

文章编号: 1001-0920(2005)02-0132-05

基于遗传算法的混合 H_2/H 状态反馈控制器

潘伟^{1,2}, 王学勇², 井元伟¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 沈阳炮兵学院 电子侦察系, 辽宁 沈阳 110162)

摘要: 提出了应用遗传算法设计混合 H_2/H 状态反馈控制器的一种方法. 通过遗传算法对 H 控制器进行 H_2 性能优化, 从而设计出鲁棒性强并满足系统性能要求的混合 H_2/H 状态反馈控制器. 该方法采用实数编码、排序选择与最佳个体保存相结合的选择算子、实值中间重组的交叉算子和实值变异的变异算子, 并在适应度函数中添加惩罚约束. 对国产某型飞机进行仿真, 结果表明得到的混合 H_2/H 状态反馈控制器具有良好的 H 性能和 H_2 性能.

关键词: H_2 控制; H 控制; 混合 H_2/H 状态反馈控制器; 遗传算法; 实值编码

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Mixed H_2/H state feedback controllers based on genetic algorithm

PAN Wei^{1,2}, WANG Xue-yong², JIN Yuan-wei¹

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2. Department of Electric Detection, Shenyang College of Artillery, Shenyang 110162, China. Correspondent: PAN Wei, E-mail: pan.w@126.com)

Abstract: A general approach is proposed to design mixed H_2/H state feedback controllers by genetic algorithm. The mixed H_2/H state feedback controllers with robustness and better system performance are designed through making H controllers have H_2 optimization by GA. In the method, The code is float, the selection operator is rank-based fitness assignment and elitist model, the crossover operator is real valued recombination, and the mutation operator is real mutation. The penalty constrain is added to the fitness function. The simulation results show that mixed H_2/H state-feedback controllers have not only better H performance but also better H_2 performance.

Key words: H_2 control; H control; mixed H_2/H state feedback controllers; genetic algorithm; float code

1 引言

以状态空间模型为基础的现代控制理论已非常完善, 但是难以将其广泛应用于实际系统. 究其原因, 在现代控制理论越来越向严谨化、数学化发展的同时, 人们发现这些方法完全依赖于对被控对象动态特性的精确数学描述. 而对于工程实际问题, 由于存在各种各样的不确定因素, 要建立精确的数学模型非常困难, 而且即使建立了较为准确的数学模型, 模型的参数也不易准确获得. 为了解决这些困难, 产

生了以 H 控制为代表的鲁棒控制理论. 为了保证系统的稳定性, 鲁棒控制器是以牺牲系统性能为代价的. 随着 H 控制理论的发展, 建立在 H 理论基础上的混合 H_2/H 控制(在标准 H 性能约束下进行 H_2 优化设计) 则能较好地处理鲁棒性与系统性能要求之间的关系.

通常情况下, 混合 H_2/H 控制器的设计过程较复杂. 文献 [1, 2] 提出了求解混合 H_2/H 控制器的诱导范数方法; [3] 给出一种凸优化解法, 克服

收稿日期: 2004-02-09; 修回日期: 2004-08-29

基金项目: 国家自然科学基金项目 (69974007); 黑龙江省自然科学基金项目 (F0318).

作者简介: 潘伟 (1975—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 讲师, 博士生, 从事非线性系统的鲁棒控制、遗传算法应用等研究; 井元伟 (1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的对称性、相似性及稳定性等研究.

了必须求解耦合 Riccati 方程的缺陷; [4] 讨论了混合 H_2/H 控制器的极点配置问题; [5] 给出一种混合 H_2/H 控制器的参数化求解算法; [6] 则利用线性矩阵不等式方法, 给出了混合 H_2/H 状态反馈优化控制问题的一个充分条件. 这些方法最终所得的控制器结构复杂, 求解过程繁琐, 系统的保守性不强.

