第20卷 第11期 控 制 与 决 策 2005年11月
Vol 20 No. 11 Control and Decision Nov. 2005

文章编号: 1001-0920(2005)11-1291-05

模糊决策表中获取概率规则的扩展VPRS方法

菅利荣, 刘思峰
(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘 要: 为了从模糊近似空间中获取用于概率决策的规则, 在决策类的粗糙近似中, 通过应用 λ-截集, 将模糊不可分辨关系转化为等价关系, 提出一种可从模糊决策表中获取概率规则的扩展变精度粗糙集方法. 讨论了其中的一些集合理论性质, 并对输出类别的模糊粗糙性给出了距离度量和熵度量两种模糊度量方法. 研究结果表明, 该方法可从模糊、不完备且有噪声的数据库中发现知识.

关键词: 模糊决策表; 概率规则; 扩展变精度粗糙集
中图分类号: C931 **文献标识码**: A

Extension of VPRS Method for Probabilistic Rule Induction from a Fuzzy Decision Table

JIAN Li-rong, LIU Si-feng
(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: JIAN Li-rong, E-mail: jianlr@public1.ptt.js.cn)

Abstract: A fuzzy indiscernibility relation is changed into the indiscernibility relation by using a λ-cut in the rough approximation of decision classes, and an extension of VPRS method is proposed in which probabilistic rules are obtained from fuzzy decision tables. Some properties of set theory of the proposed approach are discussed. The ambiguity with a given output class is estimated with two methods of the distance measure and the entropy measure. The result shows that the method can be applied to knowledge discovery from ambiguous, incomplete and noisy database.

Key words: Fuzzy decision tables; Probabilistic rules; Variable precision rough set

1 引 言

模拟不精确和不完备信息是知识表示领域中的一个重要研究课题. 作为在信息系统中模拟和处理不完备信息的工具, 粗糙集对于分析不完备数据具有重要作用[1,2]. 粗糙集理论主要研究清晰信息粒度, 其基础概念是不可分辨性; 而模糊集理论则是模拟人类分类机制中的模糊性, 主要研究模糊信息粒度. 模糊集因其概念的简单性和与人类思维的相似性, 常用作语言表达的数量数据和智能系统中的隶属函数. 从本质上说, 这两种理论都研究了信息粒度问题, 于是导致了对粗糙集与模糊集间杂合的研究. 当知识库中的知识模块都是清晰概念, 而被描述的概念是模糊概念时, 已提出了粗糙模糊集模型来解决此类问题的近似推理; 当知识库中的知识模块也是模糊概念时, 一些学者探讨了模糊粗糙集模型[3,4]. 文献[5]研究了基于相似性的粗糙近似, 显然这两个概念彼此更加接近.

在实际应用中, 噪声是在所难免的. 与经典粗糙集相比, Ziarko[6]提出的变精度粗糙集(VPRS)模型通过引入一个阈值参数 β, 考虑不确定性关系和识别性强的概率规则. 此模型不仅继承了经典粗糙集模型的数学特性, 而且具有更强的抗干扰能力. 在VPRS中, 知识库中的知识是清晰的, 而被近似的概念是模糊的. 然而在现实中, 类别间的边界可能交

收稿日期: 2004-11-03; **修回日期**: 2005-04-20.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037); 江苏省自然科学基金重点项目(BK2003211).
作者简介: 菅利荣(1968—), 女, 内蒙集宁人, 副教授, 博士后, 从事数据挖掘与知识发现、预测与决策等研究;
刘思峰(1955—), 男, 河南平舆人, 教授, 博士生导师, 从事灰色系统理论、数量经济等研究.

