文章编号: 1001-0920(2005)12-1365-05

基于矩阵分解的多变量鲁棒自适应反推控制

解学军[1], 藏 强[1], 张嗣瀛[2]
(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 针对含有输入未建模动态的一类MIMO 系统, 在高频增益矩阵的顺序主子式的符号已知的前提下, 给出了多变量自适应反推控制器的设计. 严格地证明了对一类未建模动态, 闭环适应系统的所有信号都是全局一致有界的, 且输出渐近收敛于零.

关键词: 反推; 自适应控制; 高频增益矩阵分解; 多变量系统
中图分类号: TP273.2 **文献标识码**: A

Multivariable Robust Adaptive Backstepping Control Using Matrix Factorization

XIE Xue-jun[1], ZANG Qiang[1], ZHANG Si-ying[2]
(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: XIE Xue-jun, E-mail: xiexuejun@eyou.com)

Abstract: For a class of MIMO systems with input unmodeled dynamics, under the assumption that the signs of the leading principal minors of the high-frequency gain matrix are known, a design of multivariable adaptive backstepping controller is given. It is proved rigorously that for a kind of unmodeled dynamics, all the signals in the closed-loop adaptive system are globally uniformly bounded, and the output converges to zero asymptotically.

Key words: Backstepping; Adaptive control; High-frequency gain matrix factorization; Multivariable systems

1 引 言

近年来, SISO 系统的反推设计技术因其系统化的设计思想及闭环系统具有很好的瞬时性能而倍受人们的关注[1]. 文献[2]首先将这种技术推广到MIMO 系统, 但为了估计系统的高频增益矩阵B_m的逆, 需要对B_m附加一很强的条件, 即存在已知矩阵S_m使得$B_mS_m = (B_mS_m)^T > 0$. 文献[3]通过引入$B_m = S_1D_1U_1$分解, 在B_m的顺序主子式的符号已知这一较弱的条件下, 考虑了MRAC 问题. 文献[4]利用矩阵分解和反推设计思想, 考虑了自适应反推控制问题. 然而这一研究仅限于理想系统, 且没有给出性能分析.

本文将文献[4]的工作进一步推广到含有未建模动态的MIMO 系统. 主要工作在于: 1) 给出了基于$B_m = S_1D_1U_1$分解的没有任何修正的鲁棒多变量自适应反推控制器的设计, 构造了多变量误差系统; 2) 严格地证明了对一类未建模动态, 闭环适应系统的所有信号都是全局一致有界的, 且系统输出渐近收敛于零.

2 问题的提出

考虑MIMO 系统

$$y(t) = G(s)(I_r + \mu\Delta_m(s))u(t), \quad (1)$$

其中: $u(t), y(t) \in \mathbb{R}^r$ 分别是系统的输入和输出; $G(s) \in \mathbb{R}^{r\times r}$, $\Delta_m(s) \in \mathbb{R}^{r\times r}$ 为未建模动态; $\mu \geq 0$. $G(s)$ 可表示为

$$G(s) = D^{-1}(s)N(s) = C_g(sI - A_g)^{-1}B_g,$$

收稿日期: 2004-12-14; **修回日期**: 2005-04-14
基金项目: 国家自然科学基金项目(60304003); 山东省博士基金项目(03BS092); 山东省自然科学基金项目(Q2002G02).
作者简介: 解学军(1968—), 男, 山东青岛人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统自适应控制的研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 教授, 中国科学院院士, 从事微分对策、复杂系统的结构和控制等研究

其中

$$D(s)=s^{v}I_r+A_{v-1}s^{v-1}+\cdots+A_1s+A_0,$$

$$N(s)=B_ms^m+\cdots+B_1s+B_0,$$

$$A_g=\begin{bmatrix}-A_{v-1}&I_r&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\ -A_1&0&\cdots&I_r\\ -A_0&0&\cdots&0\end{bmatrix},$$

$$B_g=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ B_p\end{bmatrix},B_p=\begin{bmatrix}B_m\\ \vdots\\ B_1\\ B_0\end{bmatrix},$$

$$C_g=[I_r\quad 0\quad\cdots\quad 0\quad 0];$$

v 为 $G(s)$ 的可观测性指数, I_r 为 r 阶单位阵; $A_i\in\mathbf{R}^{r\times r}(i=0,\cdots,v-1)$, $B_j\in\mathbf{R}^{r\times r}(j=0,\cdots,m)$ 是未知参数, $B_g\in\mathbf{R}^{rv\times r}$, $C_g\in\mathbf{R}^{r\times rv}$.

