

文章编号: 1001-0920(2005)12-1397-04

控制方向未知的时变非线性系统鲁棒控制

陈 刚, 王树青

(浙江大学 先进控制研究所, 工业控制技术国家重点实验室, 杭州 310027)

摘 要: 针对一类具有未知时变控制方向、不确定时变参数以及未知时变有界干扰的严反馈非线性系统, 给出一种带有死区修正算法的鲁棒控制方法。在控制系数符号未知的情况下, 通过在反步法中引入 Nussbaum 增益和死区修正技术, 得到一种修正的鲁棒反步设计方法。该方法不需要未知时变控制系数的上下界先验知识以及不确定参数和外界干扰的上界信息。算法保证了闭环系统所有信号的有界性, 同时使得跟踪误差收敛于零的任意小邻域内。

关键词: 时变非线性系统; 鲁棒控制; 未知控制方向

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Robust Control of Time-varying Nonlinear Systems with Unknown Control Directions

CHEN Gang, WANG Shu-qing

(National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Process Control, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China. Correspondent: CHEN Gang, E-mail: gchen@ipc.zju.edu.cn)

Abstract: A robust control approach with a dead zone modification is proposed for a class of time-varying uncertain strict feedback nonlinear systems with completely unknown time-varying control directions, uncertain time-varying parameters and unknown time-varying bounded disturbances. Nussbaum gains and dead zone modification are introduced in the backstepping design to obtain robust controller for systems without a priori knowledge of the signs of the control directions. The modified robust backstepping control design method need not require knowledge of the bounds of the uncertain time-varying control coefficients, the upper bounds of the uncertain parameters and the bounds of unknown time-varying disturbances. It is proved that under the proposed control, all the closed-loop signals are bounded and the tracking error converges to any prescribed small interval around zero.

Key words: Time-varying nonlinear systems; Robust control; Unknown control direction

1 引 言

近年来,随着反步法的提出,自适应非线性控制技术取得了飞速发展。同时,非线性时变系统的研究也取得了很大进步。对于一类具有不确定时变参数以及未知时变有界干扰的非线性系统,在控制方向已知的前提下,鲁棒自适应跟踪控制问题已得到广泛的研究^[1]。而对于控制方向未知的情况,控制器的设计则十分困难。针对一类控制系数为未知定常参数的非线性系统,已提出多种算法,如鲁棒控制,自适应控制,学习控制等^[2~4]。当控制系数为时变函数

时,问题就变得更加复杂。其中,一种处理方法是首先离线设计一个鲁棒控制器,然后在线对控制方向进行辨识,再根据辨识的结果,采用连续切换律来修正控制器^[5]。然而,这种算法比较复杂,很难推广到高阶系统。另一种处理方法是采用基于 Nussbaum 增益的设计技术^[6,7]。

本文将文献[2]的结论推广到一类更广泛的系统中,即一类具有未知时变控制方向,不确定时变参数以及未知时变有界干扰的严反馈非线性系统。相对于文献[6],本文得到了一种更强的结论,不但保

收稿日期: 2004-11-12; 修回日期: 2005-03-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(60174035)。

作者简介: 陈刚(1976-),男,重庆人,博士生,从事非线性控制理论和先进控制算法等研究;王树青(1939-),男,浙江仙居人,教授,博士生导师,从事过程控制系统和先进控制等研究。

证了闭环系统信号的有界性,而且使得跟踪误差能够达到任意设定的精度

2 问题的提出

考虑一类受到时变干扰的单输入单输出时变严反馈非线性系统^[6]

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= g_i(t)x_{i+1} + \Theta^T(t)\Psi_i(\bar{x}_i) + d_i^T(t)\mathcal{Q}_i(\bar{x}_i), \\ & \quad 1 \leq i \leq n-1; \\ \dot{x}_n &= g_n(t)u + \Theta_n^T(t)\Psi_n(x) + d_n^T(t)\mathcal{Q}_n(x); \\ y &= x_1. \end{aligned} \tag{1}$$