迭, 也就是说, 知识库中的知识和被近似的概念都可能是模糊的 为了在这种情况下导出用于概率决策的规则, 本文提出一种可从模糊决策表中获取概率规则的扩展变精度粗糙集方法

2 理论基础

2 1 变精度粗糙集

与粗糙集类似, 不可分辨关系构成了VPRS 模型的数学基础 通过不可分辨关系可将论域划分为对象集的不可分辨对象块, 这些对象块用于构造现实世界或抽象世界中的知识 在这种情况下, 用于近似的关系是清晰的 当对象按VPRS 分类时, 需定义一个正确分类的阈值 β

根据VPRS 理论的基本思想, 给出如下定义:

定义1 设决策表 $S = (U, A, V, f)$, 其中: U 为论域对象空间, $A = C \cup D$, $x \in U$, $P \subseteq C$; $f: U \times A \to V$ 为信息函数, 输出类 $X \subseteq U$, I 为 U 上的等价关系, $I(x)$ 为包含对象 x 的等价类, 给定阈值 $0.5 < \beta \leq 1$, 则

$$\underline{\mathrm{apr}}_P^\beta(X) = \bigcup \left\{ x \in U \,\middle|\, \frac{|I(x) \cap X|}{|I(x)|} \geq \beta \right\}, \quad (1)$$

$$\overline{\mathrm{apr}}_P^\beta(X) = \bigcup \left\{ x \in U \,\middle|\, \frac{|I(x) \cap X|}{|I(x)|} > 1 - \beta \right\} \quad (2)$$

分别称为 X 的 β- 下近似和 X 的 β- 上近似

在式(1) 和(2) 中, $|\ |$ 表示集合包含的元素个数(集合的基). 集合 $X \subseteq U$ 的 β- 下近似由 U 中所有属于 X 且置信度不小于 β 的等价类并集组成, X 的 β- 上近似由 U 中所有属于 X 且置信度大于 $1 - \beta$ 的等价类并集组成 显然, VPRS 可以识别某种程度上的“属于”或“包含”, 推导出预测规则

2 2 模 糊 集

在实际应用中, 类别间的边界可能是交迭的, 因此不能确定输入模式 x 是否完全属于类 X. 在模糊集中, 模糊隶属函数 μ_{F_X} 为 $U \to [0, 1]$, 函数中的较大值表示元素隶属于给定集合的程度较大, 论域 U 上的模糊集合完全由其隶属函数决定 一般地, 模糊集合 F_X 可表示为

$$F_X = \{(x, \mu_{F_X}(x)): x \in U\}. \quad (3)$$

模糊隶属函数多为主观的, 不同的人对于相同的值可以指定不同的隶属函数

2 3 模糊等价关系

定义 2[7] 设 $F_S = (U, R)$ 为模糊近似空间, U 为非空论域, R 是 U 上的模糊关系, μ_R 是 R 的隶属函数, 若 R 同时满足以下 3 个性质:

1) 自反性: $\mu_R(x, x) = 1, \forall x \in U$;

2) 对称性: $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x), \forall x, y \in U$;

3) 传递性: $\forall x, y, z \in U, \forall \lambda \in [0, 1]$, 若 $\mu_R(x, y) \geq \lambda, \mu_R(y, z) \geq \lambda$, 则有 $\mu_R(x, z) \geq \lambda$

那么称 R 为 U 上的模糊等价关系

定理 1 $F_S = (U, R)$ 为模糊近似空间, 其中 R 表示 U 上的一个模糊等价关系 在 R 上应用 λ- 水平截集, 对于 $0 \leq \lambda \leq 1$, R 上的每一个 λ 都是一个普通的等价关系, 记为 R_λ

证明 1) 自反性 对于 $\forall x \in U, \forall y \in U$, 因为 $\mu_R(x, x) = 1$, 对于 $\forall \lambda \in [0, 1]$, 都有 $\mu_R(x, x) \geq \lambda$, 则 $\mu_{R_\lambda}(x, x) = 1$, 即 R_λ 具有自反性

2) 对称性 因为 $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$, 对于 $\forall \lambda \in [0, 1]$, 当 $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x) \geq \lambda$ 时, 有 $\mu_{R_\lambda}(x, y) = \mu_{R_\lambda}(y, x) = 1$; 当 $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x) < \lambda$ 时, 有 $\mu_{R_\lambda}(x, y) = \mu_{R_\lambda}(y, x) = 0$ 故对 $\forall \lambda \in [0, 1]$, 总有 $\mu_{R_\lambda}(x, y) = \mu_{R_\lambda}(y, x)$, 即 R_λ 具有对称性

