文章编号: 1001-0920(2005)12-1332-05

关于强化缓冲算子的研究

党耀国, 刘 斌, 关叶青
(南京航空航天大学 经济与管理学院, 南京 210016)

摘 要: 运用灰色系统理论, 在对缓冲算子研究的基础上, 构造一类具有普遍意义的强化缓冲算子, 研究了它们的一些特性及内在关系, 从而有效解决了冲击扰动数据序列在建模预测过程中常常出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题. 实例验证了该算子的有效性与实用性.

关键词: 算子; 算术平均; 几何平均; 强化缓冲算子
中图分类号: N94 **文献标识码**: A

On the Strengthening Buffer Operators

DANG Yao-guo, LIU Bin, GUAN Ye-qing
(College of Economics and Management, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China. Correspondent: DANG Yao-guo, E-mail: iamdangyg@163.com)

Abstract: By using grey system theories, based on the present theories of buffer operators, some strengthening buffer operators are established, which have the universality and practicability. Meanwhile, their characters and their inherent relation among them are studied. The problem that there are some contradictions between quantitative analysis and qualitative analysis in pretreatment for vibration data sequences is resolved effectively. An example shows its validity and practicability.

Key words: Operator; Arithmetic average; Geometry average; Strengthening buffer operator

1 引 言

灰色系统理论的特色是研究"小样本"、"贫信息"不确定性问题[1], 因此充分开发利用已占有的信息来挖掘系统本身固有的规律是灰色系统理论研究的基本准则[2]. 人们可以通过社会、经济、生态等系统的行为特征数据来寻求因素之间或因素自身的变化规律[3]. 灰色系统理论认为, 尽管客观系统的表象复杂, 数据离乱, 但它们总有自身的整体功能, 必然蕴藏某种内在规律, 关键是如何选择适当的方法去挖掘并利用它[4,5]. 在建模预测过程中, 为能正确把握事物的本质规律, 必须排除扰动项的作用, 冲击扰动项对数据序列的干扰是两方面的: 既可以加快数据的发展趋势或使数据序列的振幅变大, 又可以减缓数据的发展趋势或使数据序列的振幅变小[6~8]. 在文献[4, 9]中, 刘思峰提出了冲击扰动系统和缓冲算子; 在文献[10, 11]中, 作者构造出一类实用的弱化缓冲算子及其弱化缓冲算子的应用; 在文献[12]中, 谢乃明提出了一种新的弱化缓冲算子.

本文在上述工作的基础上, 针对冲击扰动序列的后一种情况, 构造出若干新的强化缓冲算子, 并研究了其特性及各种强化缓冲算子之间的内在关系, 从而使序列前一部分增长(衰减)速度过缓, 而后一部分增长(衰减)速度过快的冲击扰动系统数据序列在建模预测过程中常常出现的定量预测结果与定性分析结论不符的问题得到有效解决

2 基本概念

定义 1[13] 设系统行为数据序列为 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$, 若:

收稿日期: 2004-12-14; **修回日期**: 2005-04-13.
基金项目: 国家自然科学基金项目(70473037); 教育部博士点基金项目(20020287001); 江苏省自然科学基金重点项目(BK2003211).
作者简介: 党耀国(1964—), 男, 河南驻马店人, 教授, 从事灰色系统理论、区域经济的研究; 刘斌(1973—), 男, 河南焦作人, 副教授, 从事灰色系统理论、供应链的研究

1) $\forall k = 2, 3, \cdots, n, x(k) - x(k-1) > 0$, 称 X 为单调增长序列;

2) $\forall k = 2, 3, \cdots, n, x(k) - x(k-1) < 0$, 称 X 为单调衰减序列;

3) 若存在 $k, k' \in \{2, 3, \cdots, n\}$, 有 $x(k) - x(k-1) > 0$, 或 $x(k') - x(k'-1) < 0$, 称 X 为振荡序列

定义 2　设系统行为数据序列为 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$,

1) 令 $r(k) = (x(n) - x(k))/(n-k)$ $(k = 1, 2, \cdots, n)$, 称 $r(k)$ 为序列 X 从 $x(k)$ 到 $x(n)$ 的平均变化率, 对于单调增长序列, $r(k)$ 为 X 从 $x(k)$ 到 $x(n)$ 的平均增长率; 对于单调衰减序列, $r(k)$ 为 X 从 $x(k)$ 到 $x(n)$ 的平均衰减率;

2) 令 $M = \max\{x(k) | k = 1, 2, \cdots, n\}, m = \min\{x(k) | k = 1, 2, \cdots, n\}$ 称 $M - m$ 为序列 X 的振幅

定义 3　设 X 为系统行为数据序列, D 为作用于 X 的算子, X 经算子 D 作用后所得序列记为 $XD = (x(1)d, x(2)d, \cdots, x(n)d)$, 则称 D 为序列算子.

