 概念动态线性化非线性系统, 提出了单输入单输出非线性系统的自适应控制算法, 其特点是所设计的控制器不依赖于对象模型。Tan^[6] 基于同样机理给出了非线性系统的自适应预测 PI 控制算法。

收稿日期: 2004-11-03; 修回日期: 2005-02-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274032); 高校博士点基金项目(20030248040)。

作者简介: 张彬(1977—), 男, 甘肃会宁人, 博士生, 从事预测控制、鲁棒控制等研究; 张卫东(1967—), 男, 黑龙江大庆人, 教授, 博士生导师, 从事鲁棒控制、过程控制及现场总线等研究。

预测函数控制(PFC)^[7-10]是一种新型的模型预测控制算法,它通过简单而直观的设计理念^[9],使该算法具有控制输入规律明确、在线计算量小、鲁棒性强、控制精度高的特点,在工业过程控制中得到广泛应用

本文借助 PPD 的思想,将动态线性化系统作为模型来预测非线性系统的未来输出,通过对 PPD 集取值简化控制器的设计,将 PFC 算法用于非线性对象控制,同时给出控制系统跟踪给定值零偏差及系统的输入输出有界的证明 所得控制器结构简单、易于实现 最后通过对大滞后对象和强非线性 pH 中和滴定过程的仿真实验说明该设计方法具有较高的控制精度,对于过程参数摄动有较强的鲁棒性

2 非线性系统预测函数控制器设计

2.1 动态线性化的模型

对于非线性系统(1),给出如下假设:

假设 1 非线性函数 $f(\bullet)$ 对于输入 $u(k)$ 的偏导数是连续的

假设 2 系统(1)是广义 Lipschitz 的,即对于任意的 k 和 $\Delta u(k) = 0$, 有 $|\Delta y_p(k+1)| \leq C |\Delta u(k)|$ 成立 其中 $\Delta y_p(k+1) = y_p(k+1) - y_p(k)$, $\Delta u(k) = u(k) - u(k-1)$, C 为常数

以上假设对于一般系统容易实现,因此得出以下定理:

定理 1^[5] 若非线性系统(1)满足以上两个假设,则一定存在 $G(k)$, 当 $\Delta u(k) = 0$ 时,有下式成立:

$$\Delta y_p(k+1) = G(k) \Delta u(k). \quad (2)$$

其中 $G(k)$ 为伪偏微分(PPD),且 $|G(k)| < C$. 利用定理 1,以式(2)作为模型预测未来输出,有

$$y(k+1) = y(k) + \hat{G}(k) \Delta u(k), \quad (3)$$

其中: $y(k)$ 是模型输出, $\hat{G}(k)$ 是 $G(k)$ 的估计值,且 $|\hat{G}(k)| < C$.

2.2 预测输出及结构化的控制变量

对式(3)进行迭代递推,可得到未来 $k + H_i$ 时刻的预测值

$$y(k + H_i) = y(k) + \sum_{j=1}^{H_i} \hat{G}(k + j - 1) \Delta u(k + j - 1). \quad (4)$$

与其他预测控制算法不同,PFC 认为任一时刻的控制输入 u 是事先选定的 n_B 个基函数 $u_{Bj}(n)$ 的线性组合,与过程性质及设定值有关,即

$$u(k + n) = \sum_{j=1}^{n_B} \mu_j(k) u_{Bj}(n), \quad n = 0, 1, \dots, H_i - 1. \quad (5)$$

其中: $\mu_j(k)$ 是未知系数, $u_{Bj}(n)$ 是第 k 个采样时刻的基函数取值, $j \in [1, n_B]$ 基函数通常根据设定值和对象的性质来选择,通常取值为多项式、正弦、指数函数的形式

对于一般对象控制,选择 $u(k+i) = \mu_1(k) + \mu_2(k) i$ 来表征系统的输入结构,此时输入有两个自由度,可得

$$\begin{cases} u(k) = \mu_1(k), \\ \Delta u(k + H_i - 1) = \\ \Delta u(k + H_i - 2) = \dots = \\ \Delta u(k + 1) = \mu_2(k). \end{cases} \quad (6)$$

将式(6)代入式(4),得

$$y(k + H_i) = y(k) + \sum_{j=2}^{H_i} \hat{G}(k + j - 1) \mu_2(k) + \hat{G}(k) [u(k) - u(k - 1)]. \quad (7)$$

