第 20 卷 第 2 期 控 制 与 决 策 2005 年 2 月
Vol 20 No. 2 Control and Decision Feb. 2005

文章编号: 1001-0920(2005)02-0142-05

二次型耗散线性离散系统的鲁棒性分析与控制

邵汉永[1,2], 冯纯伯[2]
(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096)

摘　要: 考虑一类不确定离散多变量系统的鲁棒二次型耗散性分析和控制, 其中各不确定参数矩阵具有线性分式形式. 首先对确定系统建立二次型耗散性与正实性之间的等价关系, 由此导出线性系统二次型耗散的充分必要条件; 然后证明不确定系统的鲁棒耗散性分析和控制可转化为确定系统的耗散性分析和设计, 给出了这类不确定系统鲁棒耗散的充分必要条件以及鲁棒耗散控制问题的线性矩阵不等式解法. 所得结果可将 H_∞ 控制与正实控制统一起来, 提供一种较为灵活、保守性较小的系统设计方法. 仿真例子说明了所提方法的有效性.

关键词: 耗散; 耗散控制; 离散系统; 线性矩阵不等式
中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Robust quadratic dissipative analysis and control for discrete-time systems

SHAO Han-yong[1,2], *FENG Chun-bo*[2]
(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2. Institute of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: SHAO Han-yong, E-mail: hanyongshao@163.com)

Abstract: The robust quadratic dissipative control problem for a class of uncertain discrete-time systems is considered where the uncertainties are expressed in a linear fractional form. Equivalence between quadratic dissipativeness and positive realness is established, and necessary and sufficient conditions are derived for linear systems to be strict quadratic dissipative. It is shown that the quadratic dissipative analysis and control of the uncertain systems can be reduced to those of related systems without uncertainties. Necessary and sufficient conditions are obtained for the uncertain systems to be robust quadratic dissipative. The robust quadratic dissipative control problem can be solved using an LMI approach. An example shows the applicability of the proposed approach.

Key words: dissipative; dissipative control; discrete-time systems; LMI

1 引　　言

耗散是系统和控制理论中的一个重要概念, 它在稳定性分析、非线性控制以及自适应控制系统设计等方面有着广泛的应用[1,2], 它是无源概念和 H_∞ 性能的推广. 无源控制和 H_∞ 控制在过去几年已得到了较为广泛的研究[3~7]. 然而无源设计是通过回路相位差小于 180°来实现闭环稳定的, 由于没有利用前向、反馈通道的增益, 所得结果有较大的保守性. 而 H_∞ 控制则通过回路增益小于 1 来达到闭环稳定, 由于没有利用前向、反馈通道的相位信息, 所得结果也有较大的保守性. 基于耗散性分析的综合, 因为既利用了系统的增益又提取了相位信息, 在增益和相位之间进行了较好的折中, 所得结果保守性较小, 因此, 研究系统的耗散性具有重要意义. 文献[8]对线性连续系统进行了耗散性分析和耗散设计, 但目前关于离散系统的耗散性研究较少. 离散系统

收稿日期: 2004-02-26; **修回日期**: 2004-09-28.
基金项目: 国家自然科学基金重点项目(69934010).
作者简介: 邵汉永(1964—), 男, 山东济宁人, 博士生, 从事无源性分析、鲁棒控制等研究; 冯纯伯(1928—), 男, 江苏金坛人, 中国科学院院士, 博士生导师, 从事复杂系统建模与优化、智能系统分析与设计和无源性分析等研究.

在计算机控制、信号处理等方面已有广泛应用, 离散系统的耗散性研究受也到了人们的重视 文献[10]在这方面做了一定的工作, 讨论了确定系统的二次型耗散性及耗散控制

由于不确定性的存在, 研究不确定系统的耗散性十分必要 本文针对范数有界参数不确定线性离散系统进行了鲁棒二次型耗散性分析和综合 首先给出了对象描述以及必要的预备知识, 其中包括线性系统严格二次型耗散的充分必要条件, 这个条件是通过将线性系统的二次型耗散性等价于增广系统的严格正实性得到的; 然后分析鲁棒耗散性, 给出了系统鲁棒耗散的充分必要条件; 最后给出了状态反馈耗散控制, 将不确定系统的鲁棒耗散控制转化为确定系统的耗散设计 仿真示例表明, 本文给出的方法是有效的