公理 1[4] (不动点公理)　设 X 为系统行为数据序列, D 为序列算子, 则 D 满足

$$x(n)d = x(n).$$

公理 2 (信息充分利用公理)　系统行为数据序列 X 中的每一个数据 $x(k), k = 1, 2, \cdots, n$ 都应充分地参与算子作用的整个过程

公理 3 (解析化、规范化公理)　任意的 $x(k)d$, $k = 1, 2, \cdots, n$, 皆可由一个统一的 $(x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 初等解析式表达

满足上述 3 公理的序列算子称为缓冲算子, XD 称为缓冲序列

定义 4　设 X 为系统行为数据序列, D 为序列算子, 若满足下列两个条件, 则称缓冲算子 D 为强化缓冲算子:

1) 当 X 为单调增长序列(单调衰减序列) 时, 缓冲序列 XD 比行为系统数据序列 X 的增长速度(或衰减速度) 加快;

2) 当 X 为振荡序列时, 缓冲序列 XD 比系统行为数据序列 X 的振幅增大

定理 1[14]　1) 设 X 为单调增长序列, XD 为缓冲序列, 则

$$D \text{ 为强化缓冲算子} \Leftrightarrow x(k) \geq x(k)d, \quad k = 1, 2, \cdots, n;$$

2) 设 X 为单调衰减序列, XD 为缓冲序列, 则

$$D \text{ 为强化缓冲算子} \Leftrightarrow x(k) \leq x(k)d, \quad k = 1, 2, \cdots, n;$$

3) 设 X 为振荡序列, XD 为缓冲序列, D 为强化缓冲算子, 则

$$\max_{1\le k\le n}\{x(k)\} \leq \max_{1\le k\le n}\{x(k)d\},$$

$$\min_{1\le k\le n}\{x(k)\} \geq \min_{1\le k\le n}\{x(k)d\}.$$

由定理 1 可知, 单调增长序列在强化缓冲算子作用下, 数据萎缩; 单调衰减序列在强化缓冲算子作用下, 数据膨胀

3　强化缓冲算子的构造

定理 2　设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列, 令

$$XD_1 = (x(1)d_1, x(2)d_1, \cdots, x(n)d_1),$$

其中

$$x(k)d_1 = (n-k+1)(x(k))^2 \Big/ \sum_{i=k}^{n} x(i),$$

$$\sum_{i=k}^{n} x(i) \neq 0, k = 1, 2, \cdots, n, \tag{1}$$

则当 X 为单调增长序列, 单调衰减序列或振荡序列时, D_1 皆为强化缓冲算子.

证明　容易验证, D_1 满足缓冲算子 3 公理, 因而 D_1 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时, 因为

$$x(k)d_1 = \frac{(n-k+1)(x(k))^2}{x(k) + x(k+1) + \cdots + x(n)} \leq \frac{(n-k+1)(x(k))^2}{x(k) + x(k) + \cdots + x(k)} = x(k), \quad k = 1, 2, \cdots, n,$$

所以当 X 为单调增长序列时, D_1 为强化缓冲算子.

2) 同理可证, 当 X 为单调衰减序列时, D_1 为强化缓冲算子.

