

文章编号: 1001-0920(2005)03-0316-05

## 大工业过程的稳态模型分散辨识及其强一致性分析

刘知贵<sup>1,2</sup>, 黄正良<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学 计算机与通信工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南科技大学 信息与控制工程学院, 四川 绵阳 621002)

**摘要:** 针对动态线性大工业过程, 提出了获得其可分稳态模型强一致性估计的分散辨识方法。该方法仅使用设定点的阶跃信号作为输入激励信号, 并且每个子过程的输入输出稳态模型辨识是在相应的局部单元完成的, 因而大大减少了对过程的干扰和信息的交换量。所提出的方法简洁, 并且辨识精度高, 仿真结果说明了该辨识方法的有效性和实用性。

**关键词:** 大工业过程; 分散辨识; 强一致性; 稳态模型; 子过程

**中图分类号:** TP11      **文献标识码:** A

## Decentralized identification of steady-state models for large-scale industrial processes and its strong consistency

L I U Zhi-gui<sup>1,2</sup>, H U A N G Zheng-liang<sup>1</sup>

(1. School of Computer and Communication Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Information and Control Engineering, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621002, China. Correspondent: L I U Zhi-gui, Email: zhigui@263.net)

**Abstract:** The decentralized identification technique for dynamic linear large-scale industrial processes is presented by which the strong consistency estimates of the steady-state models of the processes are obtained. The novel technique can only use step signals as input signals, and identification of input-output models of each sub processes is only implemented in corresponding to the local unit. Hence the disturbance to the processes and interchange of information of sub processes are decreased greatly. Simulation results show that the proposed technique is very efficient and practical.

**Key words:** large-scale industrial processes; decentralized identification; strong consistency; steady-state model; sub processes

### 1 引言

针对伴有噪声的工业过程在线稳态优化问题, 如何利用过程的动态信息获得其稳态模型, 以便得到其最佳设定值, 是一个重要的研究课题。Bamberger 等和 Garcia 等最早提出了输入信号相关辨识法<sup>[1,2]</sup>, 该方法是对过程施加白噪声或伪随机序列, 运用近似线性或非线性动态模型去拟合系统的采样数据, 从而得到其动态模型。其后, Lin 等提出了过程稳态模型的两步辨识法<sup>[3]</sup>。以上方法存在两

个致命的弱点: 一是难以获得一致性估计; 二是附加的输入测试信号严重干扰了过程的正常运行, 甚至可能导致过程失稳。

利用设定点的阶跃信号作为辨识输入信号获取过程的稳态模型, 是稳态优化控制研究的重大突破。文献[4]在相当苛刻的条件下, 采用最小二乘技术获得了线性系统稳态增益的一致性估计。[5]利用估计理论在相当弱的条件下获得了稳态模型的强一致估计, 为非线性系统的动态辨识提供了一种重要研究

收稿日期: 2004-04-12; 修回日期: 2004-07-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(69674003)。

作者简介: 刘知贵(1966—), 男, 四川绵阳人, 副教授, 博士生, 从事自动控制、计算机技术的研究; 黄正良(1962—), 男, 湖南益阳人, 教授, 博士生导师, 从事自动控制、计算机技术及应用等研究。

方法<sup>[6,7]</sup> [8]针对确定性的线性大工业过程, 获得了稳态可分模型 本文针对伴有噪声的动态线性大工业过程, 采用分散辨识方法, 获取其稳态可分模型的强一致性估计.

## 2 模型建立

考虑由  $N$  个子过程组成的被控线性大工业过程, 其中第  $i$  个子过程的动态行为可用如下方程描述:

$$y_i(k) = \sum_{j=1}^n A_{ij} y_i(k-j) + \sum_{j=0}^n B_{ij} u_i(k-j) + \sum_{j=0}^n D_{ij} c_i(k-j) + e_i(k). \quad (1)$$

