文章编号: 1001-0920(2005)04-0421-05

一类不确定线性系统的混杂状态反馈保成本控制

孙希明, 齐 丽, 赵 军
(东北大学 教育部流程工业综合自动化重点实验室 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘 要: 研究一类不确定线性系统的混杂状态反馈保成本控制问题. 系统矩阵和输入矩阵中含有时变不确定性. 假设存在有限个备选的控制增益已知的控制器, 并且任何单一的状态反馈控制器都不能镇定系统. 基于单 Lyapunov 函数的方法, 给出了混杂状态反馈保成本控制的充分条件及切换律的设计方案. 当切换系统的控制增益未知时, 利用多 Lyapunov 函数法, 给出混杂状态反馈保成本控制的充分条件, 并通过仿真验证了该方法的有效性.

关键词: 混杂状态反馈; 保成本控制; 切换律
中图分类号: TP27 **文献标识码**: A

Hybrid state-feedback guaranteed cost control for a class of uncertain linear systems

SUN Xi-ming, QI Li, ZHAO Jun
(Key Lab of Process Industry Automation of Ministry of Education, School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: SUN Xi-ming, E-mail: wrsxm@eyou.com)

Abstract: The hybrid state-feedback guaranteed control problem for a class of uncertain linear systems is discussed. Time-varying uncertainties are contained in both state matrix and input matrix. Based on single Lyapunov function method, sufficient conditions for hybrid state-feedback guaranteed cost control are given and the switching laws are constructed. When the controller gain matrices are unknown, a sufficient condition for hybrid state-feedback guaranteed cost control is also derived by means of multiple function technique. The simulation result shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: hybrid state-feedback; guaranteed cost control; switching law

1 引 言

在实际控制过程中, 有时因控制问题本身的特性、执行器或传感器的限制以及模型本身的不确定性, 使用单一连续的控制器往往不能实现控制目标[1]. 但上述问题有时可通过有限个备选控制器之间的切换得到解决, 如实际工程系统中的计算机磁盘驱动器[2], 某些机器人控制系统[3], 汽车转向系统等. 同时混杂状态反馈控制通常能够提供更强的鲁棒性和其他性能, 因此利用有限个控制器的切换使被控系统达到渐近稳定或满足其他性能的研究具有较高的理论价值和实际意义[1~4].

另外, 在实际控制系统中, 不仅要求控制系统闭环渐近稳定, 而且要求闭环系统满足一定的性能指标. 解决该问题的方法之一是考虑一个积分二次型成本函数, 即保成本控制[5], 目前该方法已受到了极大的关注[5~7]. 但对于通过控制器切换实现保成本控制的问题, 却鲜有报道.

本文研究一类不确定线性系统的混杂状态反馈保成本控制问题. 假设存在有限个被选的控制器, 它们的控制增益矩阵均为已知, 并假设任何单一的连

收稿日期: 2004-01-05; **修回日期**: 2004-06-05.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(2002145007); 辽宁省自然科学基金项目(20032020).
作者简介: 孙希明(1973—), 男, 山东日照人, 博士生, 从事时滞系统、切换系统的研究; 赵军(1957—), 男, 辽宁海城人, 教授, 博士生导师, 从事复杂非线性系统结构、切换系统等研究.

续控制器都不能实现保成本控制. 利用单Lyapunov 函数法, 设计混杂状态反馈控制器, 通过在给定的有限个控制器之间的切换, 实现不确定线性系统保成本控制的目标. 当控制增益未知时, 利用多Lyapunov 函数法, 给出系统满足保成本控制的充分条件, 并通过仿真结果验证了该方法的有效性.