对系统(1) 作如下假设:

A 1: $G(s)$ 是满秩的, 且 $G(s)$ 的可观测性指数 v 已知;

A 2: $N(s)$ 的阶次 m 已知, $\rho=v-m$, 且 $\det(N(s))$ 的所有零点稳定;

A 3: 高频增益矩阵 B_m 是非奇异的, 且 B_m 的顺序主子式非零且符号已知;

A 4: $\Delta_m(s)$ 为严格正则的、稳定的对角阵.

类似于文献[4] 中式(6) 的推导知, (1) 可由下面状态空间形式实现:

$$\begin{cases}\overset{\circ}{x}=Ax+A_px_1+\widetilde{\omega}u,\\ y=(I_r+\mu\Delta_m(s))x_1,\end{cases}\tag{2}$$

其中: $x_i\in\mathbf{R}^r$, $i=1,\cdots,v$,

$$x=\begin{bmatrix}x_1\\ \vdots\\ x_v\end{bmatrix},A=\begin{bmatrix}0&I_r&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\ 0&0&\cdots&I_r\\ 0&0&\cdots&0\end{bmatrix},$$

$$A_p=\begin{bmatrix}-A_{v-1}\\ \vdots\\ -A_1\\ -A_0\end{bmatrix},\widetilde{\omega}=\begin{bmatrix}0\\ B_p\end{bmatrix}.\tag{3}$$

控制目标: 设计自适应反推控制 $u(t)$, 使得闭环系统的所有信号都有界, 且输出 $y(t)$ 收敛于零.

3 状态观测器的设计

选取 $K=[k_1I_r,\cdots,k_vI_r]^{\mathrm{T}}\in\mathbf{R}^{rv\times r}$, 其中 $k_1,\cdots,k_v>0$ 为设计参数, 使得 $A_c\triangleq A-KC_g$ 稳定. 定义克罗内克积 $\otimes$ 为

$$E_i=e_i\otimes I_r,$$

其中: e_i 为 $\mathbf{R}^v$ 空间的第 i 个坐标向量, $i=1,\cdots,v$. 选取滤波器

$$\dot{\xi}_v=A_c\xi_v+Ky,$$

$$\dot{\xi}_i=A_c\xi_i+E_{v-i}y,\ i=0,1,\cdots,v-1,$$

$$v_j=A_cv_j+E_{v-j}u,\ j=0,1,\cdots,m.\tag{4}$$

由式(4), 定义(2) 的状态观测器为

$$\hat{x}=\xi_v-\sum_{i=0}^{v-1}\Lambda_i\xi_i+\sum_{j=0}^{m}\Xi_jv_j,\tag{5}$$

其中: $\Lambda_i=\mathrm{diag}\{A_i,\cdots,A_i\}$, $\Xi_j=\mathrm{diag}\{B_j,\cdots,B_j\}\in\mathbf{R}^{rv\times rv}$. 这一观测器具有如下性质:

引理 1 对于由(4) 和(5) 构成的状态观测器, 其状态观测误差 $\epsilon=x-\hat{x}$ 且满足

$$\overset{\circ}{\epsilon}=A_c\epsilon-(A_p+K)\mu\Delta_m(s)x_1.\tag{6}$$

证明 类似于文献[4] 的(16) 易证

$$\Lambda_iA_c=A_c\Lambda_i,\ \Xi_jA_c=A_c\Xi_j,$$

$$A_py=-\sum_{i=0}^{v-1}\Lambda_iE_{v-i}y,$$

$$\widetilde{\omega}u=\sum_{j=0}^{m}\Xi_jE_{v-j}u,$$

$$i=0,\cdots,v-1,\ j=0,\cdots,m.$$

结合式(2), (4), (5) 易证. □

4 反推自适应控制器的设计

定义微分算子 s 为 $sx\triangleq\overset{\circ}{x}$. 记 $\epsilon=[\epsilon_1^{\mathrm{T}},\cdots,\epsilon_v^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\epsilon_i\in\mathbf{R}^r$, $\xi_i=[\xi_{i,1}^{\mathrm{T}},\cdots,\xi_{i,v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\xi_{i,k}\in\mathbf{R}^r$, $v_j=[v_{j,1}^{\mathrm{T}},\cdots,v_{j,v}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $v_{j,k}\in\mathbf{R}^r$, $k=1,\cdots,v$. 对(2) 第 2 式两边作用 s, 并将(2), (5) 和 $x_2=\epsilon_2+\hat{x}_2$ 代入得

$$\overset{\circ}{y}=\xi_{v,2}+B_mv_{m,2}+\Theta\overline{\omega}+\epsilon_2+$$

$$(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1.\tag{7}$$

其中: $\xi_{(2)}=[\xi_{v-1,2}^{\mathrm{T}},\cdots,\xi_{0,2}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $v_{(2)}=[v_{m,2}^{\mathrm{T}},\cdots,v_{0,2}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, $\Theta_a=[-A_{v-1},\cdots,-A_0]$, $\Theta_b=[B_m,\cdots,B_0]$, $\overline{\omega}=[\xi_{(2)}^{\mathrm{T}}+(E_1y)^{\mathrm{T}},[0_{1,r}^{\mathrm{T}},v_{m-1,2}^{\mathrm{T}},\cdots,v_{0,2}^{\mathrm{T}}]]^{\mathrm{T}}$, $\Theta=[\Theta_a,\Theta_b]$. 下面对(4) 和(7) 给出自适应反推控制器的设计.

第 1 步 定义 $z_1=y$, $z_2=v_{m,2}-\alpha_1$, 其中 α_1 待定. 由(7) 和文献[4] 的引理 1 得

$$\overset{\circ}{z}_1=S_1D_1z_2+S_1D_1[\alpha_1+(U_1-I)v_{m,2}]+$$

$$\xi_{v,2}+\Theta\overline{\omega}+\epsilon_2+(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1.$$

由文献[4] 的引理 1 知

$$\begin{bmatrix}0&U_{1,2}&\cdots&U_{1,r}\\ 0&0&\cdots&U_{2,r}\\ \vdots&\vdots&\vdots&\vdots\\ 0&0&0&U_{r-1,r}\\ 0&0&\cdots&0\end{bmatrix}$$

为严格上三角阵, 则

$$(U_1-I)v_{m,2}=\sum_{k=2}^{r}\gamma_k\lambda_k,$$

其中

$$\gamma_k = v_{m,2_k}\begin{bmatrix} I_{k-1} \\ 0_{r-k+1,k-1}\end{bmatrix} \in R^{r\times(k-1)},$$

$$\lambda_k \triangleq \begin{bmatrix} U_{1,k}\\ \vdots \\ U_{k-1,k}\end{bmatrix} \in R^{k-1},$$

$v_{m,2_k}$ 表示 $v_{m,2}$ 的第 k 个分量, 因此

$$\mathring{z}_1 = S_1D_1\left(\alpha_1 + \sum_{k=2}^r \gamma_k\lambda_k\right) + \xi_{v,2} + S_1D_1z_2 + \Theta\overline{\omega} + \epsilon_2 + (A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1.$$

由文献[4]的引理 1 知 S_1D_1 非奇异. 定义 $P = D_1^{-1}S_1^{-1}$ 和新的参数矩阵 $\theta = P\Theta$ 和 $\phi = c_1z_1 + d_1z_1 + \xi_{v,2}$, 其中 $c_1, d_1 > 0$ 是设计参数. 记 $\hat P, \hat\lambda_k, \hat\theta$ 分别为 P, λ_k 和 θ 的估计, 选取

$$\alpha_1 = -\hat P\phi - \sum_{k=2}^r\gamma_k\hat\lambda_k - \hat\theta\overline{\omega},$$