3) 传递性 因为 R 具有传递性, 任取 $(x, y) \in R_\lambda$, $(y, z) \in R_\lambda$, 则 $R(x, y) \geq \lambda, R(y, z) \geq \lambda$ 于是对于 $\forall t \in U$, 有 $R(x, z) \geq R^2(x, z) = \vee (R(x, t) \wedge R(t, z)) \geq R(x, y) \wedge R(y, z) \geq \lambda$, 所以 $(x, z) \in R_\lambda$, 即 R_λ 具有传递性

综上所述, 对于 $\forall \lambda \in [0, 1]$, R_λ 是普通的等价关系 □

这些等价关系 R_λ 可将论域 U 划分为几个可能交迭的模糊等价类

3 模糊决策表中获取概率规则的扩展 VPRS 方法

3 1 基于模糊等价关系的模糊集

定义 3 设 $F_S = (U, R)$ 为模糊近似空间, 其中 U 为非空论域, R 为 U 上的模糊等价关系, R_λ 为 R 的 λ- 截集, $X \subseteq U$. 将基于模糊等价关系的模糊集合 F_X 定义为

$$F_X = \left\{ (x, \mu_{F_X}(x)): x \in U, \mu_{F_X}(x) = \frac{|(R_\lambda(x)) \cap X|}{|R_\lambda(x)|} \right\} \quad (4)$$

其中: $\mu_{F_X}(x)$ 为模糊集合 F_X 的隶属函数, 表示元素 x 属于模糊集合 F_X 的程度; $R_\lambda(x)$ 为包含元素 x 的模糊等价类; $|R_\lambda(x)|$ 为模糊等价类 $R_\lambda(x)$ 中所包含元素的隶属度之和

3 2 VPRS 的模糊扩展模型

对于模糊等价关系 R 中的每一个 λ- 截集, 可以应用VPRS 模型, 这样对于一个给定的子集 $X \subseteq U$, 可在 λ 水平的模糊等价关系上导出VPRS 的一对 β- 上近似和 β- 下近似, 其中每一个近似仍是一个模糊集

定义 4 $F_S = (U, A, V, f)$ 为模糊决策表, 其

中: U 为非空论域, $A = C \cup D$, $P \subseteq C$, R 是 U 上的模糊等价关系, R_λ 为 R 的 λ- 截集, $x \in U$, $X \subseteq U$, $0.5 < \beta \leq 1.0$. 则 X 的 β- 下近似和 X 的 β- 上近似分别为

$$\underline{R}_P^\beta(X) = \bigcup \sup\{x \in U: \mu_{F_X}(x) \geq \beta\}, \quad (5)$$

$$\overline{R}_P^\beta(X) = \bigcup \sup\{x \in U: \mu_{F_X}(x) > 1 - \beta\}. \quad (6)$$

当论域 U 中两个不同的子集有非空的交迭时, X 的下近似由隶属函数 $\mu_{F_X}(x)$ 大于等于 β 的上确界所在等价类的并集组成; X 的上近似由隶属函数 $\mu_{F_X}(x)$ 大于 $1 - \beta$ 的上确界所在等价类的并集组成. 在 R 为等价关系的情况下, 退化为VPRS 模型. 由于 $\beta > 1 - \beta$, 显然, 关键性质 $\underline{R}_P^\beta(X) \subseteq \overline{R}_P^\beta(X)$ 仍然成立.

定理 2　对于模糊近似空间 $F_S = (U, R)$ 中的任意一个子集 $X \subseteq U$, 有 $0 \leq \mu_{F_X}(x) \leq 1$.

