文章编号: 1001-0920(2005)12-1370-04

马尔可夫切换系统的鲁棒 H ∞控制

孙敏慧, 邹 云, 徐胜元
(南京理工大学 自动化系, 南京 210094)

摘 要: 针对不确定马尔可夫切换系统, 研究其鲁棒 H_∞控制问题 设计无记忆状态反馈控制器, 使得对所有容许的不确定性, 闭环系统均方渐近稳定并满足给定的 H_∞性能指标 同时以线性矩阵不等式形式给出该问题可解的一个充分条件 仿真算例说明了该方法的有效性

关键词: H_∞控制; 线性矩阵不等式; 马尔可夫过程; 鲁棒稳定; 随机系统
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Robust H∞ Control for Markov Jump Linear Systems

SUN Min-hui, ZOU Yun, XU Sheng-yuan
(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China. Correspondent: SUN Min-hui, E-mail: sunny-mh@163.com)

Abstract: The problem of robust H_∞ control for uncertain stochastic systems with Morkovian jump parameters is discussed. A memoryless state feedback controller is designed to make the closed-loop system asymptotically mean-square stable for all admissible uncertainties, and at the same time, a prescribed H_∞ performance is required to be achieved. In terms of linear matrix inequalities, sufficient conditions for the solvability of this problem are proposed. The expressions of desired state feedback controllers are also given. Finally, a numerical example shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: H_∞ control; LMI; Markov process; Robust statlity; Stochastic systems

1 引 言

在工业过程中, 许多实际系统都会因内部部件的故障、维修、受到突发性环境扰动、子系统之间关联发生改变等原因而发生结构上的改变 1961 年, Krasovskii 和 Lidskii[1] 第一次引入线性切换模型, 用连续时间的马尔可夫链来描述这种不同模型结构之间的切换 40 多年来, 该类系统受到广泛关注, 大批研究成果不断涌现[2~4]. 在稳定性及鲁棒稳定性分析等方面, 文献[4] 讨论了该类系统的鲁棒性问题, 证明该问题可转化为一线性矩阵不等式(LMI) 可解性问题 文献[3] 给出了 H_∞ 动态输出反馈控制器的设计方法

另一方面, 很多一般线性系统中的重要结果已被推广到随机系统中[5~7]. 对于带有马尔可夫跳跃参数的随机系统, 文献[5] 得到了一般多模态随机系统的 k 阶矩指数稳定性定理 另外, 文献[8] 在假定没有布朗运动时标称系统是稳定的条件下, 得到了随机系统均方指数可镇定的充分条件 然而, 在实际情况中这种假设往往是不成立的, 而且判别条件不易验证 目前, 文献中鲜见对该类系统 H_∞ 性能的讨论 本文将以LMI形式给出这种随机切换系统鲁棒稳定的充分条件, 并讨论其鲁棒 H_∞ 控制问题 同时设计了状态反馈控制器, 使对所有容许的不确定性, 闭环系统不仅鲁棒稳定, 且能将干扰抑制到一定的水平. 所给方法简单, 可操作性强

2 问题的提出

考虑如下形式的随机模型(Σ):

$$dx(t) = [(A(r(t)) + \Delta A(r(t)), a(t))]x(t)dt +$$

收稿日期: 2004-12-10; **修回日期**: 2005-04-06.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474078, 60304001); 全国博士学位论文作者专项资金项目(200240).
作者简介: 孙敏慧(1980-), 女, 山东平度人, 博士生, 从事随机系统、鲁棒控制等研究; 邹云(1962-), 男, 江苏宜兴人, 教授, 博士生导师, 从事非线性系统、奇异系统等研究

$$[B(r(t)) + \Delta B(r(t)), b(t))]u(t)\mathrm{d}t + B_v(r(t))v(t)\mathrm{d}t + G(r(t))x(t)\mathrm{d}w(t), \tag{1}$$

$$z(t) = C(r(t))x(t) + D(r(t))u(t), \tag{2}$$

$$x(0) = x_0, r(0) = r_0. \tag{3}$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$ 为系统状态, $u(t) \in \mathbf{R}^m$ 为控制输入, $v(t) \in \mathbf{R}^p$ 为干扰输入信号, $z(t) \in \mathbf{R}^q$ 为受控输出, $w(t)$ 为一维标准布朗运动, 且满足 $\mathrm{E}\{\mathrm{d}w(t)\} = 0$ 和 $\mathrm{E}\{\mathrm{d}w(t)^2\} = \mathrm{d}t$. 参数 $r(t)$ 为在有限集合 $S = \{1, 2, \cdots, N\}$ 中取值的连续时间马尔可夫过程, 并且

$$P\{r(t+h) = j | r(t) = i\} = \begin{cases} \lambda_{ij}h + o(h), i \neq j; \\ 1 + \lambda_{ij}h + o(h), i = j. \end{cases} \tag{4}$$