则

$$S_1^{-1}\mathring z_1 = -S_1^{-1}c_1z_1 - S_1^{-1}d_1z_1 + D_1z_2 + D_1\tilde P\phi + D_1\sum_{k=2}^r\gamma_k\tilde\lambda_k + D_1\tilde\theta\overline\omega + S_1^{-1}\epsilon_2 + S_1^{-1}(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1, \tag{8}$$

其中: $\tilde\theta = \theta - \hat\theta$, $\tilde P = P - \hat P$, $\tilde\lambda_k = \lambda_k - \hat\lambda_k$. 由 A_c 稳定, S_1^{-1} 为正定阵, 故存在正定阵 $P_1 \in R^{rv\times rv}$ 使得 $P_1A_c + A_c^TP_1 = -\mathrm{diag}\{S_1^{-1},\cdots,S_1^{-1}\}$. 选取

$$V_1 = \frac12 \mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T) + \frac12 \mathrm{Tr}(\tilde\theta\tilde\theta^T) + \frac12\mathrm{Tr}(\tilde P\tilde P^T) + \frac1{d_1}\epsilon^TP_1\epsilon + \frac12\sum_{k=2}^r \mathrm{Tr}(\tilde\lambda_k\tilde\lambda_k^T).$$

选取 $\hat\theta, \hat P, \hat\lambda_k$ 的自适应律为

$$\dot{\hat\theta} = D_1z_1\overline\omega^T,\ \dot{\hat P} = D_1z_1\phi^T,$$
$$\dot{\hat\lambda}_k = \gamma_k^TD_1z_1,\ k=2,\cdots,r. \tag{9}$$

则由(6), (8), (9), D_1 为对角阵, 利用

$$-\frac{1}{2d_1}\mathrm{Tr}(S_1^{-1}\epsilon_2\epsilon_2^T) + \mathrm{Tr}(S_1^{-1}\epsilon_2z_1^T) \le \frac{d_1}{2}\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T)$$

得

$$\mathring V_1 \le -c_1\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T) - \frac{d_1}{2}\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T) + \mathrm{Tr}(D_1z_2z_1^T) - \frac1{d_1}\Omega_1(\epsilon) - \frac2{d_1}\epsilon^TP_1(A_p+K)\mu\Delta_m(s)x_1 + \mathrm{Tr}[(S_1^{-1}(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1)z_1^T],$$

其中

$$\Omega_1(\epsilon) = \mathrm{Tr}\left(S_1^{-1}\epsilon_1\epsilon_1^T + \frac12 S_1^{-1}\epsilon_2\epsilon_2^T + \cdots + S_1^{-1}\epsilon_v\epsilon_v^T\right).$$

第 i 步　对 $i = 2,\cdots,\rho-1$, 引入信号 $z_i = v_{m,i} - \alpha_{i-1}$. 类似于文献[4]的式(42)和第 1 步的推导有

$$\mathring z_i = v_{m,i+1} + \beta_i - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}\Theta\omega - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}\epsilon_2 - \delta_i - \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1, \tag{10}$$

其中

$$\delta_i = \left(\mathrm{Tr}\left(\dot{\hat\Theta}\frac{\partial\alpha_{i-1,1}}{\partial\hat\Theta}\right),\cdots,\mathrm{Tr}\left(\dot{\hat\Theta}\frac{\partial\alpha_{i-1,r}}{\partial\hat\Theta}\right)\right)^T,$$

β_i 表示除 $v_{m,i+1}$ 外的所有已知项. 考虑

$$V_i = V_{i-1} + \frac12\mathrm{Tr}(z_iz_i^T) + \frac1{d_i}\epsilon^TP_0\epsilon,$$