证明　由 $\Phi \subseteq R_\lambda(x) \cap X \subseteq R_\lambda(x)$ 可以推出

$$0 \leq |R_\lambda(x) \cap X| / |R_\lambda(x)| \leq 1,$$

$$0 \leq \mu_{F_X}(x) \leq 1. \qquad \square$$

定理 3　对于模糊近似空间 $F_S = (U, R)$ 中的任意两个集合 $X \subseteq U$, $Y \subseteq U$, R 是 U 上的模糊等价关系, R_λ 为 R 的 λ- 截集, 则有:

1) $F_{X \cup Y} \supseteq F_X \cup F_Y$;

2) 若 $X \subseteq Y$ 或 $Y \subseteq X$, 则 $F_{X \cup Y} = F_X \cup F_Y$;

3) $F_{X \cap Y} \subseteq F_X \cap F_Y$;

4) 若 $X \subseteq Y$ 或 $Y \subseteq X$, 则 $F_{X \cap Y} = F_X \cap F_Y$.

证明　1) 对于 $\forall x \in U$, 有

$$\mu_{F_{X \cup Y}}(x) = \frac{|(R_\lambda(x) \cap X) \cup (R_\lambda(x) \cap Y)|}{|R_\lambda(x)|} \geq \frac{\max\{|R_\lambda(x) \cap X|, |R_\lambda(x) \cap Y|\}}{|R_\lambda(x)|} = \max\{\mu_{F_X}, \mu_{F_Y}\} = \mu_{F_X \cup F_Y},$$

所以 $F_{X \cup Y} \supseteq F_X \cup F_Y$.

2) 由 1) 中的证明可直接推出.

3)
$$\mu_{F_{X \cap Y}}(x) = \frac{|(R_\lambda(x) \cap X) \cap (R_\lambda(x) \cap Y)|}{|R_\lambda(x)|} \leq \frac{\min\{|R_\lambda(x) \cap X|, |R_\lambda(x) \cap Y|\}}{|R_\lambda(x)|} = \min\{\mu_{F_X}, \mu_{F_Y}\} = \mu_{F_X \cap F_Y},$$

所以 $F_{X \cap Y} \subseteq F_X \cap F_Y$.

4) 由 3) 中的证明可直接推出. $\square$

根据VPRS 模糊扩展模型的定义, 给定子集 $X \subseteq U$ 和 U 上的模糊等价关系 R, 对于置信阈值 $0.5 < \beta \leq 1$, 可将变 X 分为以下 4 类:

1) 若 $\underline{R}_P^\beta(X) \neq \Phi$, $\overline{R}_P^\beta(X) \neq U$, 则称 X 是部分可定义的;

2) 若 $\underline{R}_P^\beta(X) \neq \Phi$, $\overline{R}_P^\beta(X) = U$, 则称 X 是内部可定义的;

3) 若 $\underline{R}_P^\beta(X) = \Phi$, $\overline{R}_P^\beta(X) \neq U$, 则称 X 是外部可定义的;

4) 若 $\underline{R}_P^\beta(X) = \Phi$, $\overline{R}_P^\beta(X) = U$, 则称 X 是完全不可定义的.

这样的分类事实上是VPRS 研究分类的模糊推广.

3.3　概率规则获取

论域中所有模糊条件元素的集合称为 F_S 中的条件类, 由 F_{X_i} $(i = 1, 2, \cdots, k)$ 表示; 论域中所有决策元素的集合称为 S 中的决策类, 用 Y_j $(j = 1, \cdots, n)$ 表示, $F_{X_i} \cap Y_j = \varnothing$, 则

$$\text{rule: } \mathrm{CON}_C(F_{X_i}) \xrightarrow{\beta} \mathrm{DEC}_D(Y_j)$$

称为 (C, D) 的概率规则, 置信度为 β, 表示为 $\{r_{ij}\}$. 规则的语法如下:

$$\text{if } f(x, q_1) = r_{q1} \wedge f(x, q_2) = r_{q2} \wedge \cdots \wedge f(x, q_p) = r_{qp}$$
$$\text{then } x \in Y_j \text{ with } \beta$$

其中 $\{q_1, q_2, \cdots, q_p\} \subseteq C$, $(r_{q1}, r_{q2}, \cdots, r_{qp}) \in V_{q1} \times V_{q2} \times \cdots \times V_{qp}$, $j \in \{1, 2, \cdots, m\}$ 表示给定决策属性的某一类别.