式中 λ_{ij} 为从模态 i 切换到模态 j 的转移率, 并满足以下两个条件:

$$\lambda_{ij} \geq 0, \tag{5}$$

$$\lambda_{ii} = -\sum_{j\in S, i\neq j} \lambda_{ij}. \tag{6}$$

假设 1　对每一个 $r(i) = i \in S$ 都存在常矩阵 $H_{1i}, H_{2i} \in \mathbf{R}^{n\times p}$, $E_{1i} \in \mathbf{R}^{r\times n}$, $E_{2i} \in \mathbf{R}^{r\times m}$ 使得

$$\Delta A(i, t) = H_{1i}F_{1i}(t)E_{1i}, \tag{7}$$

$$\Delta B(i, t) = H_{2i}F_{2i}(t)E_{2i} \tag{8}$$

成立, 其中 $F_{1i}(a(t)), F_{2i}(a(t)) \in \mathbf{R}^{p\times r}$ 为未知矩阵且满足

$$\begin{cases} F_{1i}^{\mathrm{T}}(t)F_{1i}(t) \leq I_r, \\ F_{2i}^{\mathrm{T}}(t)F_{2i}(t) \leq I_r, \end{cases} \forall i \in S, t \geq 0. \tag{9}$$

则称满足条件(7～9) 的不确定性 $\Delta A(i, t)$, $\Delta B(i, t)$ 是容许的.

定义 1[9]　当 $u(t) = 0$, $v(t) = 0$ 时, 称(Σ) 的标称系统为均方渐近稳定的, 如果对任意初始值 $x_0 = \in \mathbf{R}^n$ 及 $r_0 \in S$, 均有

$$\lim_{t\to\infty} \mathrm{E}|x(t, x_0, r_0)|^2 = 0. \tag{10}$$

其中 $x(t, x_0, r_0)$ 表示在初始状态为 x_0, 初始模态为 r_0 时系统在 t 时刻的状态解. 如果当 $u(t) = 0$, $v(t) = 0$ 时(Σ) 对于所有容许的不确定性都是均方渐近稳定的, 则称系统(Σ) 是鲁棒渐近稳定的, 简称鲁棒稳定. 其中 $|\cdot|$ 表示向量的欧氏 2-范数, $\mathrm{E}(\cdot)$ 为数学期望.

定义 2　给定标量 $\gamma > 0$, 称(Σ) 是鲁棒可镇定且具 H_∞ 范数界, 如果(Σ) 的闭环系统满足:

1) 鲁棒稳定;

2) 对于所有容许的不确定性都有

$$\| z(t) \|_{E_2} < \gamma \| v(t) \|, \tag{11}$$

这里假定 $x_0 = 0$, $v(t)$ 为 $L_2[0, \infty)$ 上非零向量. 其中: $\|\cdot\|$ 表示 L_2 范数,

$$\| z(t) \|_{E_2} = \left(\mathrm{E}\left\{\int |z(t)|^2 \mathrm{d}t\right\}\right)^{1/2}.$$

本文主要研究带有马尔可夫跳跃参数的不确定随机系统的鲁棒 H_∞ 控制问题, 即设计无记忆的反馈控制器, 使闭环鲁棒稳定且具 H_∞ 范数界.

3　鲁棒随机镇定

下面给出随机切换系统(Σ) 鲁棒镇定的充分条件以及相应状态反馈控制器的设计方法. 在得到主要结果之前先给出一个引理:

引理 1[7]　令 A, D, G, W 和 F 为适维实矩阵, 并且 $W > 0$, $F^{\mathrm{T}}F \leq I$, 则

1) 对任意 $\epsilon > 0$ 以及向量 $x, y \in R^n$,

$$2x^{\mathrm{T}}DFGy \leq \epsilon^{-1}x^{\mathrm{T}}DD^{\mathrm{T}}x + \epsilon y^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}Gy;$$