其中: $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $\bar{x}_i = [x_1, \dots, x_i]^T, i = 1, \dots, n-1$; u 和 y 分别为系统的输入和输出; $\Theta(t) \in \mathbb{R}^{p_i}$ 为不确定时变参数矢量, $d_i(t) \in \mathbb{R}^{q_i}$ 为未知时变干扰矢量; $\Psi_i(\bar{x}_i)$ 和 $\mathcal{Q}_i(\bar{x}_i)$ 为由足够光滑的函数构成的矢量; $g_i(t)$ 为分段连续的时变函数,其符号(即所谓的控制方向)是未知的

本文的控制目标是使系统输出 y 跟踪设定的参考信号 $y_r(t)$,同时保证系统所有信号的有界性 首先针对系统(1),作以下几个假设:

- A1: 时变函数 $g_i(t)$ 的值域为闭区间 $I_i = [g_{i0}, g_{i1}]$,界值 g_{i0} 和 g_{i1} 是未知的,但要求 $0 \in I_i, i = 1, \dots, n$. 取 $\bar{g}_i = \max\{|g_{i0}|, |g_{i1}|\}$.
- A2: 时变矢量 $\Theta(t) \in \mathbb{R}^{p_i}, d_i(t) \in \mathbb{R}^{q_i}$ 在区间 $[0, \infty)$ 上是范数有界的,即存在未知的正常数 θ_0 和 d_{i0} ,使得 $\|\Theta(t)\| \leq \theta_0, \|d_i(t)\| \leq d_{i0}, \forall t \geq 0, i = 1, \dots, n$.
- A3: 参考信号 $y_r(t)$ 及其一阶导数 $\dot{y}_r(t)$ 在区间 $[0, \infty)$ 上是有界的,即存在未知正常数 h_0 和 h_1 ,使得 $|y_r(t)| \leq h_0, |\dot{y}_r(t)| \leq h_1, \forall t \geq 0$.

注1 文献[6]需要时变参数的上界信息,本文放宽了这一条件,只需要时变参数有界即可

3 控制器的设计

基于反步法,整个设计过程分 n 步进行.在前 $n-1$ 步,将分别设计一个虚拟控制器 $\alpha_i, 1 \leq i \leq n-1$.在第 n 步,由于控制输入 u 的出现,才能得到真正的控制器.下面给出具体的设计步骤.

第1步 首先考虑系统(1)中的第1个方程

$$\dot{x}_1 = g_1(t)x_2 + \Theta^T(t)\Psi_1(x_1) + d_1^T(t)\mathcal{Q}_1(x_1). \tag{2}$$

$$\text{定义 } z_1 = x_1 - y_r, \tag{3}$$

$$z_2 = x_2 - \alpha_1, \tag{4}$$

这里 α_1 为第1个虚拟控制器,设计为

$$\alpha_1 = \xi_1 N(k_1) \beta_1(x_1) f(\lambda_1, z_1), \tag{5}$$

$$\dot{k}_1 = \beta_1(x_1) (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1). \tag{6}$$

其中: ξ_1 和 λ_1 为正常数, $N(\bullet)$ 为满足如下 Nussbaum 性质的函数:

$$\begin{aligned} \limsup_s \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta &= +\infty, \\ \liminf_s \frac{1}{s} \int_0^s N(\zeta) d\zeta &= -\infty, \end{aligned} \tag{7}$$

本文取 $N(k_1) = \exp(k_1^2) \cos(k_1\pi/2)$. $f(\lambda, \bullet)$ 和 $\mathcal{Y}(\lambda, \bullet)$ 分别定义为

$$f(\lambda, \bullet) = \begin{cases} -1, & \bullet < -\lambda; \\ \frac{3\bullet}{2\lambda} - \frac{\bullet^3}{2\lambda^3}, & |\bullet| < \lambda; \\ 1, & \bullet > \lambda. \end{cases} \tag{8}$$

$$\mathcal{Y}(\lambda, \bullet) = \begin{cases} 0, & |\bullet| < \lambda; \\ 1, & |\bullet| > \lambda. \end{cases} \tag{9}$$