2.3 优化及控制律计算

PFC 采用参考轨迹柔化设定值的输入,通常采用如下一阶指数形式的参考轨迹:

$$y_{ref}(k+i) = w(k+i) - \eta(w(k) - y_p(k)). \quad (8)$$

其中: $\eta = \exp(-T_s/T_{ref})$, T_{ref} 是闭环系统期望响应时间, w 是系统设定值

在 PFC 的优化算法中,未来控制作用通过迭代、最优化、约束限制等一系列步骤来实现 常用的方法是将优化点上的参考轨迹和预测过程输出的预测误差的平方和最小化,其指标为

$$\begin{aligned} \min J_p = & \sum_{i=H_1}^{H_2} [y_{ref}(k+i) - y(k+i) - e(k+i)]^2 + \\ & r \sum_{i=1}^M \Delta u^2(k+i-1). \end{aligned} \quad (9)$$

其中: r 为控制量的加权系数; $e(k+i)$ 是模型预测误差,一般选取 $e(k+i) = e(k) = y_p(k) - y(k)$.

将式(7)代入性能指标(9),若 $G(k+i)$ 已知,则求取 $\Delta u(k)$ 非常方便 注意到对于任意的 k , $|\hat{G}(k)| < C$ 的特点,要求 PPD 必须有界,为此对 $G(k+i)$ 采取集结策略 设 $G(k) = \lambda$, 则 $G(k+i) = \lambda^{i+1}$, 其中 λ 满足 $|\hat{G}(k)| < C$ 的约束,是在线辨识得到的变量 由于 $G(k)$ 有界,若选择初始的 $0 < \lambda < 1$, 则可自动满足 $|\hat{G}(k+i)| < C$ 的约束,然而对 $G(k)$ 有界的限制可能导致 $\Delta u(k)$ 过大,所以在性能指标(9)中引入控制量的加权项 此外,由于控制量具有式(6)的形式,本文令控制步长 $M = H_2$

在此假设下,性能指标(9)中只有两个未知参数 $\mu_1(k)$ 和 $\mu_2(k)$,可选择未来两个时刻 H_1 和 H_2 的

预测值来计算最优控制律, 计算量大大降低 此时性能指标(9) 转换为

$$\begin{aligned} \min J_p = & \\ & [y_{\text{ref}}(k + H_1) - y(k + H_1) - e(k + H_1)]^2 + \\ & [y_{\text{ref}}(k + H_2) - y(k + H_2) - e(k + H_2)]^2 + \\ & \sum_{i=1}^M r \Delta u^2(k + i - 1). \end{aligned} \quad (10)$$

将式(6), (7), (8) 代入(10), 令

$$\frac{\partial J_p}{\partial u_1(k)} = 0, \frac{\partial J_p}{\partial u_2(k)} = 0 \quad (11)$$

则当前时刻控制量为

$$\begin{aligned} u(k) = \hat{\mu}_1(k) = & \\ & [(-A_1 \hat{G}(k) - A_2 \hat{G}(k) - ru(k-1))][S_1^2 + \\ & S_2^2 + r(M-1)] - (-A_1 S_1 - \\ & A_2 S_2)[S_1 \hat{G}(k) + S_2 \hat{G}(k)] / ([S_1 \hat{G}(k) + \\ & S_2 \hat{G}(k)]^2 - [2\hat{G}^2(k) + r][S_1^2 + \\ & S_2^2 + r(M-1)]). \end{aligned} \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} A_i = & y_{\text{ref}}(k + H_i) - y(k) - e(k + H_i) + \\ & \hat{G}(k)u(k-1), \\ S_i = & \prod_{j=2}^{H_i} \hat{G}(k)^j, i = 1, 2, M = H_2 \end{aligned}$$

由于式(3) 的约束, 每一时刻需对 $\hat{G}(k)$ 在线寻优 利用式(2) 可形成许多关于 $\hat{G}(k)$ 的自适应学习算法, 本文采用文献[5] 给出的 $\hat{G}(k)$ 收敛自适应估计算法

$$\begin{aligned} \hat{G}(k) = & \hat{G}(k-1) + \frac{\Delta u(k-1)}{\gamma + \Delta u^2(k-1)} \times \\ & (\Delta y_p(k) - \hat{G}(k-1)\Delta u(k-1)). \end{aligned} \quad (13)$$

其中: $0 < \gamma < 1$, $\hat{G}(k)$ 的初始值 $\hat{G}(0)$ 根据实际控制对象取界于 $[0, 1]$ 内的常数

本文没有考虑系统的输入及状态约束, 关于 PFC 中约束问题的处理可参见文献[11]