2) 对 $\epsilon > 0$, 若 $W - \epsilon DD^{\mathrm{T}} > 0$, 则

$$(A + DFG)^{\mathrm{T}}W^{-1}(A + DFG) \leq A^{\mathrm{T}}(W - \epsilon DD^{\mathrm{T}})^{-1}A + \epsilon^{-1}G^{\mathrm{T}}G.$$

定理 1　令 $v(t) = 0$, 如果对任意 $i \in S$, 存在常数 $\rho_i > 0$, $\delta_i > 0$, 矩阵 $X_i > 0$ 及矩阵 Y_i 使如下 LMIs 成立:

$$\begin{bmatrix} \Omega_i & X_iE_{1i}^{\mathrm{T}} & Y_iE_{2i}^{\mathrm{T}} & X_iG_i^{\mathrm{T}} & Z(X_i) \\ E_{1i}X_i & -\rho_iI & 0 & 0 & 0 \\ E_{2i}Y_i & 0 & -\delta_iI & 0 & 0 \\ G_iX_i & 0 & 0 & -X_i & 0 \\ Z(X_i) & 0 & 0 & 0 & -Z_0(X_i) \end{bmatrix} < 0, \tag{12}$$

其中

$$\Omega_i = A_iX_i + B_iY_i + (A_iX_i + B_iY_i)^{\mathrm{T}} + \lambda_{ii}X_i + \rho_iH_{1i}H_{1i}^{\mathrm{T}} + \delta_iH_{2i}H_{2i}^{\mathrm{T}}, \tag{13}$$

$$Z(X_i) = \left[\sqrt{\lambda_{i1}}X_i \ \cdots \ \sqrt{\lambda_{i,i-1}}X_i, \ \sqrt{\lambda_{i,i+1}}X_i \ \cdots \ \sqrt{\lambda_{i,N}}X_i\right], \tag{14}$$

$$Z_0(X_i) = \mathrm{diag}[X_1 \ \cdots \ X_{i-1} \ X_{i+1} \ \cdots \ X_N]. \tag{15}$$

则不确定系统(Σ) 是鲁棒可镇定的. 这时, 可选择状态反馈控制器为

$$u(t, i) = K_ix(t) = Y_iX_i^{-1}x(t). \tag{16}$$

证明　假设对 $i \in S$ 式(12) 都有解 $X_i > 0$, Y_i 和 $\rho_i > 0$, $\delta_i > 0$, 则根据 Schur 补引理及式(16) 可得

$$(A_i + B_iK_i)X_i + X_i(A_i + B_iK_i)^{\mathrm{T}} + \rho_iH_{1i}H_{1i}^{\mathrm{T}} + \delta_iH_{2i}H_{2i}^{\mathrm{T}} + \rho_i^{-1}X_iE_{1i}^{\mathrm{T}}E_{1i}X_i + \delta_i^{-1}X_iK_i^{\mathrm{T}}E_{2i}^{\mathrm{T}}E_{2i}K_iX_i + \sum_{j\in S}\lambda_{ij}X_iX_j^{-1}X_i + X_iG_i^{\mathrm{T}}X_i^{-1}G_iX_i < 0. \tag{17}$$

选取 Lyapunov 函数为

$$V(x(t), r(t) = i) = V(x, i) = x(t)^{\mathrm{T}}P_ix(t), \tag{18}$$

根据弱无穷小算子$\tilde{A}$的定义及引理 1 有

$$
\begin{aligned}
&\tilde{A}V(x,i)\leqslant\\
&x^{\mathrm T}\Big[P_i(A_i+B_iK_i)+(A_i+B_iK_i)^{\mathrm T}P_i+\\
&\rho_i^{-1}E_{1i}^{\mathrm T}E_{1i}+\delta_i^{-1}K_i^{\mathrm T}E_{2i}^{\mathrm T}E_{2i}K_i+\\
&\rho_iP_iH_{1i}H_{1i}^{\mathrm T}P_i+\delta_iP_iH_{2i}H_{2i}^{\mathrm T}P_i+\\
&\sum_{j\in S}\lambda_{ij}P_j+G_i^{\mathrm T}P_iG_i\Big]x.
\end{aligned}
\tag{19}
$$

令$P_i=X_i^{-1}$并在式(19)两边分别左乘及右乘P_i，容易得到当$x(t)\neq 0$时，$\tilde{A}V(x,i)<0,\forall i\in S$. 因此由定义 1 及文献[10]知，$v(t)=0$时闭环系统是鲁棒稳定的 □