$\beta_1(x_1)$ 为满足条件

$$\beta_1(x_1) = 1 + \bar{\beta}_1(x_1) \tag{10}$$

的 C^1 型函数,其中

$$\bar{\beta}_1(x_1) = k_{11}\Psi_1^T\Psi_1/4 + k_{12}\mathcal{Q}_1^T\mathcal{Q}_1/4 + 1,$$

k_{11} 和 k_{12} 为正常数.

考虑 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{3} (|z_1| - \lambda_1)^3 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1),$$

根据式(2)和式(3),其导数为

$$\dot{V}_1 = (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) f(\lambda_1, z_1) \times [g_1(t)x_2 + \Theta^T\Psi_1 + d_1^T\mathcal{Q}_1 - \dot{y}_r]$$

再根据式(4),以及下列不等式关系:

$$\begin{aligned} \Theta^T\Psi_1 &\leq \Theta\theta/k_{11} + k_{11}\Psi_1^T\Psi_1/4, \\ d_1^T\mathcal{Q}_1 &\leq d_1^T d_1/k_{12} + k_{12}\mathcal{Q}_1^T\mathcal{Q}_1/4, \end{aligned} \tag{11}$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) f(\lambda_1, z_1) g_1(t) (\alpha_1 + z_2) + \\ & (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) [\Theta\theta/k_{11} + k_{11}\Psi_1^T\Psi_1/4 + \\ & d_1^T d_1/k_{12} + k_{12}\mathcal{Q}_1^T\mathcal{Q}_1/4 + h_1] \end{aligned} \tag{12}$$

取 $\bar{\theta}_1 = \max\{\theta_0/k_{11} + d_{10}/k_{12}, h_1, 1\}$,

由式(5), (6), (10), 并注意到 $\mathcal{Y}(\lambda, z_1) f^2(\lambda, z_1) = \mathcal{Y}(\lambda, z_1)$, 则式(12)可进一步写为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &\leq \xi_1 g_1(t) N(k_1) \beta_1 (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) + \\ & \bar{\theta}_1 \beta_1 (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) + \\ & (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) f(\lambda_1, z_1) g_1(t) z_2 \\ & [\xi_1 g_1(t) N(k_1) + \bar{\theta}_1] \dot{k}_1 + \\ & (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) |z_2| \end{aligned} \tag{13}$$

第 i 步 ($2 \leq i \leq n-1$) 根据系统(1),有

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= g_i(t)x_{i+1} + \Theta^T(t)\Psi_i(\bar{x}_i) + \\ & d_i^T(t)\mathcal{Q}_i(\bar{x}_i). \end{aligned} \tag{14}$$

定义

$$z_i = x_i - \alpha_{i-1}, \quad (15)$$

$$z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i, \quad (16)$$

虚拟控制器 α 设计为

$$\alpha = \xi N(k_i) \beta_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r) f(\lambda, z_i). \quad (17)$$

$$\dot{\bar{k}}_i = \beta_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r) (|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i). \quad (18)$$

其中: ξ_i 和 λ 为正常数, $\bar{k}_{i-1} = [k_1, \dots, k_{i-1}]^T$, $\beta_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r)$ 为满足条件

$$\beta_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r) = 1 + \bar{\beta}_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r) \quad (19)$$

的 C^1 型函数. 其中

$$\begin{aligned} \bar{\beta}_i(\bar{x}_i, \bar{k}_{i-1}, y_r) = & k_{i1} \Psi_i^T \Psi_i / 4 + k_{i2} \Phi_i^T \Phi_i / 4 + \prod_{j=1}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} \right| k_j + \\ & \prod_{j=1}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} \right| (|x_{j+1}| + 1 + k_{j1} \Psi_j^T \Psi_j / 4 + \\ & k_{j2} \Phi_j^T \Phi_j / 4) + \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} \right|, \end{aligned}$$

k_{j1} 和 $k_{j2} (1 \leq j \leq i)$ 为正常量.