2 问题描述

考虑如下一类切换控制器系统:

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u_{\sigma(t)},$$
$$x(0) = x_0. \tag{1}$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为状态; A, B 为适当维数的常数矩阵; $\Delta A, \Delta B$ 为反映系统模型中实变参数不确定性的不确定实值矩阵, 并具有如下结构:

$$[\Delta A, \Delta B] = DF(t)[E_1, E_2].$$

其中: D, E_1, E_2 为具有适当维数的常数矩阵; $F(t)$ 为未知函数矩阵, 且满足 $F^{\mathrm{T}}(t) \leq F(t) \leq I$; $\sigma(t)$: $[0, \infty] \to M = \{1, 2, \cdots, m\}$ 为一个依赖于时间 t 或状态 x 的分段常值函数; $u_{\sigma(t)}$ 由有限个状态控制器 $u_1 \cdots u_m$ 之间的切换产生, 且有 $u_{\sigma(t)} = K_{\sigma(t)}x(t)$, $K_{\sigma(t)} \in \{K_1, \cdots, K_m\}$, $K_i (i \in M)$ 为已知常数矩阵.

对系统(1) 定义二次型性能指标

$$J = \int_0^{\infty} [x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t) + u_{\sigma(t)}^{\mathrm{T}} R u_{\sigma(t)}]\mathrm{d}t, \tag{2}$$

其中 Q 和 R 为正定加权矩阵.

下面给出系统(1) 混杂状态反馈保成本(性能) 控制的定义:

定义 1 对于系统(1), 若存在一个混杂状态反馈控制律 $u^*_{\sigma(t)}$, 使得所有不确定性, 闭环系统是渐近稳定的, 且其性能值满足 $J \leq J^*$, 则称 J^* 为切换控制器系统(1) 的性能上界, $u^*_{\sigma(t)}$ 为系统(1) 的一个混杂状态反馈保成本(性能) 控制律. 并称 $u^*_{\sigma(t)}$ 能使系统(1) 满足混杂状态反馈保成本(性能) 控制.

注 1 当 $\sigma(t) \equiv i$ 时, 即控制器不进行切换时, 混杂状态反馈保性能控制即为一般意义下的保性能控制. 文中假设单一的控制器均不能使系统渐近稳定, 也不能使其满足性能上界.

为证明方便, 首先给出如下记号[3], 初始状态为 x_0 的切换序列表示为

$$\Sigma = \{x_0; (i_0, t_0), (i_1, t_1), \cdots, (i_n, t_n), \cdots, i_k \in M = \{1, 2, \cdots, m\}, k \in N = \{1, 2, \cdots\} \cup \{0\}\}.$$

其中 (i_k, t_k) 表示当 $t_k \leq t < t_{k+1}$ 时, 切换系统第 i_k 个子系统被激活, 在第 t_{k+1} 时离开.

对于任意 j, $1 \leq j \leq m$, 定义

$$\Sigma_j = \{[t_{j_1}, t_{j_1+1}), [t_{j_2}, t_{j_2+1}), \cdots, [t_{j_n}, t_{j_n+1}), \cdots, \sigma(t) = j, t_{j_n} \leq t < t_{j_n+1} n \in N\}$$

为第 j 个子系统的切换时间序列, 第 j 个子系统在 t_{j_n} 时刻进入激活状态, 在 t_{j_n+1} 时刻离开.

令 $\mathcal{Y}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}(A_1, A_2, \cdots, A_m)$ 表示由参数 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 所确定的 $A_1, A_2, \cdots, A_m$ 凸组合构成的矩阵束.

3 主要结果

3.1 单Lyapunov 函数法

对于已知的控制增益 K_i 和 ΔB 中的常数矩阵 E_2, $K_i^{\mathrm{T}}(R + E_2^{\mathrm{T}}E_2)K_i$ 为已知的半正定矩阵, 因而存在矩阵 H, 使

$$H - K_i^{\mathrm{T}}(R + E_2^{\mathrm{T}}E_2)K_i \geq 0, i \in M. \tag{3}$$

下面给出使系统(1) 满足保成本控制的一个充分条件:

定理 1 对于不确定系统(1) 和性能指标(2), 给定满足(3) 的矩阵 H, 若存在正定矩阵 $P (P > 0)$ 和矩阵 $\bar{K} \in \mathcal{Y}_{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m}(K_1, K_2, \cdots, K_m)$, 使如下矩阵不等式

$$Q + H + P(A + B\bar{K}) + (A + B\bar{K})^{\mathrm{T}}P + 2PDD^{\mathrm{T}}P + E_1^{\mathrm{T}}E_1 < 0 \tag{4}$$

成立, 则系统(1) 存在一个混杂状态反馈保成本控制律使系统(1) 满足混杂状态反馈保成本控制, 且系统的一个性能上界为 $J^* = x_0^{\mathrm{T}}Px_0$.