注 1　定理 1 以 LMI 形式给出了不确定随机系统(Σ)鲁棒稳定的一个充分条件，该条件用 Matlab 工具箱可方便地求解 需要指出的是，定理 1 并没有对相应的确定性标称系统作任何假设，所以给出的判别条件比[8]中定理 5 更具一般性，且可操作性强

4　鲁棒 H_∞ 控制问题

上节设计了反馈控制器，使得闭环系统对于所有容许的不确定性都保持稳定 本节在此基础上，给出系统(Σ)鲁棒H_∞控制问题可解的充分条件及相应控制器的设计方法

定理 2　给定$\gamma>0$，不确定随机系统(Σ)鲁棒可镇定且具H_∞范数界γ，如果对任意$i\in S$，存在$\rho_i>0$，$\delta_i>0$，矩阵$X_i>0$，Y_i使得以下 LMI 成立：

$$
\begin{bmatrix}
\Omega_i & B_{vi} & X_iE_{1i}^{\mathrm T} & Y_iE_{2i}^{\mathrm T} & X_iG_i^{\mathrm T} & Z(X_i) & J_i^{\mathrm T}\\
B_{vi}^{\mathrm T} & -\gamma^2 I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\
E_{1i}X_i & 0 & -\rho_iI & 0 & 0 & 0 & 0\\
E_{2i}Y_i & 0 & 0 & -\delta_iI & 0 & 0 & 0\\
G_iX_i & 0 & 0 & 0 & -X_i & 0 & 0\\
Z(X_i) & 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_0(X_i) & 0\\
J_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I
\end{bmatrix}<0,
\tag{20}
$$

其中：$\Omega_i,Z(X_i),Z_0(X_i)$如式(13～15)中定义，且$J_i=C_iX_i+D_iY_i$. 这时，可选取状态反馈控制器

$$
u(t,i)=K_ix(t)=Y_iX_i^{-1}x(t).
\tag{21}
$$

证明　由式(21)可得闭环系统(Σ_C)为

$$
\begin{aligned}
\mathrm dx(t)=\;&[(A_{iC}+\Delta A_{iC})x(t)+\\
&B_{vi}v(t)]\mathrm dt+G_ix(t)\mathrm dw(t),
\end{aligned}
\tag{22}
$$

$$
z(t)=C_{iC}x(t),
\tag{23}
$$

其中：$A_{iC}=A_i+B_iK,\Delta A_{iC}=\Delta A_i+\Delta B_iK,C_{iC}=C_i+D_iK$.

根据式(20)易证式(12)成立，因此由定理 1 知闭环系统是鲁棒稳定的 下面证明对于任意非零$v(t)\in L_2[0,\infty)$，(Σ_C)满足式(11).

Lyapunov 函数按式(18)选取，则

$$
\begin{aligned}
&\tilde{A}V(x,i)=\\
&2x^{\mathrm T}(t)P_i[A_{iC}+\Delta A_{iC}]x(t)+\\
&2x^{\mathrm T}(t)P_iB_{vi}v(t)+x^{\mathrm T}(t)G_i^{\mathrm T}P_iG_ix(t)+\\
&\sum_{j\in S}\gamma_{ij}x^{\mathrm T}(t)P_ix(t).
\end{aligned}
\tag{24}
$$

令$\Psi(t)=\mathrm E\left\{\int[z^{\mathrm T}(s)z(s)-\gamma^2v^{\mathrm T}(s)v(s)]\mathrm ds\right\}$，注意到零初始条件，可以得到$\forall t>0$,

$$
\begin{aligned}
\Psi(t)=\;&\mathrm E\Big\{\int[z^{\mathrm T}(s)z(s)-\gamma^2v^{\mathrm T}(s)v(s)+\\
&\tilde{A}(x(s),s)]\mathrm ds\Big\}-\mathrm E\{V(x(t),t\}\leqslant\\
&\mathrm E\Big\{\int[z^{\mathrm T}(s)z(s)-\gamma^2v^{\mathrm T}(s)v(s)+\\
&\tilde{A}(x(s),s)]\mathrm ds\Big\}=\\
&\mathrm E\Big\{\int[x(s)^{\mathrm T}\quad v(s)^{\mathrm T}]\Gamma(s)\times\\
&[x(s)^{\mathrm T}\quad v(s)^{\mathrm T}]^{\mathrm T}\mathrm ds\Big\}.
\end{aligned}
\tag{25}
$$

