

文章编号: 1001-0920(2005)03-0271-04

## 一类互联电力系统的鲁棒联结稳定性分析

李小华<sup>1,2</sup>, 井元伟<sup>1</sup>, 陈雪波<sup>2</sup>

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2 鞍山科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114044)

**摘要:** 研究一类互联电力系统在不确定结构扰动下的鲁棒联结稳定问题. 基于系统中互联矩阵的不确定性给出了鲁棒联结稳定的定义, 利用向量Lyapunov函数方法及范数、特征值的性质推导了此类系统鲁棒联结稳定的两个充分条件. 对系统在不确定结构扰动下联结稳定的鲁棒程度进行分析, 得到了不确定参数的鲁棒界. 两区域互联电力系统的仿真实例说明了所推导条件的有效性.

**关键词:** 互联电力系统; 鲁棒联结稳定; 向量Lyapunov函数; 鲁棒界

**中图分类号:** TP13 **文献标识码:** A

## Robust connective stability analysis for a class of interconnected power systems

L I X iao-hua<sup>1,2</sup>, J I N G Y uan-w ei<sup>1</sup>, C H E N X u e-b o<sup>2</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China; 2 School of Electrons and Information Engineering, Anshan University of Science and Technology, Anshan 114044, China  
Correspondent: L I X iao-hua, E-mail: lixiaohua6677@sohu.com)

**Abstract:** The robust connective stability problem is considered for a class of large-scale interconnected power systems in the case of uncertain structural reconfigurations. Robust connective stability is defined based on uncertainty of the interconnection matrix in the systems. The sufficient conditions of connective stability are established by using the vector Lyapunov function approach and the property of norms and eigenvalues. Furthermore, the robust degree of connective stability is analyzed for the power systems, and the robustness bound of uncertainty parameters is obtained. The simulation example for a two-area interconnected power system shows the effectiveness of the given conditions.

**Key words:** interconnected power system; robust connective stability; vector Lyapunov function; robustness bound

### 1 引言

在大规模互联电力系统的运行中, 由于故障或其他原因引起的结构扰动经常出现. 它会对系统的运行产生非常不利的影响, 特别是象整个子系统从大系统上脱离又重新连接这样的结构扰动, 对于电力系统来说是相当严峻的, 如果不能保证系统的联结稳定性, 就可能使整个系统失稳甚至崩溃. 因此, 电力系统的联结稳定性是其正常运行的重要保证.

文献[1]论述了大规模系统的联结稳定性问题.

近20年来, 该问题已得到广泛的研究<sup>[2-5]</sup>. 其中大多是关于一般意义的系统理论推导, 很少涉及应用的实例. 文献[4]虽然考虑了电力系统的联结稳定问题, 但并没有分析系统本身的联结稳定条件. 现有文献也没有分析不确定结构扰动下系统联结稳定的鲁棒程度.

本文将联结稳定性理论应用于一类互联电力系统, 研究系统在不确定结构扰动下的鲁棒联结稳定问题, 建立了判别此类系统鲁棒联结稳定的充分条

收稿日期: 2003-11-20; 修回日期: 2004-03-04

基金项目: 国家自然科学基金项目(60074002); 辽宁省教育厅科研基金项目(202192057).

作者简介: 李小华(1964—), 女, 河南郑州人, 副教授, 博士生, 从事互联系统的结构分析、分散鲁棒控制的研究; 井元伟(1956—), 男, 辽宁西丰人, 教授, 博士生导师, 从事复杂控制系统等研究.

件,并对系统本身在不确定结构扰动下联结稳定的鲁棒程度进行分析,得到了不确定参数的鲁棒界.两区域互联电力系统的仿真实例说明了所推导条件的有效性.