遗传算法(GA)是一种模拟生物进化过程的计算模型. 其主要特点是群体搜索策略和群体中个体之间的信息交换, 搜索不依赖梯度信息, 是一种有效的全局优化搜索算法, 特别适合处理传统寻优方法难以解决的复杂非线性寻优问题^[7]. 因此, 本文提出一种基于遗传算法的混合 H_2/H 状态反馈控制器的设计方法. 首先利用线性矩阵不等式得到多个 γ 值的 γ -次优 H 控制器; 然后通过遗传算法对得到的控制器进行 H_2 性能优化, 从而设计出鲁棒性强且满足系统性能要求的混合 H_2/H 状态反馈控制器.

2 系统描述

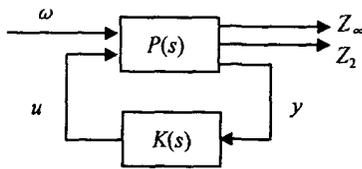


图 1 系统模型

混合 H_2/H 状态反馈控制模型如图 1 所示. 其中: $P(s)$ 是线性时不变系统, K 是状态反馈控制器, ω 是外部输入信号, u 是控制信号, z_1 和 z_2 是感兴趣的输出信号. 系统的状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u, \\ z_1 = C_1x + D_{11}w + D_{12}u, \\ z_2 = C_2x + D_{21}w + D_{22}u. \end{cases} \quad (1)$$

由外部输入 ω 到参考输出 $z = [z_1, z_2]^T$ 的闭环传递函数为

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} T_{z_1w}; \\ T_{z_2w}. \end{bmatrix} \quad (2)$$

混合 H_2/H 状态反馈控制可以表述为: 寻求线性状态反馈控制器 $u = Kx$, 使得在满足 $T_{z_1w} \leq \gamma$ 的条件下, T_{z_2w} 取得极小值, 即

$$\min [T_{z_2w}], \quad \text{s.t. } T_{z_1w} \leq \gamma. \quad (3)$$

在式(3)中, T_{z_2w} 和 T_{z_1w} 都是线性反馈控制器增益 K 的非线性函数, 因而求解困难.

3 混合 H_2/H 状态反馈控制器设计

3.1 以 H 性能设计混合控制器

对于 H 问题存在多种求解方法, 从发展早期

的逼近方法和插值方法到经典的 Riccati 方程法, 以及近年来的线性矩阵不等式求解方法等. 把 H 问题转化为线性矩阵不等式求解, 可用相对直接的矩阵运算来得到控制器, 对系统模型无需过多的限制条件.

由文献[8]可知, 对于系统(1), 当且仅当存在一个对称正定矩阵 X 和矩阵 W , 使得以下的矩阵不等式:

$$\begin{bmatrix} AX + B_1W + (AX + B_1W)^T & B_1 & (C_1X + D_{11}W)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{11}W & D_{11} & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (4)$$

成立, 则 $u = W^*(X^*)^{-1}x$ 是系统(1)的一个状态反馈 H 控制器.

通过将系统模型中的系数矩阵分别乘以一个适当的常数, 可以使得闭环系统具有给定 H 性能 γ , 即 $T_{z_1w} \leq \gamma$. 具有给定 H 性能 γ 的 H 控制器称为系统(1)的 γ -次优 H 控制器.

用 $\gamma^{-1}C_1, \gamma^{-1}D_{11}, \gamma^{-1}D_{12}$ 代替不等式(4)中的矩阵 C_1, D_{11} 和 D_{12} , 并在两边分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{I, I, \gamma I\}$, 可得等价的矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} AX + B_1W + (AX + B_1W)^T & B_1 & (C_1X + D_{11}W)^T \\ B_1^T & -I & D_{11}^T \\ C_1X + D_{11}W & D_{11} & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

当 γ 的取值不同时, 可得到不同的 γ -次优 H 控制器.