其中

$$
\Gamma(s)=\begin{bmatrix}\Phi_i & B_{vi}\\ B_{vi}^{\mathrm T} & -\gamma^2I\end{bmatrix},
\tag{26}
$$

$$
\begin{aligned}
\Phi_i=\;&P_i(A_{iC}+\Delta A_{iC})+(A_{iC}+\Delta A_{iC})^{\mathrm T}P_i+\\
&G_i^{\mathrm T}P_iG_i+\sum_{j\in S}\gamma_{ij}P_i+C_{iC}^{\mathrm T}C_{iC}.
\end{aligned}
\tag{27}
$$

令$X_i=P_i^{-1}$，由式(20)，(21)及引理 1 可得

$$
\begin{aligned}
&X_i(\Phi_i+\gamma^2B_{vi}B_{vi}^{\mathrm T})X_i\leqslant\\
&(A_iX_i+B_iY_i)+(A_iX_i+B_iY_i)^{\mathrm T}+\\
&X_iG_i^{\mathrm T}P_iG_iX_i+\sum_{j\in S}\gamma_{ij}X_iX_j^{-1}X_i+\\
&\rho_iH_{1i}H_{1i}^{\mathrm T}+\delta_iH_{2i}H_{2i}^{\mathrm T}+\\
&\rho_i^{-1}X_iE_{1i}^{\mathrm T}E_{1i}X_i+\delta_i^{-1}Y_iE_{2i}^{\mathrm T}E_{2i}Y_i+\\
&(C_iX_i+D_iY_i)^{\mathrm T}(C_iX_i+D_iY_i)+\\
&\gamma^2B_{vi}B_{vi}^{\mathrm T}<0.
\end{aligned}
\tag{28}
$$

所以由 Schur 补引理，$\forall[x(s)^{\mathrm T}\quad v(s)^{\mathrm T}]\neq 0$,

$$
\Gamma(s)<0.
\tag{29}
$$

故$\forall t>0,\Psi(t)<0$，即式(11)成立 □

5　数值算例

考虑如下具有两个模态的不确定随机系统(Σ_0)：

模态 1

$$A_1=\begin{bmatrix}-1 & 4\\ 0 & 2\end{bmatrix},B_1=\begin{bmatrix}0\\ 2\end{bmatrix},C_1=[1\quad 0],$$

$$D_1=0.5,G_1=\begin{bmatrix}1 & 0.5\\ 0.5 & 1\end{bmatrix},B_{v1}=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}.$$

模态 2

$$A_2=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 5 & -1\end{bmatrix},B_2=\begin{bmatrix}2\\ 1\end{bmatrix},C_2=[2\quad 0],$$

$$D_2=0.5,G_2=\begin{bmatrix}1 & 0.5\\ 0.5 & 1\end{bmatrix},B_{v2}=\begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix},$$

且 $H_{1i}=\begin{bmatrix}1\\ 2\end{bmatrix},H_{2i}=\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix},E_{1i}=[1\quad 1],$

$E_{2i}=0.5,\ \forall\, i\in\{1,2\}.$

马尔可夫链的转移矩阵 $\Pi=\begin{bmatrix}-0.5 & 0.5\\ 0.2 & -0.2\end{bmatrix}$, 并给定 $\gamma=0.4$.

控制目的在于设计状态反馈控制器, 使所得闭环鲁棒稳定且具 H_∞ 范数界 0.4. 应用 Matlab 中 LMI 控制工具箱来求解式(17) 中 LMIs, 得到

$$\rho_1=0.1827,\rho_2=0.1864,\delta_1=0.4679,$$

$$\delta_2=0.5548,X_1=\begin{bmatrix}2.1944 & -.7335\\ -0.7335 & 1.5330\end{bmatrix},$$