证明 因为 $\bar{K} \in \mathcal{Y}_{\alpha_1, \cdots, \alpha_m}(K_1, \cdots, K_m)$, 所以存在 $\alpha_1, \cdots, \alpha_m \in [0, 1]$, 使得 $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i = 1$, 且

$$\bar{K} = \sum_{i=1}^{m} \alpha_i K_i. \tag{5}$$

将式(5) 代入(4), 得 $\sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Pi_i < 0$, 其中

$$\Pi_i = Q + H + P(A + BK_i) + (A + BK_i)^{\mathrm{T}}P + 2PDD^{\mathrm{T}}P + E_1^{\mathrm{T}}E_1.$$

设任意 $x \in R^n / \{0\}$, 则有 $x^{\mathrm{T}} \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \Pi_i x < 0$. 令 $\Omega_i = \{x \mid x^{\mathrm{T}}\Pi_i x < 0\}$, 则 $\bigcup_{i=1}^{m} \Omega_i = R^n / \{0\}$. 构造集合

$$\bar{\Omega}_1 = \Omega_1, \cdots, \bar{\Omega}_i = \Omega_i - \bigcup_{j=1}^{i-1} \bar{\Omega}_j, \cdots, \bar{\Omega}_m = \Omega_m - \bigcup_{j=1}^{m-1} \bar{\Omega}_j,$$

显然有 $\bigcup_{i=1}^{m} \bar{\Omega}_i = R^n / \{0\}$, 且 $\bar{\Omega}_i \cap \bar{\Omega}_j = \phi, i \neq j$.

构造切换律 $\sigma(t) = i$, 当 $x(t) \in \bar{\Omega}_i$, $i \in M$. 设计混杂状态反馈控制器为

$$u_{\sigma(t)} = K_{\sigma(t)}x(t). \tag{6}$$

下面证明, 所构造的混杂状态反馈控制器(6) 使系统(1) 渐近稳定.

取 Lyapunov 函数

$$V(x)=x^{\mathrm T}(t)Px(t),$$

当 $\sigma(x(t))\in\overline{\Omega}_i$ 时, 则

$$\dot V(x)=2x^{\mathrm T}P\dot x=$$
$$2x^{\mathrm T}P[(A+\Delta A)x+(B+\Delta B)K_ix].$$

经简单的矩阵不等式放大, 并结合式(3), 不难得到

$$\dot V(x)\le x^{\mathrm T}\Pi_ix<0.$$

由于任意 $i\in M$, 故由单 Lyapunov 函数法知, 系统(1)渐近稳定.

下面证明系统(1) 有性能上界 J^*:

$$J=\int^{\infty}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t)+u^{\mathrm T}_{\sigma(t)}Ru_{\sigma(t)}]\mathrm dt=$$
$$\sum_{k=0}^{+\infty}\Big\{\int_{t_k}^{t_{k+1}}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t)+u^{\mathrm T}_{\sigma(t)}Ru_{\sigma(t)}+$$
$$\dot V(x)]\mathrm dt-V(x)\Big|_{t_k}^{t_{k+1}}\Big\}=$$
$$\sum_{k=0}^{+\infty}\Big\{\int_{t_k}^{t_{k+1}}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t)+u^{\mathrm T}_{\sigma(t)}Ru_{\sigma(t)}+$$
$$\dot V(x)]\mathrm dt-\sum_{k=0}^{+\infty}V(x)\Big|_{t_k}^{t_{k+1}}\Big\}.$$

由稳定性部分证明, 易得

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t)+u^{\mathrm T}_{\sigma(t)}Ru_{\sigma(t)}+\dot V(x)]\mathrm dt<0.$$

因此 $J\le V(x_0)=x_0^{\mathrm T}Px_0$. 从而, 由定义可知, 式(6)是系统(1) 一个混杂状态反馈保成本控制律, 且 $J^*=x_0^{\mathrm T}Px_0$ 为相应的闭环性能指标的一个上界. □

注 2　满足条件(3) 的 H 有无穷多个, 若任意选取将使矩阵不等式(4) 的求解具有较大保守性. 为减少保守性, 可将对 H 的选取转化为求解具有线性矩阵不等式约束的线性目标函数的最优化问题. 而对于系统的性能上界 J^*, 也可进一步使用 LMI 工具箱中的 mincx 求解器对其进行优化.