## 2 系统描述及预备知识

考虑一类由  $N$  个区域组成的互联电力系统,每个区域分别有一个水电机组和一个火电机组,其数学模型可描述为<sup>[6]</sup>

$$\dot{x}_i = A_i x_i + B_i u_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} x_j + F_i \xi_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

其中:  $x_i \in R^{n_i}$  是第  $i$  个区域的状态向量,  $x_j \in R^{n_j}$  是其他区域的状态向量,  $n_i = n_j$ , 且  $\sum_{i=1}^N n_i = n$ ;  $u_i \in R^{m_i}$  是第  $i$  个区域的控制输入向量;  $\xi_i(t) \in R$  是第  $i$  个区域的负载扰动输入;  $A_i, A_{ij}, B_i$  和  $F_i$  分别为相应维数的常数矩阵. 所有变量及其物理意义参见文献<sup>[6]</sup>.

考虑电力系统(1)在不确定结构扰动下的联结稳定性问题.将系统(1)重写为

$$\dot{x}_i = A_i x_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij} A_{ij} x_j, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

其中  $e_{ij}$  为  $N \times N$  互联矩阵  $E$  中的元素.关于  $e_{ij}$  有如下定义:

**定义 1** 在  $N \times N$  的互联矩阵  $E$  中,  $e_{ij} = 1$  表示第  $i$  个区域与第  $j$  个区域完全相联;  $e_{ij} = 0$  表示两区域完全脱离;  $0 < e_{ij} < 1$  表示第  $i$  个区域与第  $j$  个区域部分相联.

**定义 2** 记  $\bar{E} = (\bar{e}_{ij})$  为相应于系统(2)的基本互联矩阵,如果互联矩阵  $E = (e_{ij})$  中的所有元素满足  $e_{ij} \in \bar{e}_{ij}$ , 则称  $E$  是由  $\bar{E}$  产生的,记为  $E \in \bar{E}$ .

系统的结构扰动是由于故障或其他不可预测的原因引起的,认为这种扰动是不确定的.这里  $A_{ij}$  是结构扰动矩阵,  $e_{ij}$  是不确定参数.不确定项可写成

$$\Delta A_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij} A_{ij}, \quad e_{ij} \text{ 的变化范围为 } e_{ij} \in [0, 1]$$

为强调联结稳定性对不确定结构扰动的鲁棒性,从而确定系统联结稳定的鲁棒程度,将互联矩阵不确定变化下的联结稳定性称为鲁棒联结稳定性.定义如下:

**定义 3** 对于不确定结构扰动  $E \in \bar{E}$ ,如果系统(2)的平衡状态是渐近稳定的,则称系统(2)的平衡状态是鲁棒联结稳定的.

为得到问题的结果,先作如下假设并给出几个引理:

**假设 1** 每个区域的孤立子系统

$$\dot{x}_i = A_i x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

是渐近稳定的,对于每个  $n_i \times n_i$  的单位阵  $I_i$ ,都存在一个  $n_i \times n_i$  的对称正定矩阵  $P_i$ ,它是如下 Lyapunov 方程的解:

$$A_i^T P_i + P_i A_i + \mu_i I_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (4)$$

其中  $\mu_i > 0$  是一个常数.

**引理 1<sup>[1]</sup>** 如果子系统(3)是稳定的,则一定存在对称正定矩阵  $P_i$ ,使得  $v_i(x_i) = x_i^T P_i x_i$  是正定的,且函数  $v_i(x_i)$  满足不等式

$$\lambda_m(P_i) \|x_i\|^2 \leq v_i(x_i) \leq \lambda_M(P_i) \|x_i\|^2. \quad (5)$$

其中  $\lambda_m(\cdot)$  和  $\lambda_M(\cdot)$  分别表示所求矩阵的最小和最大特征值.