3.4　输出类别模糊粗糙性的度量方法

模糊粗糙性在许多分类设计中影响着不确定性知识的管理, 本文借鉴模糊集的距离度量法和模糊熵, 给出了输出类别平均模糊粗糙性的两种定量化度量方法.

3.4.1　距离度量方法

$$D(F_X) = 2/n^{1/t}\Big[\sum_{x \in U} \left|\mu_{F_X}(x) - \mu_{\underline{F_X}}(x)\right|^t\Big]^{1/t}. \quad (7)$$

其中: n 为包含的对象数; $t = 1, 2, \cdots$ 是由决策者选择的自然数, 依赖于应用距离函数的类型. 在实际应用中, t 常取 1 或 2. 当 $t = 1$ 时, 为海明距离度量, 称为线性模糊度量法, 海明距离度量虽然简便易行, 但计算时需要求绝对值, 且精度有时欠佳; 当 $t = 2$ 时, 为欧几里得距离度量, 称为二次模糊指数度量法, 欧氏距离法是常用的度量方法; 当 $t \to \infty$ 时, 称为切比雪夫距离.

$\mu_{\underline{F_X}}(x)$ 是与 $\mu_{F_X}(x)$ 最接近且没有模糊粗糙性的隶属函数, 定义如下:

$$\mu_{\underline{F_X}}(x) = \begin{cases} 1, & \mu_{F_X} \geq 0.5; \\ 0, & \mu_{F_X} < 0.5. \end{cases} \quad (8)$$

由上述距离模糊度量方法可以得出, 判定一个

输入对象是否属于某一类别. 在没有模糊粗糙的情况下, 该集合的模糊粗糙度为 0; 若输入类别模糊粗糙性最大, 如对于 $\forall x \in U$ 为 0.5, 则相应输出类别的模糊粗糙度应为最大. 当输入模式的模糊粗糙隶属值接近 0 或 1 时, 输出类中关于模式归属的不确定性减小, 因此输出类别的模糊粗糙度也应减小.

3.4.2 熵度量法

将模糊熵定义为

$$H(F_X) = k\sum_{x\in U}[(-\mu_{F_X}(x))\ln(\mu_{F_X}(x)) - (1-\mu_{F_X}(x))\ln(1-\mu_{F_X}(x))]. \quad (9)$$

其中 $k = 1/n\ln 2$.

对于 $\forall x \in U$, 当 $\mu_{F_X}(x) = 1$ 或 0 时, 模糊熵最小, 此时的模糊熵 $H(F_X) = 0$, 即经典集合是不模糊粗糙的.

度量模糊粗糙性对于估计输出类别总的不确定性是非常重要的. 除以上给出的方法外, 关于模糊性的数量度量, 还有由矩阵定义的距离法、加权距离法、贴近度及其他形式的模糊熵等. 到目前为止, 还没有适合于所有实际问题并完全令人满意的模糊度量方法. 本文给出的方法旨在分析比较不同的模糊粗糙集, 并以多种不同度量方法的数量指标说明其模糊程度.

4 举例与分析

专家给定的两个属性的隶属函数如图 1 所示.

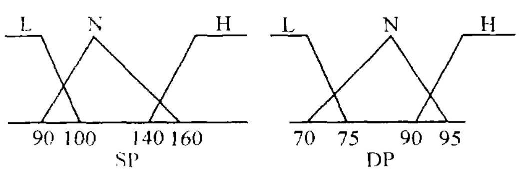

图 1 每个属性给定的隶属函数

由该隶属函数, 将每个对象的测量数据转换为隶属度, 如对象 n_1 的 SP 属性值 122 转换为隶属度 0.9/N, DP 属性值 80 转换为隶属度 0.9/N. 据此求得如表 1 所示的模糊决策表 $F_S = \{U, A, V, f\}$, 其中: $U = \{n_1, n_2, \cdots, n_7\}$ 表示 7 个模糊对象组成的数据集, $C = \{SP, DP\}$ 为由两个模糊条件属性组成的条件属性集, $D = \{BP\}$ 为由一个决策属性组成的决策属性集.

