

文章编号: 1001-0920(2005)11-1300-04

实数编码混沌量子遗传算法

陈辉, 张家树, 张超

(西南交通大学 计算机学院, 成都 610031)

摘要: 基于量子位的混沌特性和相干特性, 提出一种实数编码混沌量子遗传算法(RCQGA)。该算法在解空间内将实数染色体通过反向变换映射到量子位, 采用量子位概率指导的实数交叉与混沌变异相结合的方法对实数染色体进行演化搜索。实验结果表明, RCQGA 不仅可以有效避免二进制编码QGA早熟收敛的缺点, 而且可以减少寻优的计算复杂度, 具有收敛速度快、稳定性好、寻优能力强、精度提高容易等优点, 适用于工程应用中的复杂函数优化问题。

关键词: 混沌; 遗传算法; 量子遗传算法; 实数编码量子遗传算法

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Real-coded Chaotic Quantum - inspired Genetic Algorithm

CHEN Hui, ZHANG Jia-shu, ZHANG Chao

(College of Computer, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China Correspondent: CHEN Hui, Email: cx-swjtu@sohu.com)

Abstract: This paper proposed a real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm (RCQGA) based on the chaotic and coherent characters of Q-bits. In this algorithm, real chromosomes are inversely mapped to Q-bits in the solution space. Q-bits probability guided real cross and chaos mutation are used to real chromosomes evolution and searching. Simulation shows that the proposed RCQGA not only avoids the shortcoming of binary system coding based QGA prematurity but it also reduces the optimizing complexity with faster convergence speed, more stability, more powerful optimizing ability.

Key words: Chaos; Genetic algorithm; Quantum-inspired genetic algorithm; Real-coded chaotic quantum-inspired genetic algorithm

1 引言

遗传算法(GA)是一种启发式反演方法, 已广泛应用于参数估计、模式识别、机器学习、神经网络、工业控制等领域^[1-3]。对于非线性系统优化问题的求解, 传统GA存在许多缺陷, 如计算存储量大, 无法保证收敛到全局最优解, 群体中最好染色体的丢失和进化过程的过早收敛等^[3-6]。为解决这些问题, Narayanan等提出了量子遗传算法(QGA), 该算法使用量子位编码与二进编码相结合以及量子门进行种群更新, 有效地解决了GA中存在的过早收敛和染色体丢失问题^[5]。但QGA的旋转角查找计算复杂度较高, 对于多参数复杂函数优化容易早熟收敛^[7]。

文献[5]提出新的量子遗传算法(NQGA), 采用自适应搜索网格策略并根据代数调整变异角幅度, 加快了收敛速度, 但仍无法较好地处理多参数复杂优化问题和组合优化问题。上述方法都是基于查找表指导的旋转门种群更新, 查找计算量大, 非常耗时, 不便于工程实际应用。

现有的QGA均采用量子位编码观察的方式得到二进编码, 不适合多参数优化和高精度计算的要求。本文提出一种实数编码混沌量子遗传算法, 该算法充分利用量子位概率的混沌特性、量子态干涉特性和实数编码的优点, 将需要的结果以概率形式增强, 不需要的结果减弱, 使得实数染色体朝着全局最

收稿日期: 2004-11-08; 修回日期: 2005-03-14

基金项目: 国家部级基金项目(51430804QT2201); 四川省青年基金项目(0326ZQ026-033)。

作者简介: 陈辉(1979—), 男, 河南漯河人, 硕士生, 从事智能计算、图像处理的研究; 张家树(1965—), 男, 四川西充人, 教授, 博士生导师, 从事通信理论与信号处理、智能系统及其安全技术等研究。

优的方向演化与 QGA 的二进制量子位编码方法不同的是, RCQGA 能够省去繁琐的编码解码过程, 求解精度不受编码位影响, 能快速收敛到全局最优, 且 RCQGA 使用量子位概率的混沌特性进行交叉和变异, 保证了进化的方向性和种群的多样性。引入的小生境协同进化策略使得该算法能更好地处理多变量多峰函数的优化问题, 仿真实验结果证实了该算法的有效性。

2 量子遗传算法

基于量子位概率特性的 QGA 是一种新的遗传算法^[3]。与传统的 GA 相同, QGA 量子位概率幅度通过比较法得到二进制位, 从而计算适应值^[3]。QGA 使用最优染色体和当前染色体的量子位概率幅度、二进制位和适应值进行旋转角的查找确定, 保证了进化方向的指导性。

m 量子染色体概率幅度表示为

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \beta_1 & \beta_2 & \dots & \beta_n \end{bmatrix}, \quad (1)$$

常用的量子旋转门为

$$U(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta) & -\sin(\Delta\theta) \\ \sin(\Delta\theta) & \cos(\Delta\theta) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