2　系统描述及预备知识

考虑如下不确定线性离散系统(Σ_Δ):

$$x(k+1) = A_\Delta x(k) + B_\Delta \omega(k), \tag{1}$$

$$z(k) = C_\Delta x(k) + D_\Delta \omega(k). \tag{2}$$

其中: $x(k) \in R^n$ 为状态, $\omega(k) \in R^q$ 为外部输入, $z(k) \in R^p$ 为输出

$$\begin{bmatrix} A_\Delta & B_\Delta \\ C_\Delta & D_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H \\ H_1 \end{bmatrix} \Delta(k) [E \quad E_1]. \tag{3}$$

式中: A, B, C, D 为标称参数矩阵; H, H_1, E, E_1 为已知矩阵; $\Delta(k) \in R^{i \times j}$ 具有以下形式:

$$\Delta(k) = F(k)[I + JF(k)]^{-1},$$
$$F^{\mathrm{T}}(k)F(k) \le I, J^{\mathrm{T}}J < I. \tag{4}$$

为叙述方便, 以下称式(3) 和(4) 所描述的不确定性为系统(Σ_Δ) 的容许不确定性 本文的任务是对系统(Σ_Δ) 进行耗散性分析和控制 首先回顾以下有关概念和定理

考虑与系统(Σ_Δ) 对应的标称系统(Σ_1):

$$x(k+1) = Ax(k) + B\omega(k), x(0) = 0;$$
$$z(k) = Cx(k) + D\omega(k). \tag{5}$$

系统(Σ_1) 的传递函数为 $G(z) = D + C(zI - A)^{-1}B$, 假设它是可控可观的 现给定实矩阵 $Q \in R^{p \times p}, S \in R^{p \times q}, R \in R^{q \times q}$ 且 $Q = Q^{\mathrm{T}}, R = R^{\mathrm{T}}$. 记 $M(z) = G^*(z)QG(z) + S^{\mathrm{T}}G(z) + G^*(z)S + R$, 则有:

定义 1　假设 A 稳定 称系统(Σ_1) 是关于(Q, S, R) 耗散的, 如果 $M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}) \ge 0, \forall 0 \le \theta < 2\pi$; 称系统($\Sigma_1$) 是关于($Q, S, R$) 严格耗散的(SD), 如果 $M(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}) > 0, \forall 0 \le \theta < 2\pi$ 且 $M(\infty) > 0$.

定义 1 是对线性系统从频域上定义二次型耗散的, 由 Parseval 定理, 它与时域上的定义是一致的[6]. 类似地可定义连续系统的二次型耗散[11]. 耗散是一种临界情形, 参数稍有摄动便可能使系统失去耗散性, 而严格耗散则具有鲁棒性 下面只讨论严格耗散性

系统(Σ_1) 关于(Q, S, R) 的严格耗散性包括扩展严格正实(ESPR) 和 H_∞ 性能等情形 当 $Q = 0, S = I, R = 0$ 时, 系统(Σ_1) 为 ESPR 的[7]; 当 $Q = -I, S = 0, R = I$ 时, 系统(Σ_1) 具有标准的 H_∞ 性能 注意到这两种情况下都有 $Q \le 0$, 所以以下假定 $\overline{Q} = -Q \ge 0$. 易见, 定义 1 从传递函数上描述了二次型耗散系统的特性 下面给出二次型耗散线性系统的状态空间特征 引入(Σ_1) 的增广系统(Σ_2)

$$x(k+1) = Ax(k) + [B \quad 0]\overline{\omega}(k),$$
$$\overline{z}(k) = \begin{bmatrix} S^{\mathrm{T}}C \\ -\overline{Q}^{1/2}C \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} R/2 + S^{\mathrm{T}}D & 0 \\ -\overline{Q}^{1/2}D & I_p/2 \end{bmatrix} \overline{\omega}(k). \tag{6}$$

引理 1　下面的命题等价:

1) 系统(Σ_1) 关于(Q, S, R) 是 SD 的;

2) A 稳定且系统(Σ_2) 是 ESPR 的;

3) 存在 $0 < P \in R^{n \times n}$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & -C^{\mathrm{T}}S & C^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & A^{\mathrm{T}} \\ -S^{\mathrm{T}}C & -D^{\mathrm{T}}S - S^{\mathrm{T}}D - R & D^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & B^{\mathrm{T}} \\ \overline{Q}^{1/2}C & \overline{Q}^{1/2}D & -I & 0 \\ A & B & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \tag{7}$$