3) X 为振荡序列时, 设

$$x(l) = \max\{x(k) | k = 1, 2, \cdots, n\},$$

$$x(h) = \min\{x(k) | k = 1, 2, \cdots, n\}.$$

由于

$$x(l)d_1 = \frac{(n-l+1)(x(l))^2}{x(l) + x(l+1) + \cdots + x(n)} \geq \frac{(n-l+1)x(l) \cdot x(l)}{x(l) + x(l) + \cdots + x(l)} = x(l),$$

同理可证

$$x(h)d_1 = \frac{(n-h+1)(x(h))^2}{x(h) + x(h+1) + \cdots + x(n)} \leq x(h),$$

故 X 为振荡序列时, D_1 为强化缓冲算子. 称 D_1 为平均强化缓冲算子(ASBO). □

定理 3　设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列, 且 $x(i) > 0$, 令

$$XD_2 = (x(1)d_2, x(2)d_2, \cdots, x(n)d_2),$$

其中

$$x(k)d_2 = \frac{(x(k))^2}{[x(k)\cdot x(k+1)\cdots x(n)]^{1/(n-k+1)}} = (x(k))^2 \Big/ \Big[\prod_{i=k}^{n} x(i)\Big]^{1/(n-k+1)},$$

$$k = 1, 2, \cdots, n, \tag{2}$$

则当 X 为单调增长序列, 单调衰减序列或振荡序列时, D_2 皆为强化缓冲算子.

证明 容易验证, D_2 满足缓冲算子 3 公理, 因而 D_2 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时, 因为

$$x(k)d_2 = \frac{(x(k))^2}{[x(k)\cdot x(k+1)\cdots x(n)]^{1/(n-k+1)}} \leq \frac{(x(k))^2}{[x(k)\cdot x(k)\cdots x(k)]^{1/(n-k+1)}} = x(k),$$

$$k = 1, 2, \cdots, n,$$

所以当 X 为单调增长序列时, D_2 为强化缓冲算子.

2) 同理可证, 当 X 为单调衰减序列时, D_2 为强化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时, 设

$$x(l) = \max\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\},$$
$$x(h) = \min\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\}.$$

由于

$$x(l)d_2 = \frac{(x(l))^2}{[x(l)\cdot x(l+1)\cdots x(n)]^{1/(n-l+1)}} \geq \frac{x(l)\cdot x(l)}{[x(l)\cdot x(l)\cdots x(l)]^{1/(n-l+1)}} = x(l).$$

同理可证

$$x(h)d_2 = \frac{(x(h))^2}{[x(h)\cdot x(h+1)\cdots x(n)]^{1/(n-h+1)}} \leq x(h),$$

故 X 为振荡序列时, D_2 为强化缓冲算子. 并称 D_2 为几何平均强化缓冲算子(GASBO). □

定理 4 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为非负的系统行为数据序列, 则

$$(x(k))^2 \Big/ \Big[\prod_{i=k}^{n} x(i)\Big]^{1/(n-k+1)} = x(k)d_2 \geq$$

$$x(k)d_1 = (n-k+1)(x(k))^2 \Big/ \sum_{i=k}^{n} x(i),$$

$$k = 1, 2, \cdots, n. \tag{3}$$

所有等式成立当且仅当 $x(1) = x(2) = \cdots = x(n)$, 即序列为常数序列

证明 直接利用算术平均数与几何平均数的不等式关系, 可知定理结论成立 □

有时系统行为数据序列的重要程度还与各时点有关, 假设各时点的权重向量为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$.

定理 5 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统行为数据序列, 各时点的权重向量为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$.

$$XD_3 = (x(1)d_3, x(2)d_3, \cdots, x(n)d_3),$$

其中

$$x(k)d_3 = \frac{(\omega_k + \omega_{k+1} + \cdots + \omega_n)(x(k))^2}{\omega_k x(k) + \omega_{k+1} x(k+1) + \cdots + \omega_n x(n)} = \sum_{i=k}^{n} \omega_i (x(k))^2 \Big/ \sum_{i=k}^{n} \omega_i x(i), k = 1, 2, \cdots, n, \tag{4}$$

则当 X 为单调增长序列, 单调衰减序列或振荡序列时, D_3 皆为强化缓冲算子.

证明 容易验证, D_3 满足缓冲算子 3 公理, 因而 D_3 为缓冲算子.

1) 当 X 为单调增长序列时, 因为

$$x(k)d_3 = \frac{(\omega_k + \omega_{k+1} + \cdots + \omega_n)(x(k))^2}{\omega_k x(k) + \omega_{k+1} x(k+1) + \cdots + \omega_n x(n)} \leq \frac{(\omega_k + \omega_{k+1} + \cdots + \omega_n)(x(k))^2}{\omega_k x(k) + \omega_{k+1} x(k) + \cdots + \omega_n x(k)} = x(k),$$

$$k = 1, 2, \cdots, n,$$

所以当 X 为单调增长序列时, D_3 为强化缓冲算子.