其中:  $y_i(k)$ ,  $u_i(k)$  和  $c_i(k)$  分别为第  $i$  个子过程在  $k$  时刻的输出、关联输入和设定点值;  $e_i(k)$  为随机干扰;  $A_{ij}$ ,  $B_{ij}$  和  $D_{ij}$  均为适当维数的未知矩阵 各子过程之间的关联耦合为

$$u_i(k) = \sum_{j=1}^N H_{ij} y_j(k), \quad (2)$$

其中  $H_{ij}$  是 0 和 1 组成的已知矩阵 式(1) 和(2) 可写成

$$Y(k) = B_0^* H Y(k) + \sum_{i=1}^n (A_i^* + B_i^* H) Y(k-i) + \sum_{i=0}^n D_i^* C(k-i) + e(k), \quad (3)$$

$$U(k) = H Y(k). \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} A_i^* &= \text{diag}(A_{1i}, A_{2i}, \dots, A_{Ni}), \\ B_i^* &= \text{diag}(B_{1i}, B_{2i}, \dots, B_{Ni}), \\ D_i^* &= \text{diag}(D_{1i}, D_{2i}, \dots, D_{Ni}), \\ Y(k) &= (y_1^T(k), \dots, y_N^T(k))^T \\ Y &\triangleq Y_1 \times \dots \times Y_N \subseteq R^{\sum_i} = R^t, \\ U(k) &= (u_1^T(k), \dots, u_N^T(k))^T \\ U &\triangleq U_1 \times \dots \times U_N \subseteq R^{\sum_i} = R^s, \\ C(k) &= (c_1^T(k), \dots, c_N^T(k))^T \\ C &\triangleq C_1 \times \dots \times C_N \subseteq R^{\sum_i} = R^m, \\ e(k) &= (e_1^T(k), \dots, e_N^T(k))^T \quad Y. \end{aligned}$$

其稳态模型为

$$y_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} y_i + \sum_{j=0}^n B_{ij} u_i + \sum_{j=0}^n D_{ij} c_i = A_i y_i + \bar{B}_i u_i + \bar{D}_i c_i = B_i u_i + D_i c_i, \quad (5)$$

$$u_i = \sum_{j=1}^N H_{ij} y_j \quad (6)$$

其中

$$B_i = (I - A_i)^{-1} \bar{B}_i, D_i = (I - A_i)^{-1} \bar{D}_i, \\ A_i = \sum_{j=1}^n A_{ij}, \bar{B}_i = \sum_{j=0}^n B_{ij}, \bar{D}_i = \sum_{j=0}^n D_{ij}$$

将式(5) 和(6) 写成如下紧凑形式:

$$y = B u + D c, \quad (7)$$

$$u = H y. \quad (8)$$

其中

$$D = \text{diag}(D_1, \dots, D_N), B = \text{diag}(B_1, \dots, B_N).$$

由式(7) 和(8) 可得到  $(I - B H) y = D c$  为保证对于任意的设定值  $c$ , 都存在唯一的稳态输出值  $y$ , 必须要求

$$\det(I - B H) \neq 0, \det(I - A) \neq 0,$$

其中  $A = \text{diag}(A_1, \dots, A_N)$ . 于是有

$$y = (I - B H)^{-1} D c = F c, \quad (9)$$

其中  $F = (I - B H)^{-1} D$  为  $t \times m$  阶未知矩阵 式(9) 称为输入-输出集中模型, 式(5) 和(6) 称为可分模型 下面讨论可分模型的辨识问题

## 3 集中辨识

为获得稳态模型的强一致性估计, 作如下假设:

**假设 1** 噪声  $e(k)$  的均值为零, 均方差一致有界, 并有

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M e(k) = 0 \text{ (a.s.)},$$

其中(a.s.) 表示强一致收敛(即几乎处处收敛).