证明　系统(Σ_2) 的传递函数矩阵为

$$T(z) = \begin{bmatrix} R/2 + S^{\mathrm{T}}G(z) & 0 \\ -\overline{Q}^{1/2}G(z) & I_p/2 \end{bmatrix},$$

于是, 2) $\Leftrightarrow A$ 稳定且

$$\begin{bmatrix} R + S^{\mathrm{T}}G(z) + G^*(z)S & -G^*(z)\overline{Q}^{1/2} \\ -\overline{Q}^{1/2}G(z) & I_p \end{bmatrix} > 0,$$
$$\forall z = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}, 0 \le \theta < 2\pi, z = \infty;$$

$\Leftrightarrow A$ 稳定且

$$G^*(z)QG(z) + S^{\mathrm{T}}G(z) + G^*(z)S + R > 0,$$
$$\forall z = \mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}, 0 \le \theta < 2\pi, z = \infty;$$

$\Leftrightarrow$1). 2) 与 3) 之间等价可由文献[7] 中的引理 1 得到 □

这里构造了系统(Σ_1) 的增广系统(Σ_2), 建立了(Σ_2) 的正实性与(Σ_1) 的二次型耗散性之间的等价关系, 从而导出了线性系统严格二次型耗散的充分必要条件 3). 文献[7] 中有类似的条件, 但证明过于复杂

3　鲁棒耗散性分析

现考虑系统(Σ_Δ)的耗散性.注意到这是一个不确定系统,需要先明确不确定系统耗散的意义.

定义 2　称系统(Σ_Δ)关于(Q,S,R)为鲁棒严格耗散的(RSD),如果存在$0<P\in R^{n\times n}$使

$$\begin{bmatrix} -P & -C_\Delta^{\mathrm T}S & C_\Delta^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & A_\Delta^{\mathrm T} \\ -S^{\mathrm T}C_\Delta & -D_\Delta^{\mathrm T}S-S^{\mathrm T}D_\Delta-R & D_\Delta^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & B_\Delta^{\mathrm T} \\ \bar{Q}^{1/2}C_\Delta & \bar{Q}^{1/2}D_\Delta & -I & 0 \\ A_\Delta & B_\Delta & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \tag{8}$$

对所有容许不确定性都成立.

根据引理 1,这样定义系统(Σ_Δ)的鲁棒严格耗散是合理的.易见,不确定系统(Σ_Δ)关于(Q,S,R)鲁棒严格耗散必是鲁棒稳定的,而对应的标称系统关于(Q,S,R)为严格耗散的.

为将不确定系统(Σ_Δ)的鲁棒耗散分析转化为确定系统的耗散分析,引入如下增广系统(Σ_ϵ):

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k)+B_\epsilon\bar{\omega}(k) = \\ &Ax(k)+[B\quad \epsilon H]\bar{\omega}(k),\ x(0)=0; \\ \bar{z}(k) &= C_\epsilon x(k)+D_\epsilon\bar{\omega}(k) = \\ &\begin{bmatrix}\epsilon^{-1}E \\ C\end{bmatrix}x(k)+\begin{bmatrix}\epsilon^{-1}E_1 & J \\ D & \epsilon H_1\end{bmatrix}\bar{\omega}(k). \end{aligned} \tag{9}$$

其中$\epsilon>0$待定.记

$$\hat{Q}=\begin{bmatrix}-I & 0 \\ 0 & Q\end{bmatrix},\ \hat{S}=\begin{bmatrix}0 & 0 \\ S & 0\end{bmatrix},$$
$$\hat{R}=\begin{bmatrix}R & 0 \\ 0 & I\end{bmatrix},\ \hat{Q}_-=-\hat{Q}. \tag{10}$$

从而有如下定理:

定理 1　系统(Σ_Δ)关于(Q,S,R)是RSD的充分必要条件为存在$\epsilon>0$使系统(Σ_ϵ)关于$(\hat{Q},\hat{S},\hat{R})$是SD的.