QGA 采用式 (1) 所示的量子位染色体表示种群, 并能同时表示任意的叠加态。与传统 GA 采用交叉、变异等遗传操作来保持种群的多样性相比, QGA 采用量子门作用于量子位概率幅度来保持种群的多样性, 因此量子门更新的方式是 QGA 的关键。

目前, 不少学者的研究工作都是基于量子位与二进制协同编码^[1-6], 而量子位二进制协同编码是解决现有计算机无法处理量子信息的权宜策略。已有的研究表明, 量子位二进制协同编码方法虽可有效保证种群的多样性和进化的方向性^[6], 但其编码复杂, 计算精度受编码位的限制, 并不适合高维多极值函数的优化。

3 实数编码混沌量子遗传算法

鉴于 QGA 存在的缺点, 国内外学者提出了多种改进方法^[1-6]。其中, 采用混沌门的方法虽能有效减少计算量, 但计算精度仍受量子位二进制协同编码方式的编码位限制, 旋转角更新受单一量子位概率的影响, 指导性不强^[6]。为此, 本文提出了基于实数编码混沌量子遗传算法, 用于解决高维多极值函数的优化问题。

3.1 实数染色体的表达

常见的量子遗传算法编码方式有二进制、gray 码和实数编码, 其中二进制编码以其简单直观而最常用^[1-6]。

本文提出的 RCQGA 算法首次采用实数作为染色体进行实数演化的遗传算法。与其他编码方式的 QGA 不同, RCQGA 采用一个量子位而不是多个量子位来表达一个染色体信息, 演化中采用混沌变异和量子位概率交叉的方法, 充分利用了量子位的相干特性和混沌特性。

在解区间内随机产生均匀分布的实数序列作为初始种群, 对于某一实数染色体为 a , 寻优区间为 (b, c) , 其中 $b < a < c$, 该染色体对应相角为 ω , 则有

$$\omega = \arcsin\left[\frac{a-b}{c-b}\right]. \quad (3)$$

于是, 每一个染色体信息可在相空间和实数空间同时表达。

3.2 实数交叉与混沌变异

设某代保留的最优个体和其相角分别为 $B(t)$ 和 $\theta(t)$, 该代的种群为 $\{P_1(t), P_2(t), \dots, P_n(t)\}$, 对应相角为 $\{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots, \theta_n(t)\}$ 。采用概率交叉的方式得到下一代。

$$\Delta\theta(t) = \theta_i(t) - \theta(t), \quad 1 \leq i \leq n, \quad (4)$$

$$P_i(t+1) = B(t) \cos^2(\Delta\theta) + P_i(t) \sin^2(\Delta\theta). \quad (5)$$

本文使用混沌序列 C 对当前代中所有的实数染色体所对应的相角 θ 进行限幅扰动。实验可知使用任何形式产生的混沌序列的优化性能是等价的, 这里使用下式描述的 Logist 映射得到混沌序列 C , 即

$$y(t+1) = 4y(t)(1-y(t)). \quad (6)$$

其中 $0 < y(1) < 1$ 且 $y(1) \neq 0.5$ 。

幅度按照适应值的大小进行自调整。假设求函数全局最小, 则序列扰动 θ 的幅度为

$$\lambda = e^{\frac{b-f(x_p)}{b}}. \quad (7)$$

于是可得到对应的 $\Delta\theta$ 为

$$\Delta\theta = \lambda C(i). \quad (8)$$

这样, 使用式 (2) 的旋转门便可实现种群个体的变异。

3.3 小生境协同进化策略

小生境协同进化策略因其能够有效解决多峰优化问题而广泛应用于优化算法^[7]。本文引入基于概率划分的小生境协同进化策略, 其核心是将量子位概率空间分为 N_{iche} 个, 形成 N_{iche} 个子种群。初始化过程按式 (9) 对概率空间进行平分, 将每个子种群初始化为相同概率的量子染色体。算法在每个子种群内部进行量子门更新演化, 当满足全局迁移条件时, 将该子种群的最优个体保留到全局最优; 当不满足全局迁移条件时, 使用全局最优的指导性对子群体中的个体进行量子门更新。小生境策略按进化阶

段描述如下:

1) 初始化

假设小生境有 N_{iche} 个子种群, 0, 1 极限概率为 δ 初始化时将概率空间进行平分, 子种群染色体的概率在各自的范围内按平均分布进行初始化, 即

$$\begin{bmatrix} \alpha_k \\ \beta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{k/N_{iche} + \delta} \\ \sqrt{1 - (k/N_{iche} + \delta)} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