**假设 2** 方程

$$\det[z^n (I - B_0^* H) - \sum_{i=1}^n z^{n-1} (A_i^* + B_i^* H)] = 0$$

之根严格位于单位圆内

在上述假设下, 取输入阶跃信号  $c(k) = \sigma U(k=0)$  加到过程中, 系统进入稳态后再采样 由式(3) 可得到

$$Y(k) = B_0^* H Y(k) + \sum_{i=1}^n (A_i^* + B_i^* H) Y(k-i) + \sum_{i=0}^n D_i^* \sigma + e(k) \quad (k \geq n). \quad (10)$$

取算术平均值和均值后, 可得到

$$\frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (I - B_0^* H) Y(k) = \sum_{i=1}^n (A_i^* + B_i^* H) \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} Y(k-i) + \sum_{i=0}^n D_i^* \sigma + \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} e(k).$$

其中:  $T$  为系统进入稳态的时间(要求  $T > n$ ),  $M$  为充分大的正整数. 对式(10) 取数学期望, 可得到

$$(I - B_i^* H) EY(k) = \sum_{i=1}^n (A_i^* + B_i^* H) EY(k-i) + \sum_{i=0}^n D_i^* \sigma$$

如文献[7, 8] 分析的那样, 可得到如下结论:

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} Y(k) = \lim_k EY(k) (a.s.) = F\sigma \quad (11)$$

为获取集中稳态模型未知矩阵  $F$  的强一致性估计, 可采用如下辨识方法:

选择  $m$  个线性无关的向量  $\sigma_i \in C$ , 进行  $m$  次阶跃信号试验, 测量其稳态输出值  $Y^i(k), k = T, T + 1, \dots, T + M, i = 1, 2, \dots, m$ . 由式(11) 可得到

$$\lim_k EY^i(k) = F\sigma_i \quad (12)$$

于是有

$$F = \lim_k (EY^1(k), \dots, EY^m(k)) (\sigma_1, \dots, \sigma_m)^{-1} =$$

$$\lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (Y^1(k), \dots, Y^m(k)) \times (\sigma_1, \dots, \sigma_m)^{-1} (a.s.)$$

$F$  的强一致性估计

$$F_M = \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (Y^1(k), \dots, Y^m(k)) (\sigma_1, \dots, \sigma_m)^{-1}$$

在辨识  $F$  的过程中, 只需要过程的稳态数据, 因而  $T$  可取得较大, 当过程进入稳态后再采样. 这种集中模型涉及到大量的信息交换, 各子过程要将稳态采样数据送到集中计算单元, 因而增加了成本, 也不利于分散控制. 为此下面介绍分散辨识方法.

#### 4 分散辨识

首先将  $y_i$  和  $u_i$  表示成  $c_i$  的线性组合. 由式(6) 和(9) 可得到

$$y_i = \sum_{j=1}^N F_{ij} c_j, \quad (13)$$

$$u_i = \sum_{j=1}^N H_{ij} y_j = \sum_{j=1}^N E_{ij} c_j. \quad (14)$$

为估计可分模型的未知矩阵  $B_i$  和  $D_i$ , 先来估计  $F_{ij}$  和  $E_{ij}$ . 对于第  $i$  个子过程, 选择  $m_i + 1$  个设定值  $\sigma_i^l, C_i$ , 使得  $G_i \triangleq (\sigma_i^1 - \sigma_i^0, \dots, \sigma_i^{m_i+1} - \sigma_i^0)$  为可逆矩阵. 将  $m_i + 1$  个设定点的阶跃信号逐渐加到第  $i$  个子过程, 而其他子过程的设定值维持在一个固定的设定值(如第  $j$  个子过程维持在  $C_j$ ). 整个辨识过程分成两个阶段来完成, 下面分别加以介绍.

**第1阶段** 将第  $i$  个子过程的关联输入和输出采样值送到相应的第  $i$  个局部估计单元. 由式(12) 和(13) 可得

$$\lim_k E y_i^s(k) = y_i^s = F_{ii} \sigma_i^s + \sum_{j \neq i} F_{ij} c_j,$$

$$s = \overline{0, m_i}, i = \overline{1, N}.$$

于是有

$$\lim_k (E y_i^s(k) - E y_i^0(k)) = F_{ii} (\sigma_i^s - \sigma_i^0).$$

联立起来可得到

$$F_{ii} = \lim_k [(E y_i^1(k) - E y_i^0(k), \dots, E y_i^{m_i+1}(k) - E y_i^0(k)) G_i^{-1}] = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (y_i^1(k) - y_i^0(k), \dots, y_i^{m_i+1}(k) - y_i^0(k)) G_i^{-1} (a.s.) = \lim_M F_{ii}(M). \quad (15)$$