3.2　多 Lyapunov 函数法

考虑如下的切换控制器系统:

$$\dot x(t)=(A+\Delta A)x(t)+(B+\Delta B)u_{\sigma(t)},$$
$$x(0)=x_0.\tag{7}$$

这里仅考虑 $\sigma:[0,\infty)\to M=\{1,2\}$, 即只在两个被选的控制器之间切换. $u_{\sigma(t)}=\widetilde K_{\sigma(t)}x(t)$, $\widetilde K_{\sigma(t)}$ 为待设计的控制增益.

定理 2　若存在两个 β_i(同为非正或非负) 和正常数 ϵ 以及对称正定矩阵和 $P_i>0$, $i=1,2$, 使如下矩阵不等式成立:

$$Q+P_1A+A^{\mathrm T}P_1+\epsilon_1^2P_1\Big[B\Big(R+$$
$$E_2^{\mathrm T}E_2-\frac{2}{\epsilon_1}I\Big)B^{\mathrm T}+\frac{2}{\epsilon_1^2}DD^{\mathrm T}\Big]P_1+$$
$$E_1^{\mathrm T}E_1+\beta_1(P_1-P_2)<0,\tag{8}$$

$$Q+P_2A+A^{\mathrm T}P_2+\epsilon_1^2P_2\Big[B\Big(R+$$
$$E_2^{\mathrm T}E_2-\frac{2}{\epsilon_1}I\Big)B^{\mathrm T}+\frac{2}{\epsilon_1^2}DD^{\mathrm T}\Big]P_2+$$
$$E_1^{\mathrm T}E_1+\beta_2(P_2-P_1)<0,\tag{9}$$

其中 I 为适当维数的单位矩阵, 则存在一个混杂状态反馈保成本控制律使系统(7) 满足保成本控制, 控制增益为 $\widetilde K_i=-\epsilon B^{\mathrm T}P_i$. 且当 β_i 同为非负时, 性能上界是 $J^*=\max\{x_0^{\mathrm T}P_1x_0,x_0^{\mathrm T}P_2x_0\}$; 当 β_i 同为非正时, $J^*=\min\{x_0^{\mathrm T}P_1x_0,x_0^{\mathrm T}P_2x_0\}$.

证明　当 β_1 和 β_2 同为非负时, 令 $V_i=x^{\mathrm T}(t)P_ix(t)$.

由 S-procedure 知式(8) 和(9) 同时成立, 则对于任意 $x\in R^n/\{0\}$, 有:

1) 当 $x^{\mathrm T}(P_1-P_2)x\ge0$ 时, 有

$$x^{\mathrm T}\Big\{Q+P_1A+A^{\mathrm T}P_1+\epsilon_1^2P_1\Big[B\Big(R+$$
$$E_2^{\mathrm T}E_2-\frac{2}{\epsilon_1}I\Big)B^{\mathrm T}+\frac{2}{\epsilon_1^2}DD^{\mathrm T}\Big]P_1+$$
$$E_1^{\mathrm T}E_1\Big\}x<0;\tag{10}$$

2) 当 $x^{\mathrm T}(P_2-P_1)x\ge0$ 时, 有

$$x^{\mathrm T}\Big\{Q+P_2A+A^{\mathrm T}P_2+\epsilon_1^2P_2\Big[B\Big(R+$$
$$E_2^{\mathrm T}E_2-\frac{2}{\epsilon_1}I\Big)B^{\mathrm T}+\frac{2}{\epsilon_1^2}DD^{\mathrm T}\Big]P_2+$$
$$E_1^{\mathrm T}E_1\Big\}x<0;\tag{11}$$

令 $\Omega_1=\{x\,|\,x^{\mathrm T}(P_1-P_2)x\ge0,x\ne0\}$, $\Omega_2=\{x\,|\,x^{\mathrm T}(P_2-P_1)x\ge0,x\ne0\}$, 则 $\Omega_1\cup\Omega_2=R^n/\{0\}$.