表 1 模糊决策表

U	条件属性 C		决策属性 D
	SP	DP	BP
n_1	0.9/N	0.9/N	N
n_2	0.1/N + 0.75/H	0.4/N	H
n_3	0.85/N	0.3/N + 0.4/H	N
n_4	1/L	1/L	L
n_5	1/H	0.16/N + 0.6/H	H
n_6	0.4/N	1/H	H
n_7	0.5/L + 0.1/N	0.4/N	L

由决策属性 BP 形成的等价类为 $U/D = \{X_N, X_H, X_L\}$, 其中: $X_N = \{n_1, n_3\}$, $X_H = \{n_2, n_5, n_6\}$, $X_L = \{n_4, n_7\}$.

在模糊条件属性间的模糊等价关系 R 上应用 λ-截集, 由模糊条件属性 SP 和 DP 形成的模糊等价类为

$$U/C = \{(\{n_1, n_2, n_3, n_7\}, 0.1), (\{n_2, n_5\}, 0.75), (\{n_4, n_7\}, 0.5), (\{n_3, n_5, n_6\}, 0.4), (\{n_1, n_2, n_3, n_7\}, 0.3)\}.$$

利用模糊等价类, 根据 3.1 节和 3.2 节中的定义, 对每个决策类求隶属函数 $\sup\{x \in U: \mu_{F_X}(x)\}$, 如对决策类 X_N, 可求得

$$\sup\{|(R_\lambda(x)) \cap X| / |R_\lambda(x)|\} = \sup\left\{\frac{|\{n_1, n_2, n_3, n_7\} \cap \{n_1, n_3\}|}{|\{n_1, n_2, n_3, n_7\}|}\right\} = \sup\left\{\frac{0.9 + 0.85}{0.9 + 0.1 + 0.85 + 0.1}, \frac{0.9 + 0.3}{0.9 + 0.4 + 0.3 + 0.4}\right\} = 0.897.$$

类似地可以求出对于其他决策类的 $\sup\{x \in U: \mu_{F_X}(x)\}$. 令置信水平 $\beta = 0.85$, 分别求得子集 X_N、X_H 及 X_L 的 β-下近似、β-上近似、线性模糊度、二次模糊指数及模糊熵, 如表 2 所示.

由表 2 可以看出, X_N 中知识的不确定性最大, X_H 中知识的不确定性次之, X_L 中知识的不确定性最小. 由表 2 中的 β-下近似生成的最少概率决策规

表 2 决策类的近似及模糊粗糙度量

决策类	β-下近似	β-上近似	线性模糊度	二次模糊指数	模糊熵
X_N	$\{(\{n_1, n_2, n_3, n_7\}, 0.1)\}$	$\{(\{n_1, n_2, n_3, n_7\}, 0.1)\}$	0.29	0.30	0.58
X_H	$\{(\{n_2, n_5\}, 0.75)\}$	$\{(\{n_2, n_5\}, 0.75), (\{n_3, n_5, n_6\}, 0.4)\}$	0.23	0.27	0.48
X_L	$\{(n_4, n_7), 0.5\}$	$\{(n_4, n_7), 0.5\}$	0.10	0.10	0.29

表 3 最小概率决策规则集

规 则	置信度
$SP = N \wedge DP = N \xrightarrow{89.7\%} BP = N$	89.7%
$SP = H \xrightarrow{100\%} BP = H$	100%
$SP = L \xrightarrow{100\%} BP = L$	100%

则集如表 3 所示.

为给定决策表寻找所有约简的问题是一个NP完全问题, 需要考虑 $\Phi \subset P \subseteq C$ 的所有 $2^{|P|}$ 个子集, 它的时间复杂性是指数级的. 实际中常用的方法有快速约简方法、遗传算法、集合理论方法、动态约简及相容性约简等[8, 9]. 如何设计适用于本文提出方法的高效率算法有待进一步研究.