考虑 Lyapunov 函数

$$V_i = \frac{1}{3} (|z_i| - \lambda)^3 \mathcal{Y}(\lambda, z_i).$$

根据式(14)和式(15),其导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & (|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i) f(\lambda, z_i) [g_i(t) x_{i+1} + \\ & \Phi_i^T \Psi_i + d_i^T \Phi_i - \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} k_j - \\ & \prod_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} x_j - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r} y_r], \quad (20) \end{aligned}$$

取 $\bar{\theta} = \max\{\bar{\theta}_{i-1}, \bar{g}_{i-1}, \theta_0/k_{i1} + d_{i0}/k_{i2}\}$. 由式(16)~(20)以及下列不等式关系式:

$$\begin{aligned} \Phi_i^T \Psi_i & \leq \bar{\theta} \theta / k_{i1} + k_{i1} \Psi_i^T \Psi_i / 4, \\ d_i^T \Phi_i & \leq d_i^T d_i / k_{i2} + k_{i2} \Phi_i^T \Phi_i / 4, \end{aligned}$$

可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i & \leq \xi_i g_i(t) N(k_i) \beta_i(|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i) + \\ & \bar{\theta}_i \beta_i(|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i) + \\ & (|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i) f(\lambda, z_i) g_i(t) z_{i+1} \\ & (\xi_i g_i(t) N(k_i) + \bar{\theta}_i) k_i + \\ & (|z_i| - \lambda)^2 \mathcal{Y}(\lambda, z_i) g_i |z_{i+1}| \quad (21) \end{aligned}$$

第 n 步 令 $u = a_n = 0$. 采用类似的推导方法, 可得到实际的控制器为

$$u = \xi_n N(k_n) \beta_n(x, \bar{k}_{n-1}, y_r) f(\lambda_n, z_n), \quad (22)$$

$$\dot{\bar{k}}_n = \beta_n(x, \bar{k}_{n-1}, y_r) (|z_n| - \lambda_n)^2 \mathcal{Y}(\lambda_n, z_n), \quad (23)$$

其中 ξ_n 和 λ_n 为正常数. 同时, Lyapunov 函数

$$V_n = \frac{1}{3} (|z_n| - \lambda_n)^3 \mathcal{Y}(\lambda_n, z_n)$$

的导数满足关系

$$\dot{V}_n \leq (\xi_n g_n(t) N(k_n) + \bar{\theta}_n) k_n, \quad (24)$$

其中

$$\bar{\theta}_n = \max\{\bar{\theta}_{n-1}, \bar{g}_{n-1}, \theta_0/k_{n1} + d_{n0}/k_{n2}\}.$$

注 2 针对一类控制方向未知的非线性系统, 通过在线辨识控制方向, Kabust 和 Qu^[3,5] 提出了一种鲁棒控制算法. 然而该算法只适用于一阶和二阶系统, 不能推广到高阶系统. 而本文的算法适用于任意阶系统.

注 3 对于时变系统(1), 文献[6]中控制器的调节参数为 $2n$ 个, 而本文的调节参数只需要 n 个. 当系统为高阶系统时, 这将大大提高计算效率. 系统(1)中的未知控制系数有 n 个, 采用 Nussbaum 增益技术进行控制器的设计时, 系统最小调节参数的个数与未知控制系数的个数相等.

注 4 本文的算法放宽了对虚拟控制器的设计约束, 只要求每个虚拟控制器一阶可微.