$$Y_1=[-3.7022\quad -5.5979],$$

$$X_2=\begin{bmatrix}13.0719 & -4.8387\\ -4.8387 & 4.5123\end{bmatrix},$$

$$Y_2=[-52.2495\quad 13.4010].$$

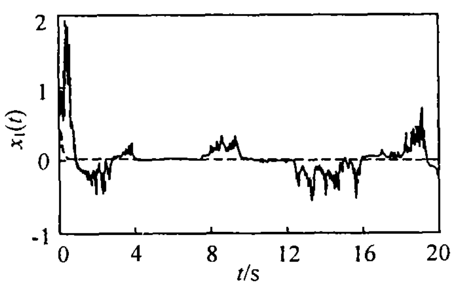
故由定理 2 可选取状态反馈控制器为

$$K_1=[-3.4613\quad -5.3077],$$

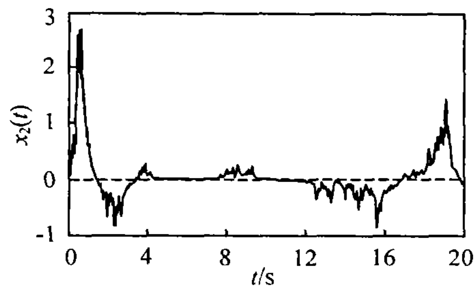
$$K_2=[-4.8050\quad -2.1828],$$

则 $u(t,i)=K_i x(t),\ i\in\{1,2\}$. 图 1 和图 2 为初值 $x_0=[0.6\quad 0]^T$, $r_0=1$ 的仿真结果.

$v(t)=0$ 时, 系统(Σ_0) 在 $u(t)=0$ 及 $u(t,i)=K_i x(t)$ 两种情况的状态响应如图 1 所示. 在未加控制时不确定系统(Σ_0) 的状态有较大震荡(图中实线所示); 而加入所给控制后, 状态快速平稳地收敛且趋于 0, 从而使得不确定系统达到内稳定(图中虚线所示). 从图 2 容易看出, 随时间的增大, 干扰抑制比的趋势小于 0.4, 即将干扰对输出的影响抑制到期望的范围之内.



(a)　状态(第 1 分量) 响应曲线



(b)　状态(第 2 分量) 响应曲线

图 1　状态响应曲线

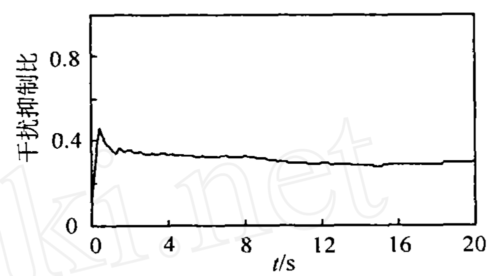


图 2　干扰抑制比曲线

6　结　语

本文研究了马尔可夫切换系统的鲁棒镇定及鲁棒 H_∞ 控制问题, 以 LMI 形式给出了此问题可解的充分条件, 并设计相应的状态反馈控制器, 使得对于所有容许的不确定性闭环鲁棒稳定且将干扰抑制到一定的水平. 仿真算例表明, 所给方法简单且易于实现.

参考文献(References)

[1] Krasovskii N N, Lidskii E A. Analytical Design of Controllers in Systems with Random Attributes [J]. *Automatic Remote Control*, 1961, 22: 1021-1025.

[2] 姚莉丽, 张纪峰. 随机线性连续时间系统基于采样数据的二次指标控制[J]. *中国科学*(E 辑), 2003, 33(4): 327-329.
(Yao L L, Zhang J F. Quadratic Control for Continuous-time Stochastic Linear System Based on Sampling [J]. *Science in China*(*Series E*), 2003, 33(4), 327-329.)

[3] De Farias D P, Geromel J C, Do Val J B R. A Note on the Robust Control of Markov Jump Linear Uncertain Systems [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2002, 23(2): 105-112.

[4] Bernard F, Dufour F, Bertrand P. On the JLQ Problem with Uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(6): 869-872.

(下转第 1378 页)

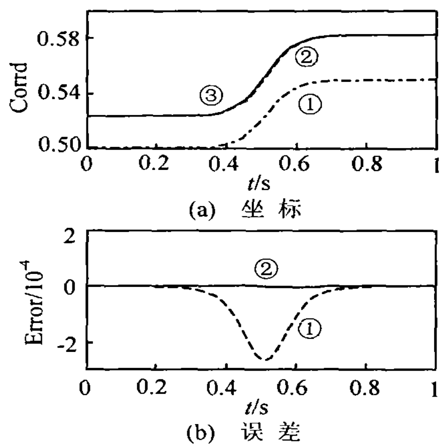


图 5　γ= 0.5 后的一个周期内的跟踪结果

缘上任意 3 点的位置坐标, 由此获得边缘所在平面并建立工件坐标系; 主、从臂的姿态调整好后不再改变, 规划并控制主臂和从臂分别在 Y 轴和 X 轴方向上的运动来跟踪靶腔边缘; 跟踪过程中, 机械手跟踪的目标点由显微视觉系统确定, 一个跟踪周期取 1 s.