3.2 以 H_2 性能优化混合控制器

H_2 性能以追求最优良的性能品质为目的, 而传递函数矩阵的 H_2 范数代表系统在白噪声输入信号激励下的稳态输出方差. 因此 H_2 范数越小, 系统的随机干扰也越小.

对于系统(1), 设计一个状态反馈控制器 $u = Kx$, 则系统的 H_2 性能可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + B_2K)x + B_1w, \\ z_2 = (C_{12} + D_{122}K)x + D_{121}w. \end{cases} \quad (6)$$

从而闭环传递函数

$$T_{wz_2}(s) = (C_{12} + D_{122}K)(sI - A - B_2K)^{-1}B_1 + D_{121} \quad (7)$$

而系统(1)的 H_2 范数为

$$T_{wz_2} = \text{Trace} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} T(j\omega)T^*(j\omega) d\omega \right]^{1/2}. \quad (8)$$

4 遗传算法的求解过程

遗传算法是一类借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机化搜索算法。结合本文所讨论的问题,遗传算法的处理过程如下:

1) 编码: 本文采用实数编码方案^[9], 因为实数编码的精度高, 并且自然、直观。对由 H_1 性能得到的状态反馈控制器的控制率 K 中所有项直接编码, 组成个体 P 。

2) 初始群体的设定: 通过对 H_1 性能 Y 的调整, 得到不同的 Y -次优控制器, 从而得到 N 个个体 $P_j (j = 1, 2, \dots, N)$, 将这 N 个个体组成初始群体。

3) 适应度函数的确定: 适应度函数评估是选择操作的依据, 适应度函数设计直接影响到遗传算法的性能。

对于本文的混合 H_2/H_∞ 问题, 定义适应度函数的目标函数为

$$\varphi = T_{z_2} w_{z_2} \quad (9)$$

混合 H_2/H_∞ 控制是一个约束优化问题, H_1 性能指标是系统的一个约束条件, 在进行遗传优化时, 必须考虑闭环系统稳定性的约束条件, 避免产生不稳定的控制器。闭环系统的稳定性约束为闭环系统极点的最大实部。采用惩罚函数法, 则惩罚函数可取 $\epsilon \times$

m_j , 其中

$$m_j = \begin{cases} 0, & g_j \leq Y_0; \\ 1, & g_j > Y_0. \end{cases} \quad (10)$$

式中: m_j 是规一化的惩罚函数, ϵ 是惩罚系数。在本文中, g_0 为 H_1 性能指标, Y_0 为 H_1 性能指标的最大约束条件; g_1 为 H_2 性能指标, Y_1 为 H_2 性能指标的约束条件——闭环系统的极点的最大实部。当惩罚系数为 0 时, 混合 H_2/H_∞ 控制转化为单一的 H_2 优化控制; 当惩罚系数为较大正数, 并取消 Y_0 约束条件时, 混合 H_2/H_∞ 控制转化为单一的 H_1 最优控制。因而, 式(10)较好地表征了混合 H_2/H_∞ 性能指标, 恰当地选择惩罚系数 ϵ 和性能指标约束, 能有效地处理混合 H_2/H_∞ 优化问题。综上所述, 遗传算法优化的适应度函数为

$$f = M - \left\{ \varphi + \epsilon \times \sum_{j=0,1} m_j \right\}, \quad (11)$$

其中 M 是较大的正数, 以保证适应度值总是正的。

4) 遗传操作的设计

选择: 排序选择 + 最佳个体保存法

选择是从群体中选择优胜个体, 淘汰劣质个体的操作, 目的是把优化的个体遗传到下一代。

排序选择法是指在计算每个个体的适应度后, 根据适应度大小顺序对群体中个体排序, 然后把事

先设计好的概率表按序分配给个体, 作为各自的选择概率。

最佳个体保存法是把群体中适应度最高的个体不进行遗传操作而直接复制到下一代。此方法可以保证某一代的最优解不被破坏。

交叉: 实值中间重组

子个体的产生公式为

子个体 1 =

$$\text{父个体 1} + \alpha \times (\text{父个体 2} - \text{父个体 1}). \quad (12)$$

其中 α 是一个比例因子, 可由 $[-d, 1+d]$ 上均匀分布的随机数产生。一般选择 $\alpha = 0.25$, 可以保证遗传算法的全局搜索能力。

变异: 实值变异

本文中变异步长是在优化过程中根据群体的进化进程自动改变, 具体由下式给出:

$$X = X \pm 0.5L\Delta \quad (13)$$

其中: X 和 X' 分别为变异前和变异后的个体; $\Delta =$

$\sum_{i=0}^m \frac{a(i)}{2^i}$, $a(i)$ 以 $\frac{1}{m}$ 的概率取值 1, 以 $1 - \frac{1}{m}$ 的概率取值 0, 本文设 $m = 20$; L 为各代群体中的个体最大值与最小值之差。

5) 遗传算法的迭代终止条件: 当适应度函数的最大值易知或准最优适应度的下限可以确定时, 一般以发现满足最大值或准最优解作为遗传算法迭代的终止条件。但在混合 H_2/H_∞ 优化问题中, 适应度的最大值并不清楚, 其本身就是搜索的对象, 因此本文采用群体中占一定比例的个体已完全是同一个个体时终止算法迭代。另外, 从实际应用出发, 设置最大进化代数 G 作为迭代终止的另一个条件。

5 仿真例子

国产某型飞机在 $h = 15000$ m, 飞行马赫数为 0.8 时的纵向运动系统描述如式(1), 相应的参数如下^[10]:

$$A = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.03 & 0 & -0.15 \\ -0.73 & 0.377 & 1.0 & 0 \\ 0 & -8.65 & 1.2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -6.58 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 \\ 0 & 0.05 \\ 1 & 1.0 \\ 0 & 1.2 \end{bmatrix},$$

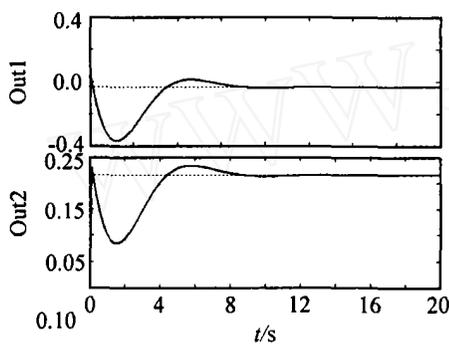
$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 0.05 & 0.02 & 0 & 0 & 1 \\ 0.5 & 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, D_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, D_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

利用本文提出的算法求解混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制器, 参数设定如下: 群体规模 $N = 10$; 最大进化代数 $G = 100$; 交叉概率 $P_c = 0.60$; 变异概率 $P_m = 0.004$ 当 $\gamma = 5$ 时, 设计的状态反馈器可以满足系统的稳定性要求, 所以 γ 均匀取 $0.5 \sim 5$ 的 10 个数值, 进而得到 10 个 γ -次优控制器作为初始群体 $P_j (j = 1, 2, \dots, 10)$. 利用本文算法得到控制器的闭环系统的阶跃响应曲线如图 2 所示

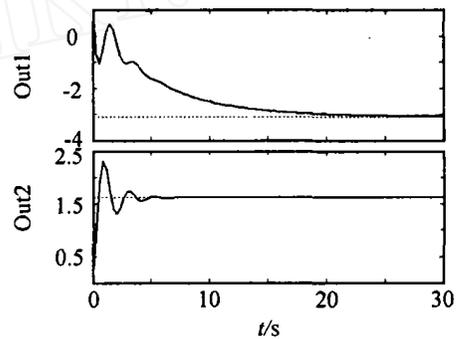


(a) T_{z-w} 的阶跃响应曲线

另外, 分别对系统(1)设计 H_∞ 状态反馈控制器和 H_2 状态反馈控制器, 与本文提出的混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制器进行比较