其中 $d_i>0$ 是设计参数. 选取

$$\tau_i^T = \tau_{i-1}^T - \Gamma\omega z_i^T\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y},$$

$$\alpha_i = -c_iz_i - d_i\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}\frac{\partial\alpha_{i-1}^T}{\partial y}z_i - z_{i-1} - \beta_i + \frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}\hat\Theta\omega + \hat\delta_i - \sum_{k=2}^{i-1}\sigma_{k,i-1},$$

其中

$$\hat\delta_i = \left(\mathrm{Tr}\left(\tau_i\frac{\partial\alpha_{i-1,1}}{\partial\hat\Theta}\right),\cdots,\mathrm{Tr}\left(\tau_i\frac{\partial\alpha_{i-1,r}}{\partial\hat\Theta}\right)\right)^T,$$

$c_i>0$ 是设计参数. 类似于第 1 步有

$$\begin{aligned}\mathring V_1 \le& -c_1\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T) - \sum_{j=2}^i \mathrm{Tr}(c_jz_jz_j^T) + \mathrm{Tr}(z_{i+1}z_i^T) + \mathrm{Tr}[\tilde\Theta\Gamma^{-1}(\tau_i^T - \dot{\hat\Theta}^T)] + \\ &\sum_{j=2}^i \mathrm{Tr}(\tilde\delta_jz_j^T) - \sum_{j=3}^i\sum_{k=2}^{j-1}\mathrm{Tr}(\sigma_{k,j-1}z_j^T) - \frac1{d_1}\Omega_1(\epsilon) - \sum_{j=2}^i\frac1{d_j}\Omega(\epsilon) - \\ &\frac2{d_1}\epsilon^TP_1(A_p+K)\mu\Delta_m(s)x_1 - \sum_{j=2}^i\frac2{d_j}\epsilon^TP_0(A_p+K)\mu\Delta_m(s)x_1 + \\ &\mathrm{Tr}[(S_1^{-1}(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1)z_1^T] - \sum_{j=2}^i \mathrm{Tr}\left[\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}(A_{v-1}+sI_r)\mu\Delta_m(s)\times x_1\right)z_j^T\right] - \\ &\frac{d_1}{2}\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^T) - \sum_{j=2}^i\frac{d_j}{2}\mathrm{Tr}\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}\frac{\partial\alpha_{i-1}^T}{\partial y}z_jz_j^T\right),\end{aligned} \tag{11}$$

其中 $\tilde\delta_j = \hat\delta_j - \delta_j \in R^r$ 的第 i 个元素为

$$\mathrm{Tr}\left[(\tau_j - \dot{\hat\Theta})\frac{\partial\alpha_{i-1,i}}{\partial y}\right].$$

第 ρ 步　定义 $z_\rho = v_{m,\rho} - \alpha_{\rho-1}$. 类似于(10)的

推导有

$$\mathring{z}_\rho = u + \beta_\rho - \frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}\Theta\omega - \frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}\epsilon_2 - \delta_\rho - \frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}(A_{v-1} + sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1, \quad (12)$$

其中

$$\delta_\rho = \left[\mathrm{Tr}\left(\dot{\hat{\Theta}}\frac{\partial\alpha_{\rho-1,1}}{\partial\hat{\Theta}}\right), \cdots, \mathrm{Tr}\left(\dot{\hat{\Theta}}\frac{\partial\alpha_{\rho-1,r}}{\partial\hat{\Theta}}\right)\right]^{\mathrm{T}},$$

β_ρ 表示除 u 之外的所有已知项. 选取类 Lyapunov 函数

$$V_\rho = V_{\rho-1} + \frac{1}{2}\mathrm{Tr}(z_\rho z_\rho^{\mathrm{T}}) + \frac{1}{d_\rho}\epsilon^{\mathrm{T}} P_0 \epsilon \quad (13)$$

$\hat{\Theta}$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\Theta}}^{\mathrm{T}} = \tau_\rho^{\mathrm{T}} = \tau_{\rho-1}^{\mathrm{T}} - \Gamma\omega z_\rho^{\mathrm{T}}\frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}. \quad (14)$$