注 5 算法的另一个特点是在参数的自适应律中引入一个死区, 通过调节参数 λ 可任意设定死区的大小. 当 $|z_i| \leq \lambda$ 时, 系统中的自适应律将自动切断, 这样不但能够减小扰动量 z_i 对系统性能的影响, 还能抑制“迸发”现象的发生.

4 稳定性分析

下面给出本文的主要结果.

定理 1 在假设 A1 ~ A3 成立的条件下, 对于系统(1), 在控制律(22)的作用下, 整个闭环系统所有信号是有界的, 同时跟踪误差收敛于任意设定的区间 $[-\lambda, \lambda]$.

证明 对式(24)求积分, 即有

$$0 \leq V_n(t) \leq \int_0^t (\xi_n g_n(\tau) N(k_n(\tau)) + \bar{\theta}_n) dk_n(\tau) + V_n(0). \quad (25)$$

首先, 采用反证法证明函数 $k_n(t)$ 在区间 $[0, t_f)$ 上是有界的. 注意到 $\dot{k}_n(t) \leq 0$, 因此只需证明 $k_n(t)$ 在区间 $[0, t_f)$ 有上界即可. 定义

$$P(k_n(0), k_n(t)) = \int_0^t (\xi_n g_n(\tau) N(k_n(\tau)) + \bar{\theta}_n) dk_n(\tau),$$

$\forall t \in [0, t_f)$. 假定函数 $k_n(t)$ 在区间 $[0, t_f)$ 无上界, 即存在一个单调递增序列 $\{k_n(t_i)\}$, 当 $\lim_i t_i = t_f$ 时, $\lim_i k_n(t_i) = +\infty$. 考虑到函数 $g_n(t)$ 的符号未知, 分两种情况进行证明.

1) $g_n(t) > 0$ 的情况. 设 $4M + 1 > |k_n(0)|, M$ 为正整数. 那么

$$\begin{aligned} P(k_n(0), 4M + 1) & \leq \\ & (\xi_n g_n \exp((4M + 1)^2) + \end{aligned}$$

$$\dot{\theta}_n)(4M + 1 - k_n(0)). \quad (26)$$

注意到 $N(k_n(t))$ 在区间 $(4M + 1, 4M + 3)$ 恒为负, 因此

$$P(4M + 1, 4M + 3) + \int_{t_1}^{t_2} (\xi_n g_n(\tau) N(k_n(\tau)) + \dot{\theta}_n) dk_n(\tau) - \sqrt{2}/2 \xi_n g_{n0} \exp((4M + 3/2)^2) + 2\dot{\theta}_n \quad (27)$$

由式(26), (27) 可得

$$P(k_n(0), 4M + 3) \exp((4M + 1)^2) [-\sqrt{2}/2 \xi_n g_{n0} \times \exp(4M + 5/4) + \xi_n g_n(4M + 1 - k_n(0)) + \exp(-(4M + 1)^2) \dot{\theta}_n(4M + 3 - k_n(0))]$$

当 M 时, $P(k_n(0), 4M + 3) -$, 即与式(25) 相矛盾.

2) $g_n(t) < 0$ 的情况. 采用类似的推导方法, 可得到当 M 时, $P(k_n(0), 4M + 1) -$, 即与式(25) 相矛盾.

综上所述, 假设不成立, 即函数 $k_n(t)$ 在区间 $[0, t_f)$ 上是有界的.