设 $x_0^{\mathrm T}P_1x_0\ge x_0^{\mathrm T}P_2x_0$, 设计如下切换律:

$$\sigma(t)=\begin{cases}1,x(t)\in\overline{\Omega}_1=\Omega_1;\\ 2,x(t)\in\overline{\Omega}_2=\Omega_2-\overline{\Omega}_1.\end{cases}$$

设计混杂状态反馈控制器为

$$u_{\sigma(t)}=\widetilde K_{\sigma(t)}x(t).\tag{12}$$

证明系统(7) 的渐近稳定性如下:

当 $x\in\overline{\Omega}_i$ 时, 类似定理 1 的证明, 有

$$\dot V_i(x)=2x^{\mathrm T}P_i\dot x=$$
$$2x^{\mathrm T}P_i[(A+\Delta A)x+(B+\Delta B)\widetilde K_ix].$$

考虑到 $\widetilde K_i=-\epsilon B^{\mathrm T}P_i$, 则

$$\dot V_i(x)\le x^{\mathrm T}\Big\{P_iA+A^{\mathrm T}P_i+\epsilon_1^2P_i\Big[B\Big(E_2^{\mathrm T}E_2-$$
$$\frac{2}{\epsilon_1}I\Big)B^{\mathrm T}+\frac{2}{\epsilon_1^2}DD^{\mathrm T}\Big]P_i+E_1^{\mathrm T}E_1\Big\}x.$$

由矩阵不等式(10) 和(11) 易得 $\dot V_i(x)<0$.

由切换律的设计得

$$V_{\sigma(t_j)}(x_{t_j})=\lim_{t\to t_j}V_{\sigma(t)}(x(t)),$$

故根据多 Lyapunov 函数法知, 系统(7) 渐近稳定.

下面证明系统(7) 的闭环系统满足性能上界.

设 $x_0^{\mathrm T}(P_1 - P_2)x_0 \geq 0$, 则类似定理 1 中证明得

$$J = \int^{\infty}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t) + u_{\sigma(t)}^{\mathrm T}Ru_{\sigma(t)}]\mathrm dt =$$

$$\sum_{j=1}^{2}\sum_{n=1}^{+\infty}\int_{t_n}^{t_{n+1}}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t) + u_{\sigma(t)}^{\mathrm T}Ru_{\sigma(t)} +$$

$$\mathring{V}_j(x)]\mathrm dt - \sum_{k=0}^{+\infty}V_{i_k}(x)\Big|_{t_k}^{t_{k+1}}.$$

进而, 类似稳定性部分证明, 易得

$$\int_{t_n}^{t_{n+1}}[x^{\mathrm T}(t)Qx(t) + u_{\sigma(t)}^{\mathrm T}Ru_{\sigma(t)} + \mathring{V}_j(x)]\mathrm dt < 0.$$

由切换律的设计和 $V_i(i = 1, 2)$ 的连续性可知, 在切换时刻 $t_n(n \in N)$ 有 $V_1(x(t_n)) = V_2(x(t_n))$, 则

$$J_1(V_1(x(t_0))) = x_0^{\mathrm T}P_1x_0 =$$

$$\max\{x_0^{\mathrm T}P_1x_0, x_0^{\mathrm T}P_2x_0\}.$$

由定义可证式(12) 是系统的一个混杂状态反馈保成本控制律, 且 $J^* = \max\{x_0^{\mathrm T}P_1x_0, x_0^{\mathrm T}P_2x_0\}$ 为相应闭环性能指标的一个上界.