证明　必要性.由定义 2,存在$0<P\in R^{n\times n}$,使

$$\begin{bmatrix} -P & -C_\Delta^{\mathrm T}S & C_\Delta^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & A_\Delta^{\mathrm T} \\ -S^{\mathrm T}C_\Delta & -D_\Delta^{\mathrm T}S-S^{\mathrm T}D_\Delta-R & D_\Delta^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & B_\Delta^{\mathrm T} \\ \bar{Q}^{1/2}C_\Delta & \bar{Q}^{1/2}D_\Delta & -I & 0 \\ A_\Delta & B_\Delta & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

对任意容许不确定性都成立.利用式(3),有

$$\begin{bmatrix} -P & -C^{\mathrm T}S & C^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & A^{\mathrm T} \\ -S^{\mathrm T}C & -D^{\mathrm T}S-S^{\mathrm T}D-R & D^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & B^{\mathrm T} \\ \bar{Q}^{1/2}C & \bar{Q}^{1/2}D & -I & 0 \\ A & B & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix}0 \\ -S^{\mathrm T}H_1 \\ \bar{Q}^{1/2}H_1 \\ H\end{bmatrix}\Delta(k)[E\quad E_1\quad 0\quad 0] - \left(\begin{bmatrix}0 \\ -S^{\mathrm T}H_1 \\ \bar{Q}^{1/2}H_1 \\ H\end{bmatrix}\Delta(k)[E\quad E_1\quad 0\quad 0]\right)^{\mathrm T} < 0.$$

考虑到式(4),由文献[3],有

$$\begin{bmatrix} -P & -C^{\mathrm T}S & C^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & A^{\mathrm T} \\ -S^{\mathrm T}C & -D^{\mathrm T}S-S^{\mathrm T}D-R & D^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & B^{\mathrm T} \\ \bar{Q}^{1/2}C & \bar{Q}^{1/2}D & -I & 0 \\ A & B & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \epsilon^{-1}E^{\mathrm T} \\ -\epsilon S^{\mathrm T}H_1 & \epsilon^{-1}E_1^{\mathrm T} \\ \epsilon\bar{Q}^{1/2}H_1 & 0 \\ \epsilon H & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I & -J^{\mathrm T} \\ -J & I \end{bmatrix}^{-1}\cdot \begin{bmatrix} 0 & -\epsilon H_1^{\mathrm T}S & \epsilon H_1^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & \epsilon H^{\mathrm T} \\ \epsilon^{-1}E & \epsilon^{-1}E_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0.$$

由 Schur 补,有

$$\begin{bmatrix} -P & -C^{\mathrm T}S & 0 & \epsilon^{-1}E^{\mathrm T} & C^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & A^{\mathrm T} \\ -S^{\mathrm T}C & -D^{\mathrm T}S-S^{\mathrm T}D-R & -\epsilon S^{\mathrm T}H_1 & \epsilon^{-1}E_1^{\mathrm T} & D^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & B^{\mathrm T} \\ 0 & -\epsilon H_1^{\mathrm T}S & -I & J^{\mathrm T} & \epsilon H_1^{\mathrm T}\bar{Q}^{1/2} & \epsilon H^{\mathrm T} \\ \epsilon^{-1}E & \epsilon^{-1}E_1 & J & -I & 0 & 0 \\ \bar{Q}^{1/2}C & \bar{Q}^{1/2}D & \epsilon\bar{Q}^{1/2}H_1 & 0 & -I & 0 \\ A & B & \epsilon H & 0 & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

注意到式(9)和(10),有

$$\begin{bmatrix} -P & -C_\epsilon^{\mathrm T}\hat{S} & C_\epsilon^{\mathrm T}\hat{Q}_-^{1/2} & A_\epsilon^{\mathrm T} \\ -\hat{S}^{\mathrm T}C_\epsilon & -D_\epsilon^{\mathrm T}\hat{S}-\hat{S}^{\mathrm T}D_\epsilon-\hat{R} & D_\epsilon^{\mathrm T}\hat{Q}_-^{1/2} & B_\epsilon^{\mathrm T} \\ \hat{Q}_-^{1/2}C_\epsilon & \hat{Q}_-^{1/2}D_\epsilon & -I & 0 \\ A & B_\epsilon & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

根据引理 1 之 3),系统(Σ_ϵ)关于$(\hat{Q},\hat{S},\hat{R})$是SD的.

充分性可由上述过程逆推得到.□

定理 1 将不确定系统(Σ_Δ)的鲁棒耗散分析转化为确定系统(Σ_ϵ)的耗散分析,而后者可转化为线性矩阵不等式,从而可用Matlab中的LMI工具箱求解.