由式(25) 可知, $V_n(t)$ 是有界的, 从而 $z_n(t)$ 是有界的, 即存在未知正常数 w_n 使得 $|z_n| \leq w_n, \forall t \in [0, t_f)$. 根据式(21), 当 $i = n - 1$ 时, 可得

$$\begin{aligned} &V_{n-1} \\ &(\xi_{n-1} g_{n-1}(t) N(k_{n-1}) + \dot{\theta}_{n-1}) k_{n-1} + \\ &w_n g_{n-1} (|z_{n-1}| - \lambda_{n-1})^2 \mathcal{Y}(\lambda_{n-1}, z_{n-1}) \\ &(\xi_{n-1} g_{n-1}(t) N(k_{n-1}) + \dot{\theta}_{n-1} + w_n g_{n-1}) k_{n-1} \end{aligned}$$

采用前面类似的分析方法, 可以证明 k_{n-1} 和 z_{n-1} 是有界的. 同理, 可以得到 k_i 和 $z_i (1 \leq i \leq n - 2)$ 在区间 $[0, t_f)$ 上是有界的. 由式(3) 可知, x_1 是有界的. 因为 x_1 和 z_1 是有界的, 根据式(5) 可知 α_1 也是有界的. 再根据式(4) 可知 x_2 是有界的. 采用类似的递推方法, 可分别得到 $x_i (3 \leq i \leq n)$ 是有界的. 最后根据式(22) 可知控制量 u 是有界的. 因为闭环系统所有信号在区间 $[0, t_f)$ 上是有界的, 故 t_f .

对式(6) 求微分, 可得

$$\begin{aligned} \dot{k}_1 &= (|z_1| - \lambda_1)^2 \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) \frac{\partial \beta_1(x_1)}{\partial \alpha_1} \alpha_1 + \\ &2\beta_1(x_1) (|z_1| - \lambda_1) \mathcal{Y}(\lambda_1, z_1) f(\lambda_1, z_1) z_1 \end{aligned}$$

由 x_1 和 z_1 的有界性, 可知 \dot{k}_1 在区间 $[0,)$ 上是有界的, 即 k_1 在区间 $[0,)$ 上是一致连续的. 另一方

面, $k_1(t)$ 在区间 $[0,)$ 上单调递增且有界, 即有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_1(t) = k_1(\infty) - k_1(0) < ,$$

由巴巴拉特引理, 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{k}_1(t) = 0$$

再根据式(6) 和式(10), 即可知当 t 时, 跟踪误差 $z_1(t)$ 收敛于任意设定的区间 $[-\lambda_1, \lambda_1]$.

注6 对于系统(1), 文献[6] 的结果只能保证跟踪误差是有界的, 而本文的结果能使跟踪误差达到任意设定的精度.

5 结 语

本文研究了一类时变不确定非线性系统, 在时变控制方向未知的情况下, 通过引入Nussbaum增益和死区修正算法, 给出了一种鲁棒反步控制策略. 该算法并不需要未知时变控制系数上下界的先验知识以及不确定参数和外界干扰的上界信息. 算法保证了闭环系统所有信号的有界性, 同时使得跟踪误差能够达到任意设定的精度.

参考文献(References)

- [1] Marino R, Tomei P. Robust Adaptive State-feedback Tracking for Nonlinear Systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(1): 84-89.
- [2] Ye X D, Ding Z T. Robust Tracking Control of Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Directions[J]. *Systems Control Letters*, 2001, 42(1): 1-10.
- [3] Kabust J, Qu Z. Continuous Robust Control Design for M-Nonlinear Uncertain Systems Without a Priori Knowledge of the Control Direction[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(2): 276-282.
- [4] Xu J X, Yan R. Iterative Learning Control Design Without a Priori Knowledge of the Control Direction[J]. *Automatica*, 2004, 40(10): 1803-1809.
- [5] Kabust K, Qu Z. Robust Control Design for Nonlinear Uncertain Systems with an Unknown Time-varying Control Direction[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(3): 393-399.
- [6] Ge S S, Wang J. Robust Adaptive Tracking for Time-varying Uncertain Systems with an Unknown Time-varying Control Direction[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1463-1469.
- [7] Ye X D. Asymptotic Regulation of Time-varying Uncertain Nonlinear Systems with Unknown Control Directions[J]. *Automatica*, 1999, 35(5): 929-935.