**引理 2<sup>[7]</sup>** 一个  $n \times n$  的实对称矩阵  $A$  是正定的,其充要条件是矩阵  $A$  的所有特征值为正值,即

$$\lambda_i(A) > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (6)$$

**引理 3<sup>[1]</sup>** 如果连续函数  $v(t)$  是微分不等式  $\dot{v}(t, v) \leq f(t, v)$  的解,且对于  $t = t_0, f(t, v)$  满足 Lipschitz 条件,  $r(t)$  是微分方程  $\dot{r}(t) = f(t, r)$  的解,该微分方程的初始条件满足  $r(t_0) = v(t_0)$ , 则有如下关系:

$$v(t) \leq r(t), \quad t \geq t_0. \quad (7)$$

**引理 4<sup>[7]</sup>** 如果矩阵  $A$  和  $B$  是 Hermitian 矩阵, 则有如下不等式成立:

$$\begin{aligned} \lambda_m(A) + \lambda_m(B) &\leq \lambda_m(A + B) \\ \lambda_M(A) + \lambda_M(B) &\geq \lambda_M(A + B). \end{aligned} \quad (8)$$

## 3 主要结果及证明

**定理 1** 在假设 1 的条件下,如果  $N \times N$  矩阵  $W = (w_{ij})$  对于所有的  $E \in \bar{E}$  都是稳定的,即  $W$  的所有主子式  $W_k$  满足

$$(-1)^k W_k > 0, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (9)$$

其中

$$w_{ij} = \begin{cases} -\frac{\mu_i}{2\lambda_m(P_i)}, & j = i; \\ \frac{2(n - n_i) \bar{e}_{ij} \|P_i A_{ij}\|^2}{n_j \mu_j \lambda_m(P_j)}, & j \neq i \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

则互联电力系统(2)是鲁棒联结稳定的.

**证明** 选择系统(2)的 Lyapunov 函数

$$V(X) = [v_1(x_1), v_2(x_2), \dots, v_N(x_N)]^T,$$

且每个子系统的 Lyapunov 函数  $v_i(x_i) = x_i^T P_i x_i, i = 1, 2, \dots, N$ . 按照假设 1 的条件,可得

$$\begin{aligned} \dot{v}_i(x_i) &= x_i^T (A_i^T P_i + P_i A_i) x_i + 2 \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{e}_{ij} x_i^T P_i A_{ij} x_j \\ &\leq -\mu_i \|x_i\|^2 + \sum_{j=1, j \neq i}^N 2 \bar{e}_{ij} \|P_i A_{ij}\| \|x_i\| \|x_j\| \\ &\leq \sum_{j=1, j \neq i}^N \left( -\frac{n_j}{n - n_i} \mu_j \|x_i\|^2 + \right. \end{aligned}$$



$$\mu I - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \bar{e}_{ij} P_{ij} > 0, V^{\circ}(X) < 0$$

因此,若式(14)的条件成立,则系统(13)是鲁棒联结稳定的

该定理经过变化,可用于分析系统本身联结稳定的鲁棒程度,求出联结稳定前提下不确定参数  $e_{ij}$  的上界

参考文献[8],引入矩阵

$$P_r = [P_{11} \dots P_{1N} \dots P_{N1} \dots P_{NN}],$$

则

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij} P_{ij} =$$

$$P_r [e_{11} I \dots e_{1N} I \dots e_{N1} I \dots e_{NN} I]^T.$$

其中  $I$  为相应维数的单位矩阵.显然有

$$P_r \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij}^2 \right)^{1/2} \parallel \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij} P_{ij} \parallel$$

因此有如下推论:

**推论 1** 在定理 2 的假设条件下,如果下列不等式成立:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N e_{ij}^2 < \mu^2 / P_r^2, \quad (16)$$