对于关联输入, 同样可得到

$$E_{ii} = \lim_k \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (u_i^1(k) - u_i^0(k), \dots, u_i^{m_i+1}(k) - u_i^0(k)) G_i^{-1} (a.s.) = \lim_M E_{ii}(M). \quad (16)$$

将第  $j$  个子过程的关联输入和输出送到第  $j$  个局部估计单元, 有

$$\lim E y_j^s(k) = F_{ji} \sigma_i^s + \sum_{l \neq i} F_{jl} c_l$$

于是有

$$F_{ji} = \lim_M \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (y_j^1(k) - y_j^0(k), \dots, y_j^{m_j+1}(k) - y_j^0(k)) G_i^{-1} (a.s.) = \lim_M F_{ji}(M). \quad (17)$$

同理可得

$$E_{ji} = \lim_M \frac{1}{M} \sum_{k=T+1}^{T+M} (u_j^1(k) - u_j^0(k), \dots, u_j^{m_j+1}(k) - u_j^0(k)) G_i^{-1} (a.s.) = \lim_M E_{ji}(M). \quad (18)$$

由式(15) ~ (18) 可知, 已得到  $F$  和  $E$  的强一致性估计  $F_M$  和  $E_M$ .

**第2阶段** 主要任务是估计  $B_i$  和  $D_i$ . 由式(5), (12) 和(13) 知

$$y_i = \sum_{j=1}^N F_{ij} c_j = B_i u_i + D_i c_j = D_i c_i + B_i \sum_{j=1}^N E_{ij} c_j \quad (19)$$

两边比较, 有

$$F_{ii} = D_i + B_i E_{ii}, i = \overline{1, N}, \quad (20)$$

$$F_{ij} = B_i E_{ij}, j \neq i, j = \overline{1, N}. \quad (21)$$

由于式(21) 是从式(19) 导出的, 其解总是存在的. 设解为  $\hat{B}_i$ , 代入式(20), 可得到  $\hat{D}_i = F_{ii} - \hat{B}_i E_{ii}$ . 如果  $\hat{B}_i = B_i$ , 则有  $\hat{D}_i = D_i$ . 此时称系统是可辨识的. 在可辨识的情况下, 将式(20) 和(21) 中的  $F$  和  $E$  换成  $F(M)$  和  $E(M)$ , 有

$$F_{ii}(M) = D_i(M) + B_i(M)E_{ii}(M), \quad (22)$$

$$F_{ij}(M) = B_i(M)E_{ij}(M). \quad (23)$$

由代数方程及其连续性以及  $F_{ij}(M)$  和  $E_{ij}(M)$  是  $F_{ij}$  和  $E_{ij}$  的强一致性估计, 可知式(23) 是可解的, 并且解是唯一的(对于充分大的  $M$ ). 于是有

$$\lim_M B_i(M) = B_i(a, s),$$

$$\lim_M D_i(M) = D_i(a, s).$$

这样便获得了可分稳态模型的强一致估计.

### 5 仿真研究

考虑由两个二维子过程组成的动态大工业过程的稳态辨识仿真

子过程 1 为

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 0.399 & 0.1785 \\ 0.1425 & 0.3675 \end{bmatrix},$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} -0.114 & 0.0945 \\ 0.076 & -0.1365 \end{bmatrix},$$

$$A_{13} = \begin{bmatrix} 0.1632 & -0.3515 \\ -0.2625 & 8.925 \end{bmatrix},$$

$$B_{11} = \begin{bmatrix} 0.0326 & -0.1248 \\ -0.1078 & 0.357 \end{bmatrix},$$

$$B_{12} = \begin{bmatrix} 0.1632 & -0.0927 \\ -0.076 & 0.1919 \end{bmatrix},$$

$$B_{13} = \begin{bmatrix} 0.1728 & -0.0624 \\ -0.052 & 0.1344 \end{bmatrix},$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 10.185 & -3.515 \\ -2.625 & 8.925 \end{bmatrix},$$