定理 2　系统(Σ_ϵ)关于$(\hat{Q},\hat{S},\hat{R})$是SD的充分必要条件为存在$0<X\in R^{n\times n}$,$\mu>0$,使

$$\begin{bmatrix} -X & -XC^{\mathrm{T}}S & 0 & XE^{\mathrm{T}} & XC^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & XA^{\mathrm{T}} \\ -S^{\mathrm{T}}CX & -D^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D-R & -\mu S^{\mathrm{T}}H_1 & E_1^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & B^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\mu H_1^{\mathrm{T}}S & -\mu I & \mu J^{\mathrm{T}} & \mu H_1^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & \mu H^{\mathrm{T}} \\ EX & E_1 & \mu J & -\mu I & 0 & 0 \\ \overline{Q}^{1/2}CX & \overline{Q}^{1/2}D & \mu\overline{Q}^{1/2}H_1 & 0 & -I & 0 \\ AX & B & \mu H & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0. \tag{11}$$

证明　根据引理 1, 系统 (Σ_ϵ) 关于 $(\widehat{Q},\widehat{S},\widehat{R})$ 是 SD 的充分必要条件为存在 $\epsilon > 0$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & -C^{\mathrm{T}}S & 0 & \epsilon^{1}E^{\mathrm{T}} & C^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & A^{\mathrm{T}} \\ -S^{\mathrm{T}}C & -D^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D-R & -\epsilon S^{\mathrm{T}}H_1 & \epsilon^{1}E_1^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & B^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\epsilon H_1^{\mathrm{T}}S & -I & J^{\mathrm{T}} & \epsilon H_1^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & \epsilon H^{\mathrm{T}} \\ \epsilon^{1}E & \epsilon^{1}E_1 & J & -I & 0 & 0 \\ \overline{Q}^{1/2}C & \overline{Q}^{1/2}D & \epsilon\overline{Q}^{1/2}H_1 & 0 & -I & 0 \\ A & B & \epsilon H & 0 & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

矩阵两边分别乘以 $\mathrm{diag}(P^{-1}, I, \epsilon I, \epsilon I, I, I)$, 再令 $\epsilon^2 = \mu, P^{-1} = X$, 即得定理 2. □

4　鲁棒耗散控制

考虑如下不确定系统 $(\Sigma_{\Delta s})$:

$$x(k+1) = A_\Delta x(k) + B_\Delta \omega(k) + B_{1\Delta}u(k),\ x(0) = 0;$$

$$z(k) = C_\Delta x(k) + D_\Delta \omega(k) + D_{12\Delta}u(k). \tag{12}$$

其中: $u(k) \in R^m$ 为输入; $B_{1\Delta} = B_1 - H\Delta(k)E_2$; $D_{12\Delta} = D_{12} - H_1\Delta(k)E_2$; 而 B_1, D_{12}, E_2 为已知矩阵, 其余矩阵与 (Σ_Δ) 中的相同.

假设系统的状态可直接测量, 要设计状态反馈 $u(k) = Kx(k)$ 使闭环系统关于 (Q,S,R) 是 RSD 的. 下面先将不确定系统 $(\Sigma_{\Delta s})$ 的状态反馈鲁棒严格耗散设计转化为确定系统的情形, 再对后者求解. 为此, 构造如下增广系统 $(\Sigma_{\epsilon s})$:

$$x(k+1) = Ax(k) + B_\epsilon\overline{\omega}(k) + B_1u(k),\ x(0) = 0;$$

$$z(k) = C_\epsilon x(k) + D_\epsilon\overline{\omega}(k) + D_{1\epsilon}u(k). \tag{13}$$

其中

$$D_{1\epsilon}^{\mathrm{T}} = [\epsilon^{1}E_2^{\mathrm{T}}\quad D_{12}^{\mathrm{T}}]. \tag{14}$$

于是有如下定理:

定理 3　状态反馈 $u(k) = Kx(k)$ 与 $(\Sigma_{\Delta s})$ 组成的闭环系统关于 (Q,S,R) 是 RSD 的充分必要条件为存在 $\epsilon > 0$, 使 $(\Sigma_{\epsilon s})$ 与该状态反馈构成的闭环系统关于 $(\widehat{Q},\widehat{S},\widehat{R})$ 是 SD 的.

证明　将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统 $(\Sigma_{\Delta s})$, 有

$$x(k+1) = \widetilde{A}_\Delta x(k) + B_\Delta\overline{\omega}(k),\ x(0) = 0;$$

$$z(k) = \widetilde{C}_\Delta x(k) + D_\Delta\overline{\omega}(k).$$

其中: $\widetilde{A}_\Delta = \widetilde{A} - H\Delta(k)\widetilde{E}, \widetilde{C}_\Delta = \widetilde{C} - H_1\Delta(k)\widetilde{E}; \widetilde{A} = A + B_1K, \widetilde{C} = C + D_{12}K, \widetilde{E} = E + E_2K$.