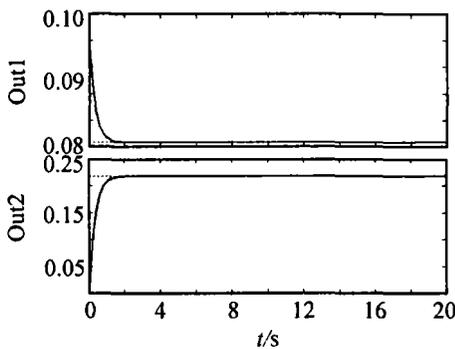
利用 H_∞ 性能和 H_2 性能设计的状态反馈控制器闭环系统的阶跃响应曲线分别如图 3 和图 4 所示

由以上曲线可以发现, 利用 H_∞ 状态反馈控制器得到的 H_∞ 性能良好, 但 H_2 性能却较差; 而利用 H_2 状态反馈控制器得到的 H_2 性能良好, 但 H_∞ 性能却很差; 只有混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制器才能使仿真例子的 H_∞ 性能和 H_2 性能都得到保证, 并且

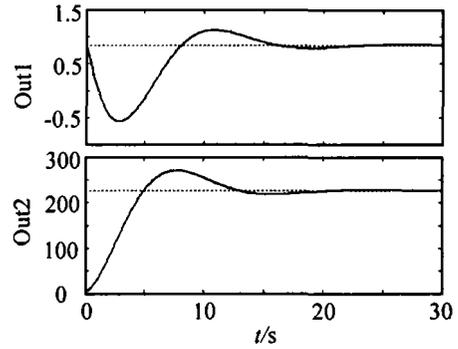


(b) T_{z-w} 的阶跃响应曲线

图 2 混合 H_2/H_∞ 状态反馈控制器

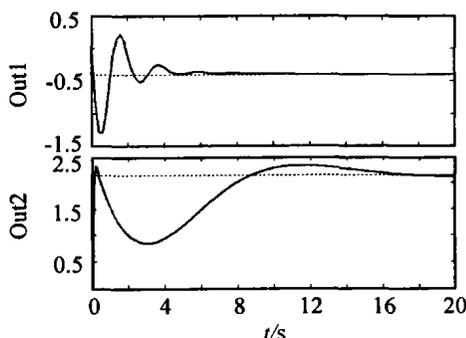


(a) T_{z-w} 的阶跃响应曲线

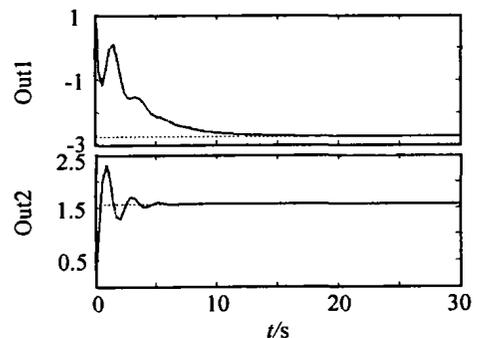


(b) T_{z-w} 的阶跃响应曲线

图 3 H_∞ 状态反馈控制器



(a) T_{z-w} 的阶跃响应曲线



(b) T_{z-w} 的阶跃响应曲线

图 4 H_2 状态反馈控制器

H 性能和 H_2 性能分别与用 H 状态反馈控制器得到的 H 性能和 H_2 状态反馈控制器得到的 H_2 性能基本相同

6 结 语

本文提出一种基于遗传算法的混合 H_2/H 状态反馈控制器的设计方法。首先利用线性矩阵不等式得到多个 γ 值的 γ -次优 H 控制器;然后通过遗传算法对得到的控制器进行 H_2 性能优化,从而设计出鲁棒性强且满足系统性能要求的混合 H_2/H 状态反馈控制器。从仿真结果可以看出,用本文方法设计的混合 H_2/H 状态反馈控制器的 H 性能和 H_2 性能,分别与用 H 状态反馈控制器得到的 H 性能和 H_2 状态反馈控制器得到的 H_2 性能基本相同。