则互联电力系统(13)是鲁棒联结稳定的

证明略

推论 1 给出了不确定参数的上界,它可反映系统联结稳定的鲁棒程度

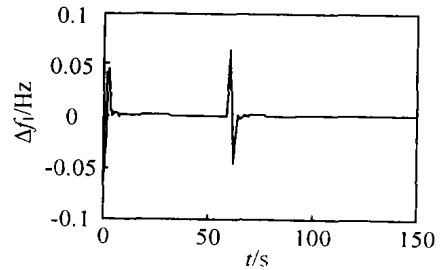
#### 4 仿真实例

考虑一个两区域互联电力系统,其模型如式(1)所示,其中数据参见文献[6].由数据可知两孤立子系统存在零特征值,使Lyapunov方程无解.为满足假设1的条件,对两子系统分别设计了LQ状态反馈,使它们的特征值均具有负实部.根据推论1,计算出系统联结稳定的鲁棒界为  $e_{12}^2 + e_{21}^2 = 2.0523e-006$ ,在此界内选择基本互联矩阵  $\bar{e}_{12} = \bar{e}_{21} = 0.001$ .由前述两个定理可知系统是鲁棒联结稳定的

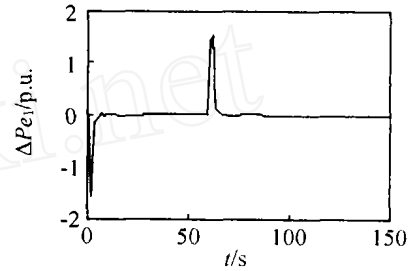
为验证这一结果,对该互联电力系统的基本互联情况和受结构扰动情况进行仿真.当基本互联系统受负载扰动达到稳定后,对系统施加结构扰动,此时不再加负载扰动.系统响应曲线如图1所示,其中  $\Delta f_{1,2}$  和  $\Delta P_{e1,2}$  分别为区域1和2的频率变化量和传输线功率变化量.由图可见,该系统确是联结稳定的.仿真结果说明了判定条件的有效性

#### 5 结论

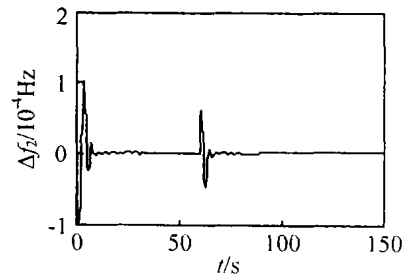
本文研究一类互联电力系统在不确定结构扰动下的鲁棒联结稳定性问题,主要得到以下结果:定理



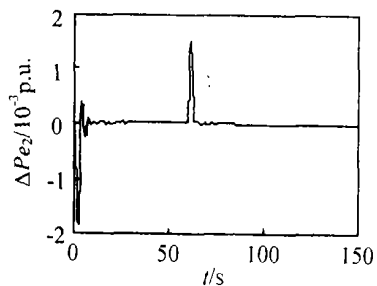
(a)  $\Delta f_1$  响应曲线



(b)  $\Delta P_{e1}$  响应曲线



(c)  $\Delta f_2$  响应曲线



(d)  $\Delta P_{e2}$  响应曲线

图1 系统受负载扰动和结构扰动的输出响应

1是基于子系统参数给出的判定系统鲁棒联结稳定的充分条件;定理2是基于全局系统参数得到的结果.它们处理的都是系统在基本联结前提下(即  $E, \bar{E}$ )的联结稳定问题.推论1可对系统联结稳定的鲁棒程度进行分析,得到不确定参数的鲁棒界.与前两个定理的前提条件不同,它考虑是系统在联结稳定的前提下互联矩阵的取值情况.研究表明,所得的这些结果均与  $\mu$  的取值大小无关,且推导结果是有效的,但有一定的保守性

(下转第279页)

表 1 轧制计划编制结果

| 编号 | 板坯数 | 轧制长度<br>(km) | 烫辊材 |     | 主体材 |       |
|----|-----|--------------|-----|-----|-----|-------|
|    |     |              | 板坯数 | 长度  | 板坯数 | 长度    |
| 1  | 134 | 149.7        | 9   | 9.5 | 125 | 140.2 |
| 2  | 136 | 148.8        | 10  | 9.1 | 126 | 139.7 |