2) 同理可证, 当 X 为单调衰减序列时, D_3 为强化缓冲算子.

3) 当 X 为振荡序列时, 设

$$x(l) = \max\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\},$$
$$x(h) = \min\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\}.$$

由于

$$x(l)d_3 = \frac{(\omega_l + \omega_{l+1} + \cdots + \omega_n)(x(l))^2}{\omega_l x(l) + \omega_{l+1} x(l+1) + \cdots + \omega_n x(n)} \geq \frac{(\omega_l + \omega_{l+1} + \cdots + \omega_n)(x(l))^2}{\omega_l x(l) + \omega_{l+1} x(l) + \cdots + \omega_n x(l)} = x(l),$$

同理可证

$$x(h)d_3 = \frac{(\omega_h + \omega_{h+1} + \cdots + \omega_n)(x(h))^2}{\omega_h x(h) + \omega_{h+1} x(h+1) + \cdots + \omega_n x(n)} \leq x(h),$$

故 X 为振荡序列时, D_3 为强化缓冲算子. 并称 D_3 为加权平均强化缓冲算子(WASBO). □

定理 6 设 $\omega = (1, 1, \cdots, 1)$, 即 $\omega_i = 1$, 则

$$x(k)d_3 = \sum_{i=k}^{n} \omega_i (x(k))^2 \Big/ \sum_{i=k}^{n} \omega_i x(i) = (n-k+1)(x(k))^2 \Big/ \sum_{i=k}^{n} x(i) = x(k)d_1,$$

即平均强化缓冲算子(ASB) 是加权平均强化缓冲算子(WASB) 的特例

定理 7 设 $X = (x(1), x(2), \cdots, x(n))$ 为系统

行为数据序列，且 $x(i) > 0$ 各时点的权重向量为 $\omega = (\omega_1, \omega_2, \cdots, \omega_n)$，$\omega_k \geq 0$，$\omega_n \neq 0(k = 1, 2, \cdots, n)$。则

$$XD_4 = (x(1)d_4, x(2)d_4, \cdots, x(n)d_4),$$

其中

$$x(k)d_4 = (x(k))^2 \Big/ \Big[\prod_{i=k}^{n} x(i)^{\omega_i}\Big]^{1/\sum_{i=k}^{n}\omega_i},$$

$$k = 1, 2, \cdots, n,$$

则当 X 为单调增长序列，单调衰减序列或振荡序列时，D_4 皆为缓冲强化算子。

证明　容易验证，D_4 满足缓冲算子 3 公理，因而 D_4 为缓冲算子。

1) 当 X 为单调增长序列时，因为对任意的 k 有

$$\begin{aligned} x(k)d_4 &= (x(k))^2/[x(k)^{\omega_k} \cdot x(k+1)^{\omega_{k+1}} \cdots \\ &\quad x(n)^{\omega_n}]^{1/(\omega_k+\omega_{k+1}+\cdots+\omega_n)} \leq \\ &\quad (x(k))^2/[x(k)^{\omega_k} \cdot x(k)^{\omega_{k+1}} \\ &\quad \cdots x(k)^{\omega_n}]^{1/(\omega_k+\omega_{k+1}+\cdots+\omega_n)} = x(k), \end{aligned}$$

所以当 X 为单调增长序列时，D_4 为缓冲强化算子。

2) 同理可证，当 X 为单调衰减序列时，D_4 为强化缓冲算子。

3) 当 X 为振荡序列时，设

$$x(l) = \max\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\},$$
$$x(h) = \min\{x(k) \mid k = 1, 2, \cdots, n\}.$$

由于

$$\begin{aligned} x(l)d_4 &= \\ &\frac{(x(l))^2}{[x(l)^{\omega_l} \cdot x(l+1)^{\omega_{l+1}} \cdots x(n)^{\omega_n}]^{1/\sum_{i=l}^{n}\omega_i}} \geq \\ &\frac{(x(l))^2}{[x(l)^{\omega_l} \cdot x(l)^{\omega_{l+1}} \cdots x(l)^{\omega_n}]^{1/\sum_{i=l}^{n}\omega_i}} = x(l), \end{aligned}$$