将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统 $(\Sigma_{\epsilon s})$. 注意到式 (14), 有 $(\Sigma_{\epsilon k})$

$$x(k+1) = \widetilde{A}x(k) + B_\epsilon\overline{\omega}(k),$$

$$z(k) = \widetilde{C}_\epsilon x(k) + D_\epsilon\overline{\omega}(k),$$

其中　$\widetilde{C}_\epsilon^{\mathrm{T}} = [\epsilon^{1}\widetilde{E}^{\mathrm{T}}\quad \widetilde{C}^{\mathrm{T}}]$.

对上述两个闭环系统, 应用定理 1 即得定理 3 的结论. □

由定理 3, 不确定系统 $(\Sigma_{\Delta s})$ 的状态反馈鲁棒耗散控制可转化为确定系统 $(\Sigma_{\epsilon s})$ 的状态反馈耗散控制, 而后者可转化为线性矩阵不等式的求解问题.

定理 4　状态反馈 $u(k) = Kx(k)$ 使系统 $(\Sigma_{\epsilon s})$ 关于 $(\widehat{Q},\widehat{S},\widehat{R})$ 是 SD 的充要条件为存在 $0 < X \in R^{n\times n}, W \in R^{m\times n}, \mu > 0$, 使

$$\begin{bmatrix} -X & -(CX+D_{12}W)^{\mathrm{T}}S & 0 & (EX+E_2W)^{\mathrm{T}} & (CX+D_{12}W)^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & (AX+B_1W)^{\mathrm{T}} \\ -S^{\mathrm{T}}(CX+D_{12}W) & -D^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D-R & -\mu S^{\mathrm{T}}H_1 & E_1^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & B^{\mathrm{T}} \\ 0 & -\mu H_1^{\mathrm{T}}S & -\mu I & \mu J^{\mathrm{T}} & \mu H_1^{\mathrm{T}}\overline{Q}^{1/2} & \mu H^{\mathrm{T}} \\ EX+E_2W & E_1 & \mu J & -\mu I & 0 & 0 \\ \overline{Q}^{1/2}(CX+D_{12}W) & \overline{Q}^{1/2}D & \mu\overline{Q}^{1/2}H_1 & 0 & -I & 0 \\ AX+B_1W & B & \mu H & 0 & 0 & -X \end{bmatrix} < 0. \tag{15}$$

而且, 若 X^*, W^*, μ^* 为上述不等式的一个可行解, 则 $u(k) = W^*(X^*)^{-1}x(k)$ 为一状态反馈控制器.

证明　对系统 $(\Sigma_{\epsilon k})$ 应用引理 1, 所求充要条件为存在 $P > 0$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & -(C+D_{12}K)^{\mathrm{T}}S & 0 \\ -S^{\mathrm{T}}(C+D_{12}K) & -D^{\mathrm{T}}S-S^{\mathrm{T}}D-R & -\epsilon S^{\mathrm{T}}H_1 \\ 0 & -\epsilon H_1^{\mathrm{T}}S & -I \\ \epsilon^{1}(E+E_2K) & \epsilon^{1}E_1 & J \\ \overline{Q}^{1/2}(C+D_{12}K) & \overline{Q}^{1/2}D & \epsilon\overline{Q}^{1/2}H_1 \\ A+B_1K & B & \epsilon H \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$
\leftarrow \begin{array}{ccc} \epsilon^{-1}(E + E_2K)^{\mathrm{T}} & (C + D_{12}K)^{\mathrm{T}}\bar{Q}^{1/2} & (A + B_1K)^{\mathrm{T}} \\ \epsilon^{-1}E_1^{\mathrm{T}} & D^{\mathrm{T}}\bar{Q}^{1/2} & B^{\mathrm{T}} \\ J^{\mathrm{T}} & \epsilon H_1^{\mathrm{T}}\bar{Q}^{1/2} & \epsilon H^{\mathrm{T}} \\ -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & -P^{-1} \end{array} \Bigg] < 0.
$$

两边分别乘以 $\mathrm{diag}(P^{-1}, I, \epsilon I, \epsilon I, I, I)$ ，再令 $\epsilon^2 = \mu, P^{-1} = X$ 及 $W = KX$，定理 4 即得证 □