控制律 u 为

$$u = -c_\rho z_\rho - d_\rho\frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}\frac{\partial\alpha_{\rho-1}^{\mathrm{T}}}{\partial y}z_\rho - z_{\rho-1} - \beta_\rho + \frac{\partial\alpha_{\rho-1}}{\partial y}\hat{\Theta}\omega + \hat{\delta}_\rho - \sum_{k=2}^{r}\left(u_k\begin{bmatrix} I_{k-1} \\ 0_{r-k+1,k-1}\end{bmatrix}\hat{\lambda}_k\right) - \sum_{k=2}^{\rho-1}\sigma_{k,\rho-1} - v_{m,\rho-1}, \quad (15)$$

其中: $c_\rho, d_\rho > 0$ 为设计参数;

$$\hat{\delta}_\rho = \left[\mathrm{Tr}\left(\tau_\rho\frac{\partial\alpha_{\rho-1,1}}{\partial\hat{\Theta}}\right), \cdots, \mathrm{Tr}\left(\tau_\rho\frac{\partial\alpha_{\rho-1,r}}{\partial\hat{\Theta}}\right)\right]^{\mathrm{T}};$$

u_k 表示 u 的第 k 个分量. 类似于第 i 步有

$$\begin{aligned}\mathring{V}_\rho \leq & -c_1\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^{\mathrm{T}}) - \sum_{j=2}^{\rho}\mathrm{Tr}(c_jz_jz_j^{\mathrm{T}}) - \\ & \frac{1}{d_1}\Omega_1(\epsilon) - \sum_{j=2}^{\rho}\frac{1}{d_j}\Omega(\epsilon) - \\ & \frac{d_1}{2}\mathrm{Tr}(S_1^{-1}z_1z_1^{\mathrm{T}}) - \\ & \sum_{j=2}^{\rho}\frac{d_j}{2}\mathrm{Tr}\left(\frac{\partial\alpha_{j-1}}{\partial y}\frac{\partial\alpha_{j-1}^{\mathrm{T}}}{\partial y}z_jz_j^{\mathrm{T}}\right) - \\ & \frac{2}{d_1}\epsilon^{\mathrm{T}}P_1(A_p + K)\mu\Delta_m(s)x_1 - \\ & \sum_{j=2}^{\rho}\frac{2}{d_j}\epsilon^{\mathrm{T}}P_0(A_p + K)\mu\Delta_m(s)x_1 + \\ & \mathrm{Tr}[(S_1^{-1}(A_{v-1} + sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1)z_1^{\mathrm{T}}] - \\ & \sum_{j=2}^{\rho}\mathrm{Tr}\left[\left(\frac{\partial\alpha_{i-1}}{\partial y}(A_{v-1} + sI_r)\mu\Delta_m(s)x_1\right)z_j^{\mathrm{T}}\right].\end{aligned} \quad (16)$$

5 主要结果

引入相似变换

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_\rho \\ \zeta\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{\rho r} & 0 \\ & T\end{bmatrix}x, \quad (17)$$

其中: $\zeta = Tx$, $E_1' = e_1 \otimes I_r$, e_1 为 R^m 空间的第 1 个坐标向量,

$$I_{\rho r} = \mathrm{diag}\{I_r, \cdots, I_r\} \in \mathrm{R}^{\rho r\times\rho r},$$

$$T = [A_b^{\rho}E_1', \cdots, A_bE_1', I_{mr}] \in \mathrm{R}^{mr\times vr},$$

$$A_b = \begin{bmatrix} -B_{m-1}B_m^{-1} & I_r & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -B_1B_m^{-1} & 0 & \cdots & I_r \\ -B_0B_m^{-1} & 0 & \cdots & 0\end{bmatrix}.$$

由(3), 类似于文献[1]的式(10.132)易证

$$T\tilde{\omega} = 0, TA = A_bT + TA^{\rho}\begin{bmatrix} 0 \\ B_pB_m^{-1}\end{bmatrix}E_1^{\mathrm{T}}.$$