同理可证

$$\begin{aligned} x(h)d_4 &= \\ &\frac{(x(h))^2}{[x(h)^{\omega_h} \cdot x(h+1)^{\omega_{h+1}} \cdots x(n)^{\omega_n}]^{1/\sum_{i=h}^{n}\omega_i}} \leq x(h), \end{aligned}$$

故 X 为振荡序列时，D_4 为强化缓冲算子。并称 D_4 为加权几何平均强化缓冲算子 (WGABSO)。□

定理 8　设 $\omega = (1, 1, \cdots, 1)$，即 $\omega_i = 1$，则

$$\begin{aligned} x(k)d_4 &= \\ &\frac{(x(k))^2}{[x(k)^{\omega_k} \cdot x(k+1)^{\omega_{k+1}} \cdots x(n)^{\omega_n}]^{1/\sum_{i=k}^{n}\omega_i}} = \\ &\frac{(x(k))^2}{[x(k) \cdot x(k) \cdots x(k)]^{1/(n-k+1)}} = x(k)d_2. \end{aligned} \tag{5}$$

即几何平均缓冲强化算子 (GABSO) 是加权几何平均缓冲强化算子 (WGABSO) 的特例。

从以上讨论可知，单调增长序列在强化缓冲算子作用下数据萎缩；而单调衰减序列在强化缓冲算子作用下数据膨胀。由于在缓冲算子作用时，必须要满足不动点公理，即 $x(n)d = x(n)$，因此在强化缓冲算子作用下，强化缓冲作用序列的衰减速度比原始序列的衰减速度减缓；同理，对于单调增长序列，在强化缓冲算子作用下，强化缓冲作用序列的增长速度比原始序列的增长速度减缓。因此当原始数据序列前一部分增长(衰减) 速度过缓，而后一部分增长(衰减) 速度过快时，利用所构造的强化缓冲算子对原始数据序列进行作用，将使序列变得比较平缓，并且考虑了“新息优先”的原则，即最新的信息在缓冲算子作用下是保持不变的，因而它使预测模型的模拟精度显著提高。强化缓冲算子能有效地消除这种冲击扰动系统数据序列在建模预测过程中的干扰。

4　实　例

某企业开发一种新产品，其月销售额如表 1 所示。

表 1　新产品的月销售额

月份	1	2	3	4	5	6	7
销售额／万元	60.8	62.6	65.7	70.4	77.4	86.7	96.8

由表1可以计算出该企业各月销售额增长率分别为2.96%，4.95%，7.12%，9.94%，12.01%，11.65%。由此可以看出，原始数据序列前半部分增长速度比后半部分增长过缓，因此可利用强化缓冲算子对原始数据序列进行作用以消除原始序列冲击扰动因素的干扰。

下面用前 6 个月的销售额来模拟 7 月份的销售额，并预测 8 月份的销售额，以此检测模型的模拟精度。首先利用原始数据建立灰色 GM (1, 1) 模型进行预测，得灰色 GM (1, 1) 预测模型为

$$\hat{x}(k+1) = 695.879e^{0.084k} - 635.07,$$

预测结果为 $\hat{x}(7) = 92.6$，$\hat{x}(8) = 100.7$。

如果把原始数据序列首先用平均强化缓冲算子作用，然后再建立灰色 GM (1, 1) 模型进行预测，得

$$\hat{x}(k+1) = 385.23e^{0.1248k} - 332.83,$$

预测结果为 $\hat{x}(7) = 95.8$，$\hat{x}(8) = 108.3$。

利用原始序列直接建立灰色 GM (1, 1) 模型预测，所得模型的相对误差为 4.34%；如果先用平均强化缓冲算子作用，然后再建立灰色 GM (1, 1) 模型预测，所得模型的相对误差为 1.03%。由此可见，利用平均强化缓冲算子对原始序列进行作用后，预测精度明显提高，并且比较符合实际情况。因此当原始数据序列的前半部分增长(衰减) 速度较慢，而后半部分增长(衰减) 速度较快时，在进行预测时首先应

对原始数据序列进行强化缓冲算子作用, 然后再进行建模, 则能有效地消除冲击扰动系统数据序列在建模预测过程的干扰

5 结 语

本文研究了缓冲算子, 构造了平均强化缓冲算子(ASBO), 几何平均强化缓冲算子(GASBO), 加权平均强化缓冲算子(WASBO), 以及加权几何平均强化缓冲算子(WGASBO), 并研究了它们的一些特性及它们之间的内在关系. 该算子使用方便, 易于在计算机上实现 这些算子为解决冲击扰动数据序列在建模预测过程的干扰提供了一种新的方法 需要说明的是, 本文所构建的缓冲算子并非是万能的, 在使用该算子时, 一定要遵循定性分析与定量分析相结合的原则, 钱学森提出的研讨厅体系能够给人们以启示