实验过程中, 机械手运动平稳. 良好的圆形边缘跟踪结果表明了该协调运动规划的有效性. 限于篇幅, 有关实验数据和图片在此不再给出.

5　结　　语

本文以平面复杂边缘跟踪任务为对象, 进行了以下研究:

1) 对双机器人的跟踪任务进行了协调规划, 通过坐标系变换, 将跟踪问题转移到平面上讨论, 进而分析了双机器人的位置约束关系;

2) 针对位置、速度、加速度以及加加速度等平滑约束条件, 在关节空间规划了双机器人的双曲线运动轨迹, 为提高跟踪的轮廓精度, 建立了机器人的双曲线轨迹的参数约束方程;

3) 考虑跟踪的可靠性和边缘的适用性, 提出了有效的基于边缘极值特征点的边缘分段跟踪算法;

4) 以正弦曲线为例, 对该运动规划方法进行了仿真实验, 进一步, 在双臂微操作机械手的靶腔涂胶作业中应用了该规划方法和边缘跟踪算法.

因为本文研究的内容是针对一般性机器人和一般性作业任务提出的, 所以具有较好的通用性. 实验和应用均表明了该运动规划方法的可行性和正确性.

参考文献(References)

[1] 顾新兴, 孙燕朴, 冯纯伯. 多机器人协调系统研究综述[J]. *系统工程与电子技术*, 1994, 16(12): 9-20.
(Gu X X, Sun Y P, Feng C B. Review of Study on Coordinated Multiple Robots System [J]. *System Engineering and Electronic Technology*, 1994, 16(12): 9-20.)

[2] 刁文明, 文巨峰, 颜景平. 摄像机控制下的双机器人协调跟踪复杂边缘的运动规划[J]. *机械设计*, 2000, 17(6): 36-38.
(Xi W M, Wen J F, Yan J P. Motion Planning for Complex Edge Coordinated Tracking with Dual-robot Controlled by Vidicon[J]. *Machinery Design*, 2000, 17(6): 36-38.)

[3] 汤宇松, 黄亚楼, 卢桂章. 双机器人协调完成复杂边缘跟踪的运动规划[J]. *机器人*, 1998, 20(4): 253-257.
(Tang Y S, Huang Y L, Lu G Z. Motion Planning for Complex Edge Tracking with Two Coordinated Industrial Robots[J]. *Robot*, 1998, 20(4): 253-257.)

[4] Isobe T, Nagasaka K, Yamamoto S. A New Approach to Kinematic Control of Simple Manipulators[J]. *IEEE System, Man and Cybernetics*, 1992, 22(5): 1116-1124.

[5] Muller Karger C M, Granados Mirena A L, Scarpati Lopez J T. Hyperbolic Trajectories for Pick-and-place Operations to Elude Obstacles[J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 2000, 16(3): 294-299.

(上接第 1373 页)

[5] 邓飞其, 陈金堂, 刘永清. 多模态 Ito 随机系统的均方稳定性与鲁棒镇定[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(4), 569-572.
(Deng F Q, Chen J T, Liu Y Q. Mean Square Stability and Robust Stabilization of Multiple-mode Ito Stochastic Systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(4): 569-572.)

[6] 吴淮宁, 谢凯年, 尤昌德. 随机系统的鲁棒状态反馈控制[J]. *信息与控制*, 1998, 27(1): 1-5.
(Wu H N, Xie K N, You C D. Robust State-feedback Control of Stochastic System [J]. *Information and Control*, 1988, 27(1): 1-5.)

[7] Xu S, Chen T. Robust H_∞ Control for Uncertain Stochastic Systems with State Delay[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(12): 2089-2094.

[8] Boukas E K, Yang H. Exponential Stabilizability of Stochastic Systems with Markovian Jumping Parameters[J]. *Automatica*, 1999, 35(8): 1437-1441.

[9] Feng X, Loparo K A, Ji Y, et al. Stochastic Stability Properties of Jump Linear Systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1992, 37(1): 38-53.

[10] Kolmanovskii V B, Myshkia A D. *Applied Theory of Functional Differential Equations* [M]. The Netherlands: Kluwer, 1992.