

文章编号: 1001-0920(2005)02-0207-03

统一混沌系统的自适应控制同步

孙克辉, 陈志盛, 张泰山

(中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘要: 基于 Pecora-Carroll 混沌同步原理和参数自适应控制策略, 提出一种单参数统一混沌系统的自适应同步控制方法; 推导出实现不同参数、不同初值的两统一混沌系统同步的参数自适应控制律和同步条件; 研究了确定控制常数边界和范围的方法, 并讨论了控制常数对同步性能的影响。理论分析和数值仿真表明, 选择合适的控制常数, 可实现两统一混沌系统的大范围渐近稳定同步。

关键词: 统一混沌系统; 混沌同步; 自适应控制; 条件 Lyapunov 指数

中图分类号: TP27 **文献标识码:** A

Adaptive control synchronization of a unified chaotic system

SUN Ke-hui, CHEN Zhi-sheng, ZHANG Tai-shan

(School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China
Correspondent: SUN Ke-hui, Email: kehui@mail.csu.edu.cn)

Abstract: Based on Pecora-Carroll synchronization principle and parameter adaptive control method, the adaptive synchronization method for the unified chaotic system with a single parameter is proposed. The synchronization control law and conditions are presented. The synchronization area of the control constants and the relations between the control constants and the system synchronization performances are discussed. The theoretical studies and simulations show that the chaotic system is global asymptotic synchronization through choosing suitable control constants.

Key words: unified chaotic system; chaos synchronization; adaptive control; condition Lyapunov exponent

1 引言

随着 Pecora 和 Carroll 驱动-响应同步方法的提出^[1], 混沌同步及其在保密通信、信息科学、生物医学、工程等领域的应用引起了人们的广泛兴趣^[1~8]。至今, 人们已提出了各种不同的混沌控制与混沌同步方法。因自适应控制方法在电子学领域中应用极广, 有较成熟的理论和应用基础, 所以自适应同步方法是人们关注的一个重要研究方向。最近, 吕金虎等人提出了统一混沌系统^[2], 它为混沌控制和同步以及保密通信的研究提供了一个新的研究模型。文献[3]研究了统一混沌系统的脉冲控制同步方法。

本文则用自适应同步方法研究统一混沌系统

的同步问题, 通过对自适应控制律和控制参数的选择, 实现了统一混沌系统的同步控制, 并对其同步性能与控制参数的关系进行了讨论。

2 统一混沌系统模型

2002年, 吕金虎等人提出了一个新的混沌系统, 该系统将 Lorenz 吸引子和 Chen 吸引子连接起来, 而文献[4]提出的 Lü 系统只是它的一个特例, 故文献[2]称其为统一混沌系统。统一混沌系统的数学模型可写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = (25\alpha + 10)(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = (28 - 35\alpha)x_1 - x_1x_3 + (29\alpha - 1)x_2, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - (8 + \alpha)x_3/3, \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2004-01-11; 修回日期: 2004-07-12

基金项目: 湖南省自然科学基金项目(01JJY2110)。

作者简介: 孙克辉(1968—), 男, 湖南益阳人, 副教授, 从事混沌同步及其保密通信的研究; 张泰山(1938—), 男, 福建南安人, 教授, 博士生导师, 从事混沌理论及应用、模糊控制等研究。

其中系统参数 $\alpha \in [0, 1]$ 统一混沌系统是一个由单参数控制的连续混沌系统, 具有统一性和全域性混沌特性。系统只用一个参数 α 就可以控制整个系统, 根据 Vaněček 和 Čelikovsky 的定义^[5], 当 $\alpha \in [0, 0.8)$ 时, 统一系统属于广义 Lorenz 系统; 当 $\alpha \in (0.8, 1]$ 时, 统一系统属于广义 Chen 系统; 而当 $\alpha = 0.8$ 时, 统一系统属于 Lü 系统。统一系统具有连接 Lorenz 系统和 Chen 系统的重要作用, 当 α 由零逐渐增加到 1 时, 系统也由广义的 Lorenz 系统逐渐过渡到广义的 Chen 系统, 具有统一性。系统参数 α 在 $[0, 1]$ 范围内的最大 Lyapunov 指数均大于零, 其最大 Lyapunov 指数随 α 变化的曲线如图 1 所示, 具有全域性混沌特性。统一混沌系统在保密通信领域具有广泛应用前景^[6]。