3 控制系统性能分析

为分析系统的性能, 给出以下假设:

假设3 对于任意时刻, PPD 满足 $G(k) > 0$, 且只在有限个时刻 $G(k) = 0$

定理2 在假设1~ 3 满足的前提下, 对系统(1) 用控制律(12) 跟踪给定值 w , 则一定存在 H_1 和 H_2 使得

$$\lim_k (y_p(k+1) - w) = 0 \quad (14)$$

且 $\{y_p(k)\}$ 和 $\{u(k)\}$ 有界

证明 对于定值跟踪, 系统输出和给定值之间的偏差

$$E(k+1) = |y_p(k+1) - w| =$$

$$|y_p(k) - w + G(k)\Delta u(k)| = |1 - \rho|E(k). \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} \rho = & \nu/\xi, \\ \nu = & G(k)\hat{G}(k)(S_2 - S_1)[(1 - \eta^1)S_2 - \\ & (1 - \eta^2)S_1] + G(k)\hat{G}(k)r(M - \\ & 1)(2 - \eta^1 - \eta^2), \\ \xi = & \hat{G}^2(k)(S_1^2 + S_2^2 - 2S_1S_2) + \\ & [2\hat{G}^2(k) + r]r(M - 1) + rS_1^2 + rS_2^2 \end{aligned}$$

由假设3 可知, 由于 $G(k)\hat{G}(k) > 0$, 且 $0 < (1 - \eta^i) < 1$, 则当 M 取大于1 的整数时, 一定存在 H_1 和 H_2 使得

$$\begin{aligned} (1 - \eta^1)S_2 & > (1 - \eta^2)S_1, \\ \hat{G}(k)^2 & > G(k)(1 - \eta^i)\hat{G}(k), \\ & i = 1, 2 \end{aligned}$$

即 $0 < 1 - \rho < 1$. 利用式(15) 易知式(14) 成立 由控制律(12) 可得

$$|\Delta u(k)| = |u(k) - u(k-1)| = \frac{\rho}{G(k)}E(k). \quad (16)$$

则

$$|\Delta u(k)| \leq bE(k). \quad (17)$$

其中: $b = \rho_{\max}/\lambda$, ρ_{\max} 为 ρ 的上界

由绝对值三角不等式性质, 有下式成立:

$$\begin{aligned} |u(k)| \leq & |u(k) - u(1)| + |u(1)| \\ |\Delta u(k)| \leq & |\Delta u(k-1)| + \dots + \\ & |\Delta u(2)| + |u(1)| \end{aligned} \quad (18)$$

综上, $\{y_p(k)\}$ 和 $\{u(k)\}$ 是有界的

至此便完成了非线性系统自适应 PFC 算法的设计 从控制律(12) 可以发现, 若给定 $\hat{G}(k)$ 的初始值 $\hat{G}(0)$ 和 $\hat{G}(k)$ 收敛算法中的 γ , 则调节参数只有预测步长 H_1 和 H_2 , 控制时域 M 及参考轨迹响应时间 T_{ref} . 因此控制器参数调节比较方便, 且算法设计不依赖于对象的具体形式, 控制系统具有良好的鲁棒性

4 仿真实验

为验证本文方法, 通过以下大滞后对象和非线性 pH 中和滴定过程的仿真实验来说明算法的有效性:

(1) 考虑大滞后对象

$$P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}e^{-15s}$$

本文方法控制器参数选择 PPD 的初始值 $\hat{G}(0) = 0.9$, 预测长度 $H_1 = 18$, $H_2 = 25$, 控制时域长度 $M = 25$, 采样时间 $T_s = 1$ s, 参考轨迹时间 $T_{\text{ref}} = 1$ s, $\gamma = 0.9$, $r = 75$.