$$D_{12} = \begin{bmatrix} 2.31 & -1.90 \\ -1.90 & 3.99 \end{bmatrix},$$

$$D_{13} = \begin{bmatrix} 1.36 & -2.835 \\ -1.575 & 1.90 \end{bmatrix},$$

$$B_{10} = 0, D_{10} = 0;$$

$$e_1(k) = \zeta(k) + 2\zeta(k-1) + 0.2\zeta(k-2).$$

其中  $\zeta$  是均值为零的白噪声序列, 每个分量的标准差为 1.

子过程 2 为

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0.3605 & -0.156 \\ -0.1235 & 0.3162 \end{bmatrix},$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -0.1344 & -0.1339 \\ -0.1078 & -0.1648 \end{bmatrix},$$

$$A_{23} = \begin{bmatrix} 0.0864 & -0.0309 \\ -0.0105 & 0.0672 \end{bmatrix},$$

$$B_{21} = \begin{bmatrix} 0.3162 & -0.103 \\ 0.3162 & 0.2958 \end{bmatrix},$$

$$B_{22} = \begin{bmatrix} 0.1746 & -0.0728 \\ -0.0864 & 0.2288 \end{bmatrix},$$

$$B_{23} = \begin{bmatrix} 0.1261 & -0.0624 \\ -0.0824 & 0.1164 \end{bmatrix},$$

$$D_{21} = \begin{bmatrix} 10.192 & -5.723 \\ -5.253 & 9.975 \end{bmatrix},$$

$$D_{22} = \begin{bmatrix} 2.704 & -2.304 \\ -2.231 & 3.724 \end{bmatrix},$$

$$D_{23} = \begin{bmatrix} 1.648 & -1.428 \\ -1.325 & 1.746 \end{bmatrix},$$

$$B_{20} = 0, D_{20} = 0;$$

$$e_2(k) = \zeta(k) - \zeta(k-1) + 3\zeta(k-2).$$

其中  $\zeta(k)$  是均值为零的噪声序列, 每个分量的标准差为 1.

关联矩阵为

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

选子过程的设定点  $c_1$  和  $c_2$  的阶跃信号分别为

$$\sigma_1^1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_1^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \sigma_1^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_1^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix};$$

$$\sigma_2^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_2^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_2^3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \sigma_2^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

从而可得到

$$\hat{B}_1 = \begin{bmatrix} 0.9932 & -0.0727 \\ -0.0711 & 0.9470 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_1 = \begin{bmatrix} 20.0347 & -5.2678 \\ -3.3445 & 19.5202 \end{bmatrix},$$

$$\hat{B}_2 = \begin{bmatrix} 0.9426 & -0.8574 \\ -0.1034 & 1.0823 \end{bmatrix},$$

$$\hat{D}_2 = \begin{bmatrix} 30.8846 & -26.8735 \\ -20.8382 & 28.0421 \end{bmatrix}.$$

无噪声时, 相对误差为

$$\delta_{\hat{B}_{1,B_1}}(\%) = 4.667 \times 10^{-11},$$

$$\delta_{\hat{D}_{1,D_1}}(\%) = 1.165 \times 10^{-11},$$

$$\delta_{\hat{B}_{2,B_2}}(\%) = 2.866 \times 10^{-12},$$

$$\delta_{\hat{D}_{2,D_2}}(\%) = 1.107 \times 10^{-12};$$

有噪声时, 当  $Ee(k) = 0$  时, 相对误差为

$$\delta_{\hat{B}_{1,B_1}}(\%) = 4.3947,$$

$$\delta_{\hat{D}_{1,D_1}}(\%) = 5.778 \times 10^{-1},$$

$$\delta_{\hat{B}_{2,B_2}}(\%) = 1.2691,$$

$$\delta_{\hat{D}_{2,D_2}}(\%) = 3.87 \times 10^{-1}.$$

### 6 结 论

对于伴有噪声的工业过程在线稳态优化问题,

可利用过程的动态信息获得其稳态模型,以便得到其最佳设定值 文献[1~3]虽然提出了解决问题的方法,但都存在很大的弱点 本文就如何克服文献[4]的弱点,在文献[5~8]的基础上,针对伴有噪声的动态线性大工业过程,采用分散辨识方法获取其稳态模型的强一致性估计,并且给出了稳态模型可辨识的条件