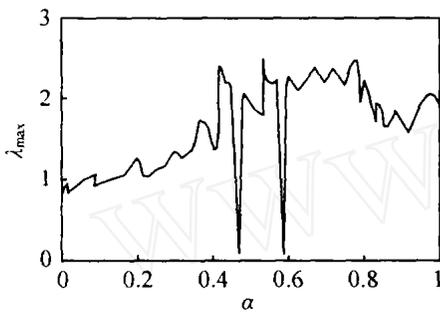


图1 统一混沌系统的最大 Lyapunov 指数随 α 变化的响应曲线

3 统一混沌系统的自适应同步

3.1 自适应控制同步原理

若有一自治系统

$$\dot{y} = f(y, \alpha), \quad (2)$$

状态变量 $y \in R^n, \alpha \in R^m$, 非线性函数 $f: R^{n+m} \rightarrow R^n$.

y 从某个初值出发并在确定的参数 α^* 下作自由演化, 在 R^n 中得到一条轨道 $O(y)$, 称为期望轨道或参考轨道, 产生该轨道的系统(2)称为目标系统或参考系统。

对于另一参数未知、初值不同的同类自治系统

$$\dot{x} = f(x, \alpha), \quad (3)$$

状态变量 $x \in R^n$, 可得到的系统参数 $\alpha \in R^m$, 非线性函数 $f: R^{n+m} \rightarrow R^n$. x 从某个初值出发并在未知参数 α 下作自由演化, 在 R^n 中得到一条轨道 $O(x)$, 系统(3)称为受控系统或响应系统。

自适应控制同步法就是在目标系统变量 y 的驱动下, 对系统(3)可得到的参数引进一种自适应控制机制, 使系统(3)从任意初值出发的轨道 $O(x)$ 跟随目标系统轨道 $O(y)$ 演化。若有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x - y\| = 0$ 成立, 则称受控系统 with 目标系统实现了同步。

一般地, 对参数 α_j 引入控制律^[7]

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_j &= -\epsilon \left[h[(x_i - y_i), \text{sgn}\left[\frac{df_i}{d\alpha_j}\right]] - \right. \\ &\quad \left. \delta g(\alpha_j - \alpha_j^*) \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $i = 1, 2, \dots, L, L = n; j = 1, 2, \dots, k, k = m$; α_j^* 为相应于目标系统的参数 α_j 的值; ϵ 和 δ 为大于零的常数; x_i 相应于 α_j 参数下的整个演化方程中的变量; 函数 $h(\cdot, \cdot)$ 为 $(x_i - y_i)$ 的连续函数; $g(\cdot)$ 为 $(\alpha_j - \alpha_j^*)$ 的连续函数; 函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 表示 $df_i/d\alpha_j$ 符号。

根据 Pecora-Carroll 混沌同步原理, 采用参数控制律(4), 改变 ϵ 和 δ , 使系统(2)与式(4)在驱动变量 y 输入下的组合系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, \alpha), \\ \dot{\alpha}_j = -\epsilon \left[h[(x_i - y_i) - \text{sgn}\left[\frac{df_i}{d\alpha_j}\right]] - \right. \\ \quad \left. \delta g(\alpha_j - \alpha_j^*) \right] \end{cases} \quad (5)$$

满足所有条件 Lyapunov 指数均小于零, 即可实现两系统的同步控制。其中: $i = 1, 2, \dots, L, L = n; j = 1, 2, \dots, k, k = m$ 。

3.2 控制律与控制参数的选择

式(4)仅给出了一般的参数控制律, 并没有对 h 和 g 的选择作出具体的说明; 组合系统的所有条件 Lyapunov 指数小于零仅是对混沌系统实现同步控制的充分条件。因此, 为实现单参数统一混沌系统的同步控制, 有必要作进一步的讨论。