比较大滞后对象的 A-H PI 整定方法^[12] 可知, A-H 法得到的 PI 控制器为 $G_c(s) = 0.2115 + 0.0286/s$ 在 $t = 250$ 时加入幅值为 0.2 的负载干扰, 系统阶跃响应如图 1 所示, 可以看出本文给出的方法控制性能优于 A-H 法

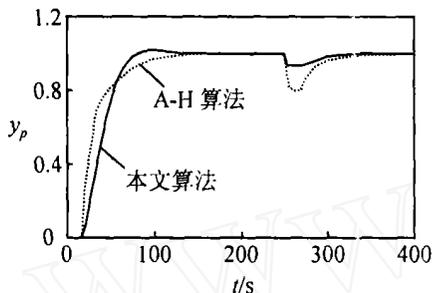


图 1 阶跃响应曲线

(2) 当化学反应涉及到酸碱物质时, pH 值往往是反应过程的一个重要参数, 且酸碱中和过程的非线性程度很高, pH 值的控制比较困难 为此选用 pH 中和滴定非线性过程作为研究对象, 其结构为^[13]

$$x(k) = f_1(u(k)) = u(k) - (1.207 + r_1)u^2(k) + 1.15u^3(k),$$

$$y_p(k)/x(k) = \frac{(0.0185 + r_2)z^{-2} + (0.0173 + r_3)z^{-3} + 0.00248z^{-4}}{1 - (1.558 + r_4)z^{-1} + 0.597z^{-2}}$$

其中: f_1 为非线性映射; u 为输入; x 为中间变量; y_p 为被测溶液的 pH 值; $r_1 \sim r_4$ 为系统时变参数, 其初始值为零 选择 PPD 的初始值, $G(0) = 0.98$, 预测长度 $H_1 = 17, H_2 = 25$, 控制时域 $M = 25$, 采样时间 $T_s = 1$ s, 参考轨迹时间 $T_{ref} = 1$ s, $Y = 0.90, r = 300$ 图 2 给出控制系统跟踪不同给定值的阶跃响应, 说明本文方法对于控制这种强非线性过程具有较好的控制效果

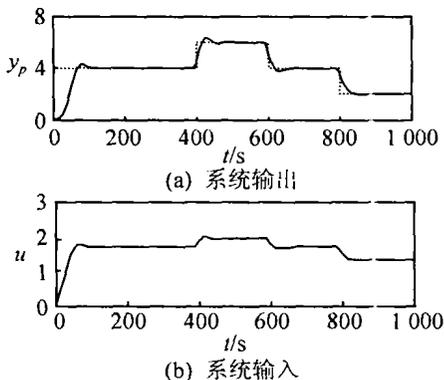


图 2 系统对于不同设定值的阶跃响应曲线

考虑控制系统抗干扰情况, 在 $t = 250$ s 时加入一幅值为 1 的输出干扰, 而仿真参数保持不变, 此时系统阶跃响应如图 3 所示 可见本文方法能有效消

除这种输出干扰的影响

由于实际对象受到各种各样的外界干扰, 或者由于工况变化会导致系统参数发生漂移, 考虑 $r_1 \sim r_4$ 随时间变化 在 $t = 200$ s 时, $r_1 = 0.1, r_2 = 0.01$; 在 $t = 400$ s 时, $r_3 = 0.001, r_4 = -0.008$ 此时系统参数时变已经相当严重 仿真参数保持不变, 系统阶跃响应曲线如图 4 所示 可见所设计的控制系统鲁棒性很强, 对于控制非线性对象是一种有效方法

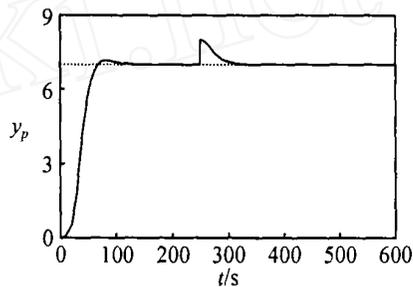


图 3 系统抗干扰阶跃响应曲线

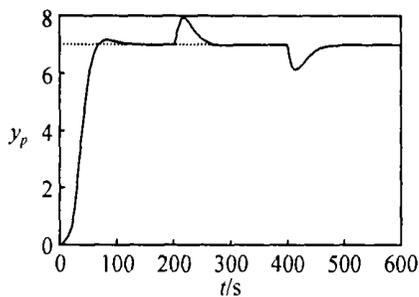


图 4 系统参数时变的阶跃响应曲线

5 结 论

本文基于一种新的 PPD 概念动态线性化非线性对象, 采取集结方法处理未来时刻 PPD 的预测值, 将 PFC 用于非线性系统的控制, 并通过定理证明了系统跟踪给定值零偏差的性能及系统的输入输出有界性 所给方法的特点是过程模型的建立只与系统的输入输出数据有关, 而无须任何外界测试信号, 且本文所得结果容易推广到多输入多输出系统的控制

参考文献 (References)

[1] Fruzzetti K P, Palazoglu A, McDonald K A. Nonlinear Model Predictive Control Using Hammerstein Models [J]. *J of Process Control*, 1997, 7(1): 31-41.