辊材和主体材都在长度约束范围内, 并且都在轧辊最大能力的范围内(烫辊材为 10 km 左右, 主体材为 140 km 左右)。

由轧制计划编制结果及相关图表可知, 宽度、硬度和厚度都满足跳跃规范, 轧制长度最大限度地接近轧制计划的最大能力(150 km), 这有利于充分发挥轧辊的生产能力。由图 3 可以看出, 随着迭代次数的增加, 优化效果越来越明显, 但计算时间也会增加。具体的迭代次数需要根据生产实际情况来决定。

## 5 结 论

本文分析了炼钢-连铸-热轧一体化生产中热轧轧制计划编制问题, 建立了不确定轧制计划数的轧制计划 VRP 模型。该模型不仅考虑了轧制计划中板坯厚度和硬度的跳跃、板坯宽度的正反跳和相同宽度板坯轧制的长度约束, 而且考虑了烫辊材和主体材的合理分配问题。文中构造了基于单亲遗传算子的免疫算法, 对轧制计划 VRP 模型进行求解。通过实际生产数据排产结果表明, 本文建立的模型和算法切实可行, 轧制计划编制的效果良好, 可应用于生产实际。

## 参考文献(References)

[1] Kosiba E D, Wright J R, Cobbs A E. Discrete event

sequencing as a traveling salesman problem [J]. *Computers in Industry*, 1992, 19: 317-327.

- [2] Leo Lopez, Michael W Carter, Michel Gendreau. The hot strip mill production scheduling problem: A tabu search approach [J]. *European J of Operational Research*, 1998, 106: 317-335.
- [3] Tang L X, Liu J Y, Rong A Y, et al. A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shanghai Boshan Iron and Steel Complex [J]. *European J of Operational Research*, 2000, 124: 367-382.
- [4] 张涛, 王梦光, 杨建夏. 不确定计划数的轧制批量计划的模型和算法[J]. *系统工程学报*, 2000, 15(1): 54-60.  
(Zhang T, Wang M G, Yang J X. The model and algorithm for the hotmilling batch planning with uncertain number[J]. *J of System Engineering*, 2000, 15(1): 54-60.)
- [5] 朱宝琳, 于海斌. 炼钢-连铸-热轧生产调度模型及算法研究[J]. *计算机集成制造系统*, 2003, 9(1): 33-36.  
(Zhu B L, Yu H B. Production scheduling model and algorithm for steel making-continuous casting - hot rolling processes [J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2003, 9(1): 33-36.)
- [6] 姜大立, 杨西龙, 杜文, 等. 车辆路径问题的遗传算法研究[J]. *系统工程理论与实践*, 1999, 6: 40-45.  
(Jiang D L, Yang X L, Du W, et al. A study on the genetic algorithm for vehicle routing problem [J]. *System Engineering - Theory and Practice*, 1999, 6: 40-45.)

(上接第 274 页)

## 参考文献(References)

- [1] Siljak D D. *Large-scale dynamic system: Stability and structure* [M]. New York: Elsevier North-Holland, 1978.
- [2] Moylan P. A connective stability result for interconnected passive systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1980, 25: 812-813.
- [3] Shigui R. Connective stability for large-scale systems described by functional differential equations[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(2): 198-200.
- [4] Jain S, Khorrami F. Decentralized control of large-scale power systems with unknown interconnections [A]. *Proc of the 4th IEEE Conf on Control Applications* [C]. New York, 1995: 618-623.

- [5] Malikov A I, Matrosov V M. Lyapunov vector functions in the analysis of dynamical properties of systems with structural changes[J]. *Int J of Computer and System Sciences*, 1998, 37(2): 207-214.
- [6] Chen X B, Stankovic S S. Overlapping decomposition and decentralized LQG control for interconnected power systems [A]. *Proc of IEEE SMC 96* [C]. Beijing, 1996, 3: 1904-1909.
- [7] 须田 信英, 児玉 慎三, 池田 雅夫. 曹长修译. *自动控制中的矩阵理论* [M]. 北京: 科学出版社, 1979.
- [8] Zhou K M, Pramod P K. Stability robustness bounds for linear state-space models with structured uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1987, 32(7): 621-623.