选择控制律中的函数形式为

$$h[(x_i - y_i), \text{sgn}\left(\frac{df_i}{d\alpha_j}\right)] = (x_i - y_i) \text{sgn}\left(\frac{df_i}{d\alpha_j}\right), \quad (6)$$

$$g(\alpha_j - \alpha_j^*) = (\alpha_j - \alpha_j^*), \quad (7)$$

则可控参数自适应控制律变为

$$\dot{\alpha}_j = -\epsilon (x_i - y_i) \text{sgn}\left(\frac{df_i}{d\alpha_j}\right) - \delta(\alpha_j - \alpha_j^*). \quad (8)$$

由式(8)可知, 受控参数的变化依赖于两个因素: 1) 式(3)的状态变量 x 与期望轨道的相应变量 y 之差 $(x_i - y_i)$; 2) 受控参数的值与期望轨道相应的参数值之差 $(\alpha_j - \alpha_j^*)$ 。

对于单参数统一混沌系统, 为实现同步控制, 对可得到的单参数 α 采用由式(8)给出的自适应控制律进行控制。即

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= -\epsilon [(x_1 - y_1) \text{sgn}(25(x_2 - x_1)) + \\ &\quad (x_2 - y_2) \text{sgn}(-35x_1 + 29x_2) + \\ &\quad (x_3 - y_3) \text{sgn}(-x_3/3)] - \delta(\alpha - \alpha^*). \end{aligned} \quad (9)$$

实现两个不同参数的统一混沌系统同步的充分条件是由式(1)与(9)组成的组合系统的最大条件 Lyapunov 指数(CLE)小于 0。同步控制原理框图如图 2 所示。

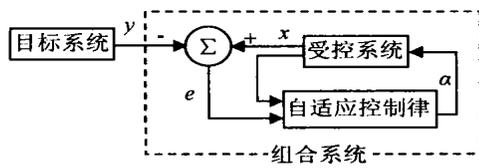


图 2 统一混沌系统参数自适应同步控制原理框图

3.3 控制常数边界与范围的确定

根据以上分析可知,若如式(9)所示的参数自适应控制律确定后, ϵ 和 δ 的大小便成了能否实现统一混沌系统同步的关键,其变化范围可通过数值计算和理论分析两种方法确定

数值算法主要通过计算由式(1)和(9)组成的组合系统的条件Lyapunov指数为负来确定 ϵ 和 δ 的取值范围;由组合系统最大条件Lyapunov指数为零来确定常数 ϵ 和 δ 的边界

理论分析法描述如下:设参考系统处于平衡点状态,并令 $y = y^*$ 为参考系统的平衡点, α^* 为相应于 y^* 的参数,因此 α^*, y^* 满足 $f(y^*, \alpha^*) = 0$ 显然,实现控制的最基本要求是组合系统在 y^* 的邻域内线性化系统是稳定的,即应保证组合系统的 Jacobi 矩阵的所有特征值都具有负实部,或 Jacobi 矩阵的特征多项式是 Hurwitz 多项式,从而求出控制常数 ϵ 和 δ 的范围。这里,组合系统的 Jacobi 矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & b \\ 28 - 35\alpha - x_3 & 29\alpha - 1 & -x_1 & c \\ x_2 & x_1 & d & e \\ -\epsilon \operatorname{sgn}(b) & -\epsilon \operatorname{sgn}(c) & -\epsilon \operatorname{sgn}(e) & -\delta \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中: $a = 25\alpha + 10, b = 25(x_2 - x_1), c = -35x_1 + 29x_2, d = -(8 + \alpha)/3, e = -x_3/3$ 显然,由于 Jacobi 矩阵中不仅含有变量,还含有符号函数,求出的特征多项式很复杂,据此来确定 ϵ 和 δ 的范围有一定难度。本文采用数值计算方法来确定 ϵ 和 δ 的范围

经过复杂的运算与仿真表明,对统一混沌系统控制参数 α 采用参数控制律,使组合系统的最大 CLE 小于 0,系统总是可控的,即同步控制总是可以实现的;选择合适的控制常数,使响应系统的最大 CLE 远小于 0,则可实现两系统的大范围渐近同步^[8]。通过改变 ϵ 和 δ ,可以改善系统的同步性能