### 参考文献(References)

- [1] Bammerger W, Isemann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes [J]. *Automatica*, 1978, 14: 223-230
- [2] Garcia C E, Morari M. Optimal operation of integrated processing systems — Part I: Open-loop optimizing control [J]. *AIChE J*, 1981, 27(6): 960-968
- [3] Lin J, Wang M, Roberts P D, et al. Hierarchical integrated identification and optimization for on-line stochastic optimizing control of large-scale steady-state industrial processes [J]. *Int J Control*, 1991, 53(1): 1-44
- [4] 陈庆升, 万百五. 利用工业过程稳态信息建立稳态模型及其强一致性分析 [J]. *控制与决策*, 1991, 6(2): 90-96 (Chen Q S, Wan B W. Steady-state model establishment of industrial process by use of dynamic information and analysis: SISO case [J]. *Control and Decision*, 1991, 6(2): 90-96)
- [5] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 双线性系统稳态模型估计及其强一致分析 [J]. *自动化学报*, 1995, 21(5): 562-569 (Huang Z L, Wan B W, Han C Z. An approach to estimate steady-state models of bilinear systems and its strong consistency [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(5): 562-569)
- [6] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 辨识 Hammerstein 模型的两步法 [J]. *控制理论与应用*, 1995, 12(1): 34-39 (Huang Z L, Wan B W, Han C Z. A two-stage identification technique for Hammerstein model [J]. *Control Theory and Applications*, 1995, 12(1): 34-39)
- [7] 黄正良, 吴坚, 万百五. 辨识 Wiener 模型的一种新方法 [J]. *控制理论与应用*, 1996, 13(3): 1-4 (Huang Z L, Wu J, Wan B W. A new method of identifying Wiener model [J]. *Control Theory and Applications*, 1996, 13(3): 1-4)
- [8] 刘知贵, 黄正良. 大工业过程稳态模型的分散辨识 [J]. *电子科技大学学报*, 1999, 28(3): 286-290 (Liu Z G, Huang Z L. Decentralized identification of steady-state models for large-scale industry process [J]. *J of University of Electronic Science and Technology*, 1999, 28(3): 286-290)

(上接第315页)

### 参考文献(References)

- [1] Wan Z, Kothare M V. Efficient robust constrained model predictive with a time varying terminal constraint set [J]. *Systems and Control Letters*, 2003, 48(3): 375-383
- [2] Kothare M V, Balakrishnan V, Morari M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities [J]. *Automatica*, 1996, 32(11): 1361-1379
- [3] Wan Z, Kothare M V. Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities [J]. *J of Process Control*, 2002, 12(5): 763-774
- [4] Wan Z, Kothare M V. An efficient off-line formulation of robust model predictive control using linear matrix inequalities [J]. *Automatica*, 2003, 39(6): 837-846
- [5] Daafouz J, Bernussou J. Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parameter uncertainties [J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 43(3): 355-359
- [6] Mao W J. Robust stabilization of uncertain time-varying discrete systems and comments on "an improved approach for constrained robust model predictive control" [J]. *Automatica*, 2003, 39(12): 1109-1112
- [7] Ding B C, Xi Y G, Li S Y. A synthesis approach of on-line constrained robust model predictive control [J]. *Automatica*, 2004, 40(1): 163-167
- [8] de Oliveira M C, Bernussou J, Geromel J C. A new discrete-time robust stability condition [J]. *Systems and Control Letters*, 1999, 37(2): 261-265
- [9] Cuzzola F C, Geromel J C, Morari M. An improved approach for constrained robust model predictive control [J]. *Automatica*, 2002, 38(8): 1183-1189