由(2)和(17)知 $\mathring{\zeta} = A_b\zeta + B_bx_1$, 其中

$$B_b = T\left[A^{\rho}\begin{bmatrix} 0 \\ B_pB_m^{-1}\end{bmatrix} + A_p\right].$$

引入 $\bar{\zeta}$ 满足 $\mathring{\bar{\zeta}} = A_b\bar{\zeta}$, 定义 $\tilde{\zeta} = \zeta - \bar{\zeta}$, 则

$$\dot{\tilde{\zeta}} = A_b\tilde{\zeta} + B_bx_1. \quad (18)$$

定义 $\mathring{\eta} = A_c\eta + E_vy$, 由(4)易得 $\xi_i = A_c^i\eta$ 引入 $\bar{\eta}$ 满足 $\mathring{\bar{\eta}} = A_c\bar{\eta}$, 定义 $\tilde{\eta} = \eta - \bar{\eta}$, 则

$$\dot{\tilde{\eta}} = A_c\tilde{\eta} + E_vz_1. \quad (19)$$

由假设 A4 知 $\Delta_m(s)x_1$ 的状态空间实现为

$$\begin{cases}\mathring{h} = A_1h + B_hx_1, \\ \Delta_m(s)x_1 = (I_r, 0, \cdots, 0)h,\end{cases} \quad (20)$$

且 A_1 为稳定矩阵. 定义状态向量

$$\chi = [z^{\mathrm{T}}, \epsilon^{\mathrm{T}}, \tilde{\eta}^{\mathrm{T}}, \tilde{\zeta}^{\mathrm{T}}, h^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}.$$

定理 1 考虑由多变量系统(1), 滤波器(4), 状态观测器(5), 自适应律(9), (14)和控制律(15)组成的自适应控制系统. 若假设条件 A1～A4 成立, 则一定存在正常数 μ^*, 使得对于任意 $\mu \in [0, \mu^*)$,

1) 闭环系统的所有信号都一致有界;

2) 系统输出满足 $\lim_{t\to\infty}\| y(t) \| = 0$.

证明 由假设 A2 及(18)知 A_b 是稳定的. 因 A_1 也是稳定的, 故存在 $P_b, Q_1 > 0$ 分别满足 $P_bA_b + A_b^{\mathrm{T}}P_b = -I$, $Q_1A_1 + A_1^{\mathrm{T}}Q_1 = -I$. 引入 Lyapunov 函数

$$V = V_\rho + \frac{1}{k_\eta}\tilde{\eta}^{\mathrm{T}}P_0\tilde{\eta} + \frac{1}{k_\zeta}\tilde{\zeta}^{\mathrm{T}}P_b\tilde{\zeta} + qh^{\mathrm{T}}Q_1h.$$

由(8), (16), (18)～(20), 利用文献[5]中处理未建模动态项的方法, 经过推导易得 $\mathring{V} \leq (-\alpha + l_7\mu^2 + l_8\mu^4)\|\chi\|^2$, 其中 α, l_1 和 l_2 是某些可计算的常数. 取 $\mu_1^* = \left(\frac{-l_1 + \sqrt{l_1^2 + 4l_2\alpha}}{2l_2}\right)^{1/2}$, 显然对于 $\forall\mu \in [0,$

μ_1^*), $z_1, \cdots, z_\rho$, $\theta, \tilde{P}, \epsilon, \tilde{\Theta}, \tilde{\lambda}_k, \eta, \zeta_h \in L_\infty$. 采用文[5]中定理 1 的方法即可证得定理 1. □

6 结　　语

针对含有输入未建模动态的一类MIMO 系统, 在高频增益矩阵的顺序主子式的符号已知的前提下, 给出了多变量自适应反推控制器的设计和分析. 但仍有一些问题值得深入研究, 比如如何找出更多的矩阵分解形式, 比较各种分解对参数化系统模型和设计控制器的优缺点; 如何在更弱的条件下设计和分析多变量自适应反推控制器等.

参考文献(References)

[1] Krstic M, Kanellakopoulos I, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: Wiley, 1995.

[2] Ling Y, Tao G. Adaptive Backstepping Control Design for Linear Multivariable Plant[A]. *Proc of IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Kobe, 1996: 2438-2443.