4 系统仿真与结果讨论

当 $\alpha \in [0, 1]$ 时,参考系统处于混沌态。选取受控系统(响应系统)的初态为(10, 10, 10),参考系统(驱动系统)的初态为(-5, -5, -5),参考系统参数 $\alpha^* = 0.3$,响应系统参数初值为 $\alpha(0) = 0.5$

为了考察驱动系统与响应系统的同步效果,设系统的同步误差为 $|e| = [(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2]^{1/2}$,可得如下结论:

1) 从一定偏差开始到达同步所需的平均转变时间 $\bar{\tau}$ 与常数 ϵ 和 δ 以及期望参数 α^* 有关,即

$$\bar{\tau} = \bar{\tau}(\epsilon, \delta, \alpha^*) \quad (11)$$

2) 当 ϵ 一定时, δ 存在一个范围,即存在 δ 的下界 δ_{\min} 和上界 δ_{\max} , $\delta < \delta_{\min}$ 或 $\delta > \delta_{\max}$ 时,不能实现两混沌系统的同步控制。同样,当 δ 一定时, ϵ 存在一个范围,即存在 ϵ 的下界 ϵ_{\min} 和上界 ϵ_{\max} , $\epsilon < \epsilon_{\min}$ 或 $\epsilon > \epsilon_{\max}$ 时,不能实现两混沌系统的同步控制。部分不同期望参数时,可实现同步的 ϵ 和 δ 值,如表 1 所示

表 1 期望参数不同时,可实现同步的 ϵ 和 δ 值

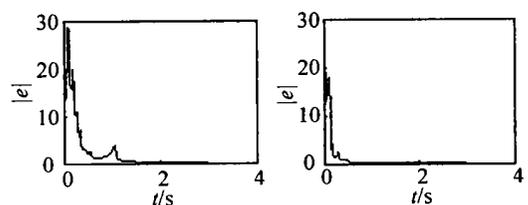
α^*	ϵ	δ	最大 CLE
0	50	161 ~ 297	-1.789 4
	39 ~ 95	230	-1.551 3
0.3	50	145 ~ 328	-2.053 0
	35 ~ 126	230	-4.364 4
0.6	50	170 ~ 267	-4.197 2
	14 ~ 49	230	-2.271 5
0.9	25	195 ~ 340	-1.386 2
	18 ~ 33	230	-1.551 0

3) 当 ϵ 增加时, δ_{\min} 和 δ_{\max} 变大, δ 的范围增加,且增加的幅度较大;同理,当 δ 增加时, ϵ_{\min} 和 ϵ_{\max} 变大, ϵ 的范围增加,但增加幅度很小,如表 2 所示

表 2 $\alpha^* = 0.9$ 时, ϵ 与 δ 的变化关系

ϵ	δ	$\Delta\delta$	δ	ϵ	$\Delta\epsilon$
10	80 ~ 110	30	200	16 ~ 26	10
20	155 ~ 255	100	210	17 ~ 27	10
30	228 ~ 380	150	220	17 ~ 28	11
40	300 ~ 530	230	230	18 ~ 30	12
50	380 ~ 700	320	240	19 ~ 31	12

4) 当 ϵ 一定时,在 δ 范围内, δ 越大,即控制能量越大,则同步性能越好,如图 3 所示;同理,当 δ 一定时,在 ϵ 范围内, ϵ 越大,即控制能量越大,则同步性能越好,如图 4 所示



(a) $\delta = 140$ (b) $\delta = 200$

图 3 $\epsilon = 40$, 不同 δ 时的误差收敛曲线

(下转第 213 页)