参考文献(References)

[1] 刘思峰, 郭天榜, 党耀国 *灰色系统理论及其应用*[M]. 第2版. 北京: 科学出版社, 1999: 26-30.
(Liu S F, Guo T B, Dang Y G. *Grey System Theory and Its Application* [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 1999: 26-30.)

[2] 邓聚龙 *灰理论基础*[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002: 10-15.
(Deng J L, *A Textbook of Grey System Theory* [M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2002: 10-15.)

[3] 刘思峰, 党耀国, 方志耕 *灰色系统理论及其应用*[M]. 第3版. 北京: 科学出版社, 2004: 1-8
(Liu S F, Dang Y G, Fang Z G. *Grey System Theory and Its Application* [M]. 3rd ed. Beijing: Science Press, 2004: 1-8.)

[4] Liu S F. The Three Axioms of Buffer Operator and Their Application[J]. *The J of Grey System*, 1991, 3(1): 39-48.

[5] 邓聚龙 累加生成灰指数律[J]. *华中理工大学学报*, 1987, 15(5): 7-12
(Deng J L. The Grey Exponential Law of AGO[J]. *J of Huazhong Univeristy of Science and Technology*, 1987, 15(5): 7-12.)

[6] 张志祥 随机扰动间断动力系统的极限性质及其应用[J]. *数学的实践与认识*, 2002, 32(4): 651-657.
(Zhang Z X, Limiting Property of Randomly Perturbed Discontinuous Dynamic System with An Application [J]. *Mathematics in Practics and Theory*, 2002, 32(4): 651-657.)

[7] 关新平, 何宴辉, 唐英干, 等 随机扰动下一类混沌系统的同步[J]. *系统工程与电子技术*, 2004, 26(2): 212-214.
(Guan X P, He Y H, Tang Y G, et al. Synchronization of Chaotic System in the Presence of Random Perturbation[J]. *System Engineering and Electronics*, 2004, 26(2): 212-214.)

[8] 丁义明, 范文涛 离散系统的随机作用随机扰动[J]. *高校应用数学学报A辑*, 2000, 15(3): 305-310.
(Ding Y M, Fan W T. Discrete Time Systems with Randomly Applied Stochastic Perturbations [J]. *Application Mathematics J of Chinese University Serise A*, 2000, 15(3): 305-310.)

[9] 刘思峰 冲击扰动系统预测陷阱与缓冲算子[J]. *华中理工大学学报*, 1997, 25(1): 25-27.
(Liu S F. The Trap in the Prediction of a Shock Disturbed System and the Buffer Operator[J]. *J of Huazhong Univeristy of Science and Technology*, 1997, 25(1): 25-27.)

[10] 党耀国, 刘思峰, 刘斌等 关于弱化缓冲算子的研究[J]. *中国管理科学*, 2004, 12(2): 108-111.
(Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the Weakening Buffer Operators and Researches [J], *Chinese J of Management Science*, 2004, 12(2): 108-111.)

[11] Dang Y G, Liu S F, Liu B, et al. Study on the Weakening Buffer Operators and Their Applications [A]. *The 7th Int Conf on Industrial Management* [C], Beijing: China Aviation Industry Press, 2004: 249-254.

[12] 谢乃明, 刘思峰 一种新的弱化缓冲算子[J]. *中国管理科学*, 2003, 11(增刊): 46-48.
(Xie N M, Liu S F. A New Applicative Weakening Buffer Operator [J]. *Chinese J of Management Science*, 2003, 11(S): 46-48.)

[13] 刘思峰 缓冲算子及其应用[J]. *灰色系统理论与实践*, 1992, 2(1): 45-50.
(Liu S F. Buffer Operator and its Application [J]. *Theories and Practices of Grey System*, 1992, 2(1): 45-50.)

[14] Liu S F, Lin Y. *An Introduction to Grey Systems: Foundations, Methodology and Applications* [M]. Slippry Rock: IIGSS Academic Publisher, 1998: 120-155.