将不确定系统($\Sigma_{\Delta s}$) 的鲁棒严格耗散状态反馈控制转化为确定系统(Σ_s) 的严格耗散状态反馈控制, 这种处理方法可推广到输出反馈鲁棒耗散控制的情形 限于篇幅, 这里不再赘述

5 数值例子

5.1 鲁棒耗散性分析

将不确定系统(Σ_Δ) 的参数取为

$$
A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0.1 & 0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.05 \end{bmatrix},
$$

$$
C = [0.125 \quad 0.75], D = 1, H_1 = 0.01,
$$

$$
E = [0.12 \quad 0.01], E_1 = 0.2, J = 0.3
$$

给定 $Q = -0.3, S = 4, R = 2$, 借助于Matlab 中的LMI工具箱求得式(11) 的可行解为

$$
X = \begin{bmatrix} 0.3015 & -0.0143 \\ -0.0143 & 0.1674 \end{bmatrix}, \mu = 4.6646.
$$

根据定理 1 和定理 2, 这里的不确定系统关于 $Q = -0.3, S = 4, R = 2$ 是鲁棒严格耗散的

5.2 鲁棒耗散控制

将不确定系统(12) 的参数取为

$$
B_1 = \begin{bmatrix} 0.13 & 2.6 \\ 0 & 12 \end{bmatrix},
$$

$$
E_2 = [0.025 \quad 0.0125],
$$

$$
D_{12} = [0.21 \quad 0.1],
$$

其余参数与上例相同

利用Matlab 中的LMI工具箱, 可得式(15) 的可行解为

$$
X = \begin{bmatrix} 2.9636 & -0.2929 \\ -0.2929 & 0.7466 \end{bmatrix},
$$

$$
W = \begin{bmatrix} 0.5833 & 1.4756 \\ 0.0291 & -0.0332 \end{bmatrix},
$$

$$
\mu = 2.602
$$

从而

$$
K = WX^{-1} = \begin{bmatrix} 0.4079 & 2.1362 \\ 0.0057 & -0.0422 \end{bmatrix}.
$$

根据定理 3 和定理 4 可知, 状态反馈

$$
u(k) = \begin{bmatrix} 0.4079 & 2.1362 \\ 0.0057 & -0.0422 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix},
$$

可使本例中的不确定系统关于 $Q = -0.3, S = 4, R = 2$ 鲁棒严格耗散

6 结 论

本文研究了一类不确定离散系统的二次型鲁棒严格耗散问题 通过构造增广系统, 将这类系统的鲁棒严格耗散性分析转化为确定系统的严格耗散分析问题 按增广系统给出了这类系统鲁棒严格耗散的充分必要条件, 并在此基础上进一步讨论了状态反馈鲁棒严格耗散控制 结果表明, 这类不确定系统的鲁棒耗散控制问题可转化为确定系统的严格耗散设计, 可用线性矩阵不等式方法求解 输出反馈鲁棒耗散控制问题也可类似处理

参考文献(References)

[1] Hill D J, Moland P J. Stability of nonlinear dissipative systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1976, 21(5): 708-711.

[2] Hill D J, Moland P J. Stability results for nonlinear feedback systems[J]. *Automatica*, 1977, 13(4): 377-382.

[3] Xie L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty[J]. *Int J Control*, 1996, (63): 741-750.

[4] 邵汉永, 冯纯伯 一类不确定多变量线性系统的鲁棒严格正实性分析及其输出反馈控制[J]. *东南大学学报*, 2003, 33(4): 492-494.
(Shao H Y, Feng C B. Robustly strict positive real analysis and output feedback control for a class of uncertain MIMO linear ssytems[J]. *J of Southeast University*, 2003, 33(4): 492-494.)

[5] 邵汉永, 冯纯伯 严格正实线性多变量系统的鲁棒性分析及其输出反馈控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(3): 277-280.
(Shao H Y, Feng C B. Robustness analysis and feedback control for strictly positive real linear MIMO systems[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(3): 277-280.)

[6] Goodwin G C, Sun K S. *Adaptive Filtering Prediction and Control* [M]. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1984.

[7] Magdis Mahmoud, Xie L. Positive real analysis and synthesis of uncertain discrete-time systems[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 2000, 47(3): 403-406.

[8] Xie S, Xie L H, De Souza C E. Robust dissipative control for linear systems with dissipative uncertainty [J]. *Int J Control*, 1998, 70(2): 169-191.

[9] Sun W, Khargoneker P P, Shim D. Solution to the positive real control problem for linear tine-invariant systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(10): 2034-2046.