初始阶段较常规算法慢,但在后期的进化效率明显高于传统算法,且网络可以持续收敛,直到达到最小误差

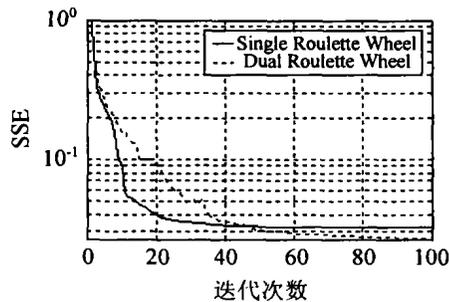


图 4 两种进化方法的比较

5 结 语

两次赌轮法由于多了一次选择,收敛速度较慢采用并行或分布式进行计算,可以大大提高解的速度,甚至可以获得超线性的加速比。但对于任何一种遗传算法而言,寻优的速度都较慢,不适宜在线进行。如果是离线优化,最优先考虑的是全局收敛的可靠性,尤其对于神经网络而言,不同染色体所对应的神经网络的输入输出映射功能可能是等价的,更应避免收敛于局部最优。两次赌轮算法正是基于这个

思想提出的,它能有效防止交叉操作时无效个体的产生,避免陷入“近亲繁殖”中,有利于后期的进化,确保获得全局最优解

参考文献 (References)

- [1] Kenneth O Stanley, Risto M iikkulainen. Evolving neural networks through augmenting topologies [J]. *Evolutionary Computation*, 2002, 10(2): 99-127.
- [2] Radcliffe N J. Genetic set recombination and its application to neural network topology optimization [J]. *Neural Computing and applications*, 1993, 1(1): 67-90.
- [3] Yao X, Liu Y. Evolving artificial neural networks through evolutionary programming [A]. *Presented at the Fifth Annual Conf on Evolutionary Programming* [C]. 1996: 257-266.
- [4] 张晓文, 杨煜普, 许晓鸣. 神经网络隐层作用的机理分析[J]. *华东理工大学学报*, 2002, 28(S): 24-26. (Zhang X W, Yang Y P, Xu X M. A analysis on hidden layer of neural network [J]. *J of East China University of Science and Technology*, 2002, 28(S): 24-26.)
- [5] Thimm G, Fiesler E. From natural to artificial neural computation [A]. *Int Workshop on Artificial Neural Networks* [C]. Malaga-Torremolinos, 1995: 535-542.

(上接第 209 页)

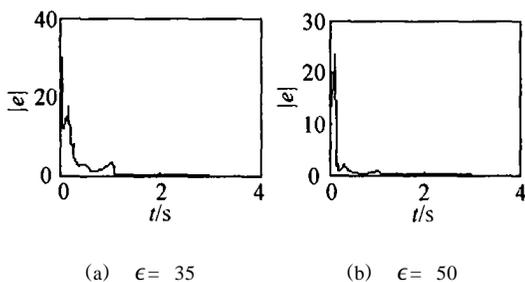


图 4 $\delta = 220$, 不同 ϵ 时的误差收敛曲线

5 结 论

本文采用参数自适应控制方法,对单参数统一混沌系统的同步问题进行了研究。只要合理选择参数自适应控制律中的控制常数,组合系统总是可控的;在能实现同步控制的控制参数范围内,选择控制参数可以改善同步性能,一般,控制能量越大,同步暂态过程越短,同步单调性越好。有关该同步控制方法的鲁棒性及保密通信应用,将是作者下一步的工作。

参考文献 (References)

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(8): 821-

824

- [2] Lü J H, Chen G R, Zhang S C. Dynamical analysis of a new chaotic attractor coined [J]. *Int J of Bifurcation and chaos*, 2002, 12(5): 1001-1015.
- [3] Chen S H, Yang Q, Wang C P. Impulsive control and synchronization of unified chaotic system [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 20(4): 751-758.
- [4] Lü J H, Chen G R. A new chaotic attractor coined [J]. *Int J of Bifurcation and Chaos*, 2002, 12(3): 659-661.
- [5] Vaneček A, Čelikovsky S. *Control systems: From linear analysis to synthesis of chaos* [M]. London: Prentice-Hall, 1996.
- [6] Lu J A, Wu X Q, Lü J H. Synchronization of a unified chaotic system and the application in secure communication [J]. *Physics Letters A*, 2002, 305: 365-370.
- [7] Jolly K, John, Amritkar R E. Synchronization of unstable orbits using adaptive [J]. *Physica E*, 1994, 49: 4843-4848.
- [8] He R, Vaidya P G. Analysis and synthesis of synchronous periodic and chaotic system [J]. *Physical Review A*, 1992, 46(12): 7387-7392.