2) 协同进化

每代运行中, 每个小的种群在内部演化 如果最优值优于全局最优, 则将该个体及其信息保存到全局最优 b , 否则在子种群内部演化

3.4 实数编码量子遗传算法

根据量子位的混沌特性并结合实数编码的特点, 本文提出采用实数编码并具有随机变异的量子位概率交叉的量子遗传算法 RCQGA 算法具体过程如下:

Step 1: 初始化: 确定种群大小 n , 种群数量 N_{iche} , 最大代数 Gen_{max} , 极限概率 δ 和收敛判决法则 在每个子解空间内, 使用随机均匀分布函数得到 n 个实数染色体 $P(t)$ 和整个初始种群, 使用式(3) 求出每个染色体对应的相角 ω

Step 2: 用适应度函数对种群中所有个体进行适应值评价, 在每个子种群内部进行最优个体迁移保存

Step 3: 保留最优个体与对应的角度 ω 判断是否满足终止条件 若满足则算法终止, 符合全局最优条件的保留为全局最优, 否则执行 Step 4

Step 4: 在子种群内部使用式(4) 和(5) 进行种群交叉产生新一代种群 $P(t+1)$, 对适应度差的个体使用式(8) 和(2) 进行变异

Step 5: 进化代数增加 1, 算法转到 Step 2, 直到算法结束

3.5 RCQGA 计算复杂性分析

RCQGA 所使用的量子门更新角度的方法是通过一次加法和一次乘方运算得到的, 而 QGA 和 NQGA 则通过查表的方法得到, 且每次查表有 3~5 次比较操作 计算机处理加法和乘方的速度快于比较操作, 所以 RCQGA 比传统的基于查表来更新旋转角度的 QGA 具有更高的时间效率

如前所述, RCQGA 算法比传统的 GA 算法在保持种群多样性和收敛性能上有较好的表现, 但传统 GA 仅使用交叉和变异操作, 不需要映射变换和角度更新计算, 具有较高的时间运行效率

4 实验结果

为了验证本文提出的 RCQGA 算法对复杂函

数的有效性, 选择变量数为 10~50 个复杂函数进行测试 对每个数值优化函数取相同的参数, 最大迭代次数 $Gen_{max} = 1000$, 种群数 $n = 50$, 种群数量 $N_{iche} = 10$, 极限概率 $\delta = 0.01$ 对于二进制编码 QGA, 编码位 $m = 18$, 达到最大代数时运行结束 当优化结果与全局最优值之差小于 0.001 时优化成功, 否则优化失败

本文采用的测试函数如下:

$$\min F_1 = \sum_{i=1}^N x_i^2 \quad (10)$$

其中: $-100 \leq x_i \leq 100, N = 10$ 全局最小在 $x = (0, 0, \dots, 0)$ 处为 0

$$\min F_2 = 10N + \sum_{i=1}^N (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i)). \quad (11)$$

其中: $-5.12 \leq x_i \leq 5.12, N = 20$ 全局最小在 $x = (0, 0, \dots, 0)$ 处为 0

$$\min F_3 = 418.9829N - \sum_{i=1}^N x_i \sin(\sqrt{|x_i|}). \quad (12)$$

其中: $-500 \leq x_i \leq 500, N = 30$ 全局最小在 $x = (-420.9687, -420.9687, \dots, -420.9687)$ 处为 0

$$\min F_4 = \sum_{i=1}^{N-1} (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2). \quad (13)$$

其中: $-30 \leq x_i \leq 30, N = 50$ 全局最小在 $x = (1, 1, \dots, 1)$ 处为 0

3 种算法分别对 4 个函数运行 50 次取平均运算, 结果如表 1 所示

表1 复杂函数优化测试结果

函数	算法	成功率/%	最佳值	平均时间/s
F_1	QGA	0	89.3	907.1
	NQGA	0	36.56	865.6
	RCQGA	100	0.000038	189.6
F_2	QGA	0	33.58	1869.3
	NQGA	0	8.36	1683.5
	RCQGA	100	0.000025	453.2
F_3	QGA	0	25.3	2312.6
	NQGA	0	9.68	1986.4
	RCQGA	100	0.000062	878.3
F_4	QGA	0	56.87	3245.4
	NQGA	0	13.26	2866.7
	RCQGA	100	0.000087	1468.2