参考文献(References)

- [1] Zhou K. Mixed H_2 and H performance objective I: Robust performance analysis [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(8): 1564-1574
- [2] Doyle J C. Mixed H_2 and H performance objective II: Optimal control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(8): 1575-1587.
- [3] Kargonekar P P. Mixed H_2/H control: A convex optimization approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(7): 834-837.
- [4] 袁立嵩. 具有闭环极点位置约束的 H_2/H 混合控制 [J]. *自动化学报*, 1995, 21(2): 170-177.
(Yuan L S. Mixed H_2/H control for systems with poles in specified region [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(2): 170-177.)
- [5] 潘伟, 米阳, 井元伟. 基于遗传算法的广义离散系统降阶 H 控制器[A]. 2004 中国控制与决策学术年会论文集[C]. 黄山, 2004: 23-26
- [6] 杨冬梅, 张庆灵, 沙成满. 基于LMI的广义系统混合 H_2/H 优化控制[J]. *控制与决策*, 2003, 18(3): 320-323
(Yang D M, Zhang Q L, Sha C M. LMI-based mixed H_2/H optimal control for descriptor systems [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(3): 320-323.)
- [7] Forrest S. Genetic algorithms [A]. *Proc of the Fifth Int Conf on Genetic Algorithms* [C]. San Mateo: Morgan Kaufmann Publishers, 1993: 35-42
- [8] Jwasaki T, Skelton R E. All controller for the general H control problem: LMI existence conditions and state space formulas [J]. *Automatica*, 1994, 30(8): 1307-1371.
- [9] Fogel D B. An introduction to simulated evolutionary optimization [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1994, 5(1): 3-14
- [10] 王进华, 史忠科, 曹力, 等. 混合 H_2/H 鲁棒控制在飞行控制中的应用[J]. *飞行力学*, 2000, 18(4): 68-72
(Wang J H, Shi Z K, Cao L, et al. Application of mixed H_2/H robust control to aircraft [J]. *Flight Dynamics*, 2000, 18(4): 68-72.)

(上接第 131 页)

- [6] Hespanha J P, Liberzon D, Sontag E D. Nonlinear observability and an invariant principle for switched systems [A]. *Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Las Vegas, 2002: 4300-4305
- [7] Chellaboina V, Bhat S P, Haddad W M. An invariance principle for nonlinear hybrid and impulsive dynamical systems [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Chicago, 2000: 3116-3122
- [8] Lin W. Feedback stabilization of general nonlinear control systems: A passive system approach [J]. *System Control Letters*, 1995, 25(1): 41-52
- [9] Byrnes C I, Isidori A, Willems J C. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 36(11): 1228-1240
- [10] Shiriaev A S. The notion of V -detectability and stabilization of invariant sets of nonlinear systems [J]. *System Control Letters*, 2000, 39(5): 327-338
- [11] Shiriaev A S. Stabilization of compact sets for passive affine nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(9): 1373-1379
- [12] Shiriaev A S, Fradkov A L. Stabilization of invariant sets for nonlinear non-affine systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1709-1715
- [13] Bacciotti A, Mazzi L. Stabilization of closed orbits [J]. *System Control Letters*, 1995, 24(2): 97-101
- [14] Sontag E D, Wang Y. On characterizations of the input-to-state stability property [J]. *System Control Letters*, 1995, 24(5): 351-359
- [15] Sontag E D. Smooth Stabilization Implies coprime Factorization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(4): 435-443
- [16] John Lygeros, Johansson K H, Simic S N, et al. Dynamical properties of hybrid automata [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48(1): 2-16
- [17] Ferdinand Verhulst. *Nonlinear differential equations and dynamical systems* [M]. Berlin: Springer, 1996
- [18] Khalil H K. *Nonlinear systems* [M]. 3rd ed. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 2002