(下转第 190 页)

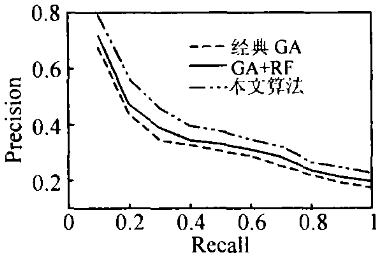

图 1 查询性能比较图

+ RF 相比, 极大地提高了查询精度和查全率. 同时从表 1 中可以看出, 本文算法具有更快的收敛速度.

表 1 运行时间比较表

	本文算法	GA + RF	GA
总的 CPU/s	21.58	29.45	35.65

表 2 局部搜索机制对算法的影响

σ	引入局部搜索		不引入局部搜索	
	Total	CPU/s	Total	CPU/s
0.1	302	22.49	297	48.73
0.15	308	21.58	301	49.56
0.2	300	21.46	293	50.27
0.25	293	20.32	284	51.36

下面对算法所采用的优化技术对其性能的影响加以分析, 以便于读者更好地应用. 初始查询种群由初始查询和该初始查询提取到的相关文档列表构成, 这样就避免了经典 GA 的盲目随机初始化, 从而使算法以好的方向探测文档空间. 而查询小生境的使用, 使得算法能够尽可能地搜索更多的不同文档区间. 在试验中(注: 限于篇幅, 具体试验数据略) 发现, 当小生境半径阈值 $\sigma \in [0.1, 0.25]$ 时, 查询效果较好; 当阈值过小时, 提取的相关文档较少; 而阈值过大时, 便退化为经典 GA. 根据信息查询自身特点设计的交叉和变异算子确保了算法的高效寻优能力. 局部搜索机制的引入, 克服了经典 GA 局部搜索能力不强的不足, 进一步增强了算法的寻优能力, 减少了 CPU 的运行时间. 实际上, 表 2 中的试验数据也证明了引入局部搜索机制后, 确实提高了算法的查询效率. 在查询结果合并时, 不仅考虑了文档的相关性, 而且还考虑了查询小生境的平均适应度, 从而使得适应度最好的查询小生境所提取到的相关文档在合并文档列表时优先输出. 进而使得输出的相关文档更加符合用户的查询需求.

4 结 论

本文提出了一种基于增强遗传算法的查询优化算法, 与其他信息查询效果较好的算法相比, 该方法没有采用传统的相关反馈方法来修改项的权重, 而是根据信息查询自身的特点设计交叉和变异算子来修改项的权重. 另外, 本文需要设置的参数较多, 这是不足之处. 因此下一步的工作是, 尽量减少用户需要设置的参数, 而由算法自动确定, 同时把相关反馈技术融入到本文算法中, 并试验比较各种初始权重对算法性能的影响, 以进一步提高算法的执行效率.

参考文献(References)

[1] Ricardo B Y, Berthier R N. *Modern Information Retrieval* [M]. New York: Pearson Education Limited, 1999: 36-49.

[2] 王小平, 曹立明. *遗传算法- 理论, 应用与软件实现* [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002: 28-38.

[3] Chen H C. Machine learning for information retrieval: Neural networks, symbolic learning, and genetic algorithms [J]. *J of the American Society for Information Science*, 1995, 46(3): 194-216.

[4] Boughanem M, Chrisment C, Tamine L. Genetic approach to query space exploration [J]. *Information Retrieval*, 1999, 1(3): 175-192.

[5] Pathak P, Gordon M, Fan W G. Effective information retrieval using genetic algorithms based matching functions adaptation [A]. *Proc of the 33rd Annual Hawaii International Conference on System Sciences* [C]. Piscataway: IEEE Service Center, 2000: 1-8.

[6] Horng J T, Yeh C C. Applying genetic algorithms to query optimization in document retrieval [J]. *Information Proc and Management*, 2000, 36(5): 737-759.

[7] Voorhees E M, Harman D. Overview of TREC2001 [EB/OL]. http://trec.nist.gov/pubs/trec10/papers/overview-10.pdf, 2001-12-25.

(上接第 146 页)

[10] Tan Z, Soh Y C, Xie L. *Dissipative control for linear discrete-time systems* [J]. Automatica, 1999, 35(9): 1557-1564.

[11] Gupta S. *State space characterization and robust stabilization of dissipative LIT systems* [A]. Proc of the America Control Conf [C]. *Washington*, 1995: 3616-3619.