由表 1 可以看出, RCQGA 能够解决 QGA 和 NQGA 无法解决的高维多极值的优化问题 为进一

步说明 RCQGA 良好的寻优能力, 对函数 F_1 分别使用 QGA, NQGA 和 RCQGA 进行测试, 收敛性曲线如图 1 所示

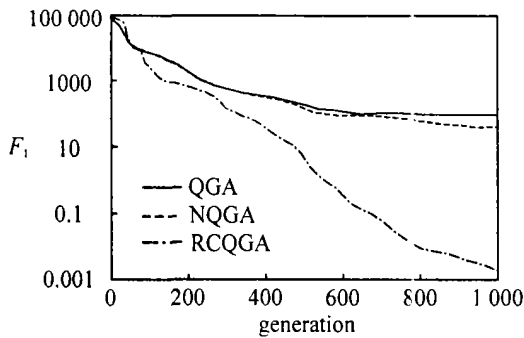


图 1 对函数 F_1 测试的收敛性曲线

由图 1 可以看出, RCQGA 具有比 QGA 和 NQGA 更优越的寻优能力 与传统的 GA, QGA 和 NQGA 相比, RCQGA 可以较好地解决高维多极值优化问题, 具有收敛性能好等优点 但与传统的 QGA 相比, 该算法处理高维多极值问题时具有较高的时间复杂度, 运行相同的代数所需要的时间大于传统的 GA 算法

5 结 论

本文提出的实数编码混沌量子遗传算法适用于高维多极值优化问题 与传统的 QGA 算法相比, 该算法具有编码方便, 运行时间短, 收敛速度快, 全局寻优能力强等优点, 适用于复杂函数优化问题

参考文献 (References)

- [1] Srinivas M, Patnaik L M. Genetic Algorithms: A Survey [J]. *Computer*, 1994, 27(6): 17-26
- [2] Bennett C H, Shor P. Quantum Information Theory [J]. *IEEE Trans on Information Theory*, 1998, 44(6): 2724-2742
- [3] Narayanan A, Moore M. Quantum-inspired Genetic Algorithms [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Evolutionary Computation* [C]. Nagoya: IEEE Press, 1996: 61-66
- [4] Yang S Y, Jiao L C. The Quantum Evolutionary Programming [A]. *15th Int Conf on Computational Intelligence and Multimedia Applications* [C]. IEEE Press, 2003: 362-367.
- [5] Zhang G X, Gu Y J, Hu L Z, et al. A Novel Genetic Algorithm and Its Application to Digital Filter Design [A]. *Proc on IEEE Intelligent Transportation Systems* [C]. IEEE Press, 2003, 2: 1600-1605
- [6] Chen H, Zhang J S. Chaos Updating Rotated Gates Quantum-inspired Genetic Algorithm [A]. *IEEE Proc on Communications, Circuits and Systems* [C]. Chengdu: UESTC Press, 2004: 1108-1112
- [7] 商允伟, 裘聿皇. 适应值共享对遗传算法选择概率的影响分析[J]. *控制与决策*, 2003, 18(6): 708-711. (Shang Y W, Qiu Y H. Influence of Fitness Sharing on the Selection Probability of Genetic Algorithm [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 708-711.)

(上接第 1299 页)

- [3] Ren D. Failure Detection of Dynamical Systems with the State Chi-square Test [J]. *J of Guidance, Control and Dynamics*, 1994, 17(2): 271-277.
- [4] Ren D, Lin C F. Failure Diagnosis Using the State Chi-square Test and the ARTMAP Neural Networks [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Washington: Seattle, 1995: 3279-3283
- [5] 张崇猛, 庄良杰, 陈超英, 等. 一种容错联邦滤波算法在 NS/GPS/Doppler 组合导航系统中的应用 [J]. *中国惯性技术学报*, 1999, 7(4): 1-5. (Zhang CM, Zhuang L J, Chen C Y, et al. Application of a Fault-tolerant Federated Filter Algorithm in NS/GPS/Doppler Integrated Navigation System [J]. *J of Chinese Inertial Technology*, 1999, 7(4): 1-5.)
- [6] 陶俊勇, 陶利民, 杨定新. 组合导航系统故障检测技术研究 [J]. *国防科技大学学报*, 2001, 23(1): 31-35. (Tao J Y, Tao L M, Yang D X. New Fault Detection

- Method for the Integrated Navigation System [J]. *J of National University of Defense Technology*, 2001, 23(1): 31-35.)
- [7] 刘淮, 陈哲. 基于联邦滤波器的新型故障检测结构及算法 [J]. *北京航空航天大学学报*, 2002, 28(5): 550-554. (Liu Z, Chen Z. New Fault Detection Structure and Algorithm Based on Federated Filter [J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2002, 28(5): 550-554.)
- [8] 刘承香, 孙枫, 曹洁. SNS/GPS/DVL 组合导航系统的容错研究 [J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2003, 24(2): 157-159. (Liu C X, Sun F, Cao J. Fault Tolerant Design of SNS/DVL Integrated Navigation System [J]. *J of Harbin Engineering University*, 2003, 24(2): 157-159.)