[2] Norquay S J, Palazoglu A, Romagnoli J A. Application of Wiener Model Predictive Control (WMPC) to a pH Neutralization Experiment [J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 1999, 7(4): 437-445.

[3] Daniel Berhe S, Unbehauen H. Bilinear Continuous-time Systems Identification Via Hartley-based Modulating Functions [J]. *Automatica*, 1998, 4(4):

- 499-503
- [4] Zhang J. Developing Robust Non-linear Models Through Bootstrap Aggregated Neural Networks [J]. *Neurocomputing*, 1999, 25(1): 93-113
- [5] Hou Z S, Huang W H. The Model-free Learning Adaptive Control of a Class of SISO Nonlinear Systems [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. New Mexico, 1997: 343-344
- [6] Tan K K, Huang S N, Lee T H, et al Adaptive-predictive PI Control of a Class of SISO Systems [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. California, 1999: 3848-3852
- [7] Richalet J. Industrial Application of Model Based Predictive Control [J]. *Automatica*, 1993, 29(5): 1259-1274
- [8] Ernst E F H C. *First Principle Modeling and Predictive Functional Control of Enthalpic Processes* [D]. France: Delft University of Technology, 1996
- [9] Rossiter J A, Richalet J. Handling Constraints with Predictive Functional Control of Unstable Processes [A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Anchorage, 2002: 4746-4751
- [10] 潘红华, 胡家升, 张圣云, 等. 基于灰色系统模型的预测函数控制方法研究 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(1): 117-119
(Pan H H, Hu J S, Zhang S Y, et al. Study of Predictive Functional Algorithm Based on Grey System Model [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(1): 117-119)
- [11] Abu el Ata-Doss S, Finai P, Richalet J. Handling Input and State Constraints in Predictive Functional Control [A]. *Proc 30th CDC [C]*. Brighton, 1991: 985-990
- [12] Astrom K J, Hagglund T. Industrial Adaptive Controller Based on Frequency Response Techniques [J]. *Automatica*, 1991, 27(4): 599-600
- [13] 张泉灵. *预测函数控制及其应用研究* [D]. 杭州: 浙江大学, 1999
(Zhang Q L. *Predictive Functional Control and Its Application* [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1999)

(上接第1273页)

6 结 语

本文将线性系统中基于估计的模块化设计思想推广到严格反馈随机非线性系统的控制设计, 设计了全局依概率渐近稳定、对应于扰动 θ 和 $\hat{\theta}$ 的 ISS 控制器, 具有很强的参数鲁棒稳定特性, 保证当扰动有界时状态是有界的. 根据无源性定理, 设计了无源辨识器模块, 确保扰动 θ 和 $\hat{\theta}$ 是有界的. 进一步研究的问题是: 这样设计的 $\hat{\theta}$ 是否均方可积和系统的性能如何估计.

参考文献(References)

- [1] Haddad W M, Hayakawa T, Chellaboina V, et al Robust Adaptive Control for Nonlinear Uncertain Systems [J]. *Automatica*, 2003, 39(1): 551-556
- [2] Krstic M, Deng H. *Stabilization of Nonlinear Uncertain Systems* [M]. London: Springer-Verlag, 1998
- [3] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995
- [4] Freeman R A, Krstic M, Kokotovic P V. Robustness of Adaptive Nonlinear Control to Bounded Uncertainties [J]. *Automatica*, 1998, 34(10): 1227-1230
- [5] Sontag E, Wang Y. New Characterizations of Input-to-state Stability [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(9): 1283-1294
- [6] Wang J, Xi H S, Ji H B, et al Robust Adaptive Control for a Class of Stochastic Nonlinear Systems Based on Gradient Algorithms [J]. *J of University of Science and Technology of China*, 2004, 34(4): 495-503
- [7] Wang J, Xi H S, Ji H B, et al Adaptive Inverse Optimal Control for Strict-feedback Stochastic Nonlinear Systems [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 681-685
- [8] Jankovic M, Fontaine D, Kokotovic P V. TORA Example: Cascade- and Passivity-based Control Designs [J]. *IEEE Trans on Control Systems Technology*, 1996, 4(3): 292-297
- [9] Krstic M, Tsotras P. Inverse Optimal Stabilization of a Rigid Spacecraft [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(5): 1042-1049