5 结 论

变精度粗糙集基于不可分辨关系, 即用于近似的关系是清晰的. 然而在现实世界中, 类别间的非空边界可能是粗糙的和模糊的, 为了处理这种情况, 本文将模糊等价关系通过 λ-截集转化为等价关系. 在此基础上, 提出了变精度粗糙集的模糊扩展模型, 从而整合了变精度粗糙集与模糊集, 拓展了变精度粗糙集的概念, 进一步泛化了变精度粗糙集方法的功能, 并研究了其中的一些性质. 由于每一个输出类别与相应的模糊粗糙量相关联, 给出了两种模糊度量方法. 研究结果表明, 本文提出的方法可从模糊、不完备且有噪声的数据库中获取用于指导实践的概率决策知识.

参考文献(References)

[1] Zhai L Y, Khoo L P, Fok S C. Feature Extraction Using Rough Set Theory and Genetic Algorithms —An Application for the Simplification of Product Quality Evaluation[J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2002, 43(4): 661-676.

[2] Ananthanarayana V S, Murty M N, Subramanian D K. Tree Structure for Efficient Data Mining Using Rough Sets[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, 24: 851-862.

[3] Shen Q, Chouchoulas A. A Rough-fuzzy Approach for Generating Classification Rules [J]. *Pattern Recognition*, 2002, 35(11): 2425-2438.

[4] Wu W Z, Mi J S, Zhang W X. Generalized Fuzzy Rough Sets[J]. *Information Sciences*, 2003, 151(1): 263-282.

[5] Slowinski R, Vanderpooten D. A Generalized Definition of Rough Approximations Based on Similarity [J]. *IEEE Trans on Data and Knowledge Engineering*, 2000, 12(2): 331-336.

[6] Ziarko W. Variable Precision Rough Set Model[J]. *J of Computer and System Sciences*, 1993, 46(1): 39-59.

[7] 宋晓秋. *模糊数学原理与方法*[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1999, 44-50.
(Song X Q. *The Theory and Methodology of Fuzzy Mathematics* [M]. Xuzhou: Chinese Kuangye University Press, 1999: 44-55.)

[8] Wroblewski J. Genetic Algorithm in Decomposition and Classification Problems[A]. *Rough Sets in Knowledge Discovery 2: Applications, Case Studies and Software Systems*[C]. Heidelberg: Physica-Verlag, 1998: 472-492.

[9] Bazan J G. A Comparison of Dynamic and Non-dynamic Rough Set Methods for Extracting Laws From Decision Tables[A]. *Rough Sets in Knowledge Discovery 2: Applications, Case Studies and Software Systems*[C]. Heidelberg: Physica-Verlag, 1998: 396-421.

(上接第1290 页)

[6] 谭德庆, 胡培. 关于产量策略双寡头多维博弈模型及其分析[J]. *管理工程学报*, 2004, 18(1): 123-125.
(Tan D Q, Hu P. Model of Multidimensional Game between Two Oligarchs and Its Analysis on Output Strategies[J]. *J of Management Engineering*, 2004, 18(1): 123-125.)

[7] Ireland R D, Hitt M A, Vaidyanath D. Alliance Management as a Source of Competitive Advantage[J]. *J of Management*, 2002, 28(3): 413-446.

[8] Das T K, Teng B S. A Resource-based Theory of Strategic Alliances[J]. *J of Management*, 2000, 26(1): 31-61.

[9] 吴海滨, 李垣, 谢恩. 基于博弈观点的促进联盟合作机制设置[J]. *系统工程理论与方法应用*, 2004, 13(1): 1-5.
(Wu H B, Li Y, Xie E. An Analysis about Cooperation Promotion Mechanism in Strategic Alliance[J]. *Systems Engineering-theory Methodology Applications*, 2004, 13(1): 1-5.)

[10] 郭伏, 李森, 赵希男, 等. 价格竞争模型与竞争策略[J]. *东北大学学报*, 2001, 22(2): 172-174.
(Guo F, Li S, Zhao X N, et al. Price Competition Model and Competition Strategy[J]. *J of Northeastern University*, 2001, 22(2): 172-174.)