[3] Imai A K, Costa R R, Hsu L, et al. Multivariable MRAC Using High Frequency Gain Matrix Factorization[A]. *Proc of 40th IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Orlando, 2001: 1193-1198.

[4] Costa R R, Hsu L, Imai A K, et al. Adaptive Backstepping Control Design for MIMO Plants Using Factorization[A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Archorage, 2002: 4601-4606.

[5] Wu Z J, Xie X J, Zhang S Y. Robust Decentralized Adaptive Stabilization for a Class of Interconnected Systems with Unmodeled Dynamics [J]. *Int J of Systems Science*, 2004, 35(7): 389-404.

(上接第 1359 页)

[2] Banerjee M, Kundu M K. Content Based Image Retrieval with Fuzzy Geometrical Features [A]. *Proc of the 12th IEEE Int Conf on Fuzzy Systems* [C]. St. Louis, 2003, 2: 932-937.

[3] Wu J K, Ang Y H, Lam P C, et al. Facial Image Retrieval, Identification, and Inference System [A]. *Proc of the 1st ACM Int Conf on Multimedia* [C]. Anaheim, 1993: 47-55.

[4] Pass G, Zabih R. Histogram Refinement for Content-based Image Retrieval [A]. *Proc of the 3rd IEEE Workshop on Applications of Computer Vision* [C]. Sarasota, 1996: 96-102.

[5] Colombo C, Del Bimbo A, Genovesi I. Interactive Image Retrieval by Color Distributions [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Multimedia Computing and Systems* [C]. Texas, 1998: 255-258.

[6] Clinque L, Ciocca G, Levialdi S, et al. Color-based Image Retrieval Using Spatial-chromatic Histograms [J]. *Image and Vision Computing*, 2001, 19(13): 879-986.

[7] Qian R J, Van Beek P J L, Sezan M I. Image Retrieval Using Blob Histograms [A]. *IEEE Int Conf on Multimedia and Expo* [C]. New York, 2000, 1: 125-128.

[8] Lim S, Lu G. Spatial Statistics for Content Based Image Retrieval [A]. *Proc of IEEE Int Conf on Information Technology: Computers and Communications* [C]. Las Vegas, 2003: 159-155.

[9] Chan Y K, Chen C Y. Image Retrieval System Based on Color-complexity and Color-spatial Features [J]. *J of Systems and Software*, 2004, 71(1-2): 65-70.

[10] 曹莉华, 柳伟, 李国辉. 基于多种主色调的图像检索算法研究与实现[J]. *计算机研究与发展*, 1999, 36(1): 96-100.

[11] Ezer N, Anarim E, Sankur B A. Comparative Study of Moment Invariants and Fourier Descriptors in Planar Shape Recognition [A]. *Proc of the 7th Mediterranean Electro Technical Conf* [C]. Antalya, 1994: 242-245.

(上接第 1364 页)

[10] 缪国平. 帆船运动的力学原理[J]. *力学与实践*, 1994, 16(1): 7-18.
(Miu G P. Dynamics Theory for Steering a Sailboat [J]. *Lixue Yu Shijian*, 1994, 16(1): 7-18.)

[11] Flay R G J, Vuletich I J. Development of a Wind Tunnel Test Facility for Yacht Aerodynamic Studies [J]. *J of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 1995, (58): 231-258.

[12] 庄晓东, 孟庆春, 殷波, 等. 动态环境中基于模糊概念的机器人路径搜索方法[J]. *机器人*, 2001, 23(5): 397-399.
(Zhuang X D, Meng Q C, Yin B, et al. A Method of Robot's Path Searching in Dynamic Environment Based on Fuzzy Concept[J]. *Robot*, 2001, 23(5): 397-399.)

[13] 田清钧. 帆板运动的力学探讨[J]. *天津师大学报*, 1996, 16(2): 26-29.
(Tian Q J. A Mechanical Analysis of Headwind Sailing[J]. *J of Tianjin Normal University*, 1996, 16(2): 26-29.)