当 $\beta_1, \beta_2 \leq 0$, 类似地可证明存在混杂状态反馈保成本控制律使系统(8) 满足保成本控制, 且一个性能上界为 $J^* = \min\{x_0^{\mathrm T}P_1x_0, x_0^{\mathrm T}P_2x_0\}$. □

注 3 因为对于任意给定的矩阵 N, 有

$$(N - P_i)BB^{\mathrm T}(N - P_i)^{\mathrm T} \geq 0,$$

故有

$$-2P_iBB^{\mathrm T}P_i \leq 2NBB^{\mathrm T}N^{\mathrm T} - 2NBB^{\mathrm T}P_i -$$

$$2P_iBB^{\mathrm T}N^{\mathrm T}.$$

再依据 Schur 补引理, 定理 2 的判断条件(8) 和(9) 可较容易转化为LMI的形式.

4 仿 真

考虑如下的切换控制器不确定线性系统:

$$\mathring{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u_{\sigma(t)},$$

$$x(0) = [-2 \quad 2]^{\mathrm T}. \tag{13}$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

不确定项 $[\Delta A, \Delta B] = DF(t)[E_1, E_2]$, 其中

$$D = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, F(t) = \sin t,$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_2 = \begin{bmatrix} 0.5 & 1 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\sigma(t): [0, \infty) \to M = \{1, 2\},$$

系统有两个备选的控制器, 即

$$u_1 = K_1x = \begin{bmatrix} -2.5 & -0.5 \\ -0.5 & 0.5 \end{bmatrix}x,$$

$$u_2 = K_2x = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.5 \\ -0.5 & -2.5 \end{bmatrix}x.$$

正定加权矩阵为 $Q = R = I$. 系统(8) 在控制器 u_1, u_2 下的状态曲线如图 1 和图 2 所示, 显然系统不稳定. 取 $\alpha_1 = \alpha_2 = 0.5$, 则有

$$\overline{K} = 0.5K_1 + 0.5K_2 = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ -0.5 & -1 \end{bmatrix}.$$

首先解最优化问题, 得

$$H = \begin{bmatrix} 7.0447 & 0.0052 \\ 0.0052 & 7.0776 \end{bmatrix},$$

进一步求解(4) 得

$$P = \begin{bmatrix} 5.5595 & -2.2235 \\ -2.2235 & 4.9810 \end{bmatrix}.$$

由定理 1 中切换域的构造, 得

$$\Omega_1 = \left\{x: x^{\mathrm T}\begin{bmatrix} -52.8218 & 7.4400 \\ 7.44 & 30.1468 \end{bmatrix}x < 0\right\},$$

$$\Omega_2 = \left\{x: x^{\mathrm T}\begin{bmatrix} 33.9076 & -10.9740 \\ -10.9740 & -32.8281 \end{bmatrix}x < 0\right\}.$$

进而 $\overline{\Omega}_1 = \Omega_1, \overline{\Omega}_2 = \Omega_2 - \overline{\Omega}_1$, 设计切换律 $\sigma(t) = i$, 当 $x(t) \in \overline{\Omega}_i$ 时, $i \in \{1, 2\}$.

设计混杂状态反馈控制律

$$u_{\sigma(t)} = K_{\sigma(t)}x(t). \tag{14}$$

系统(13) 在混杂状态反馈控制律(14) 下的状态轨线如图 3 所示, 控制效果是显然的. 并且切换控制器

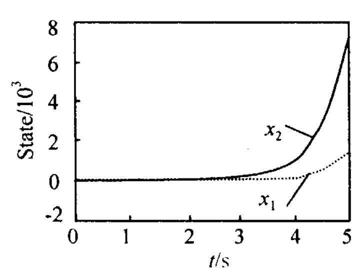

图 1 系统在控制器 u_1 下的状态曲线

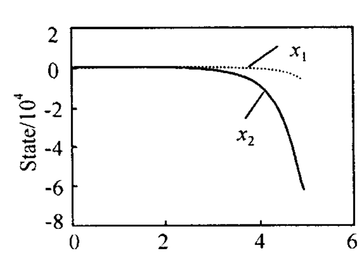

图 2 系统在控制器 u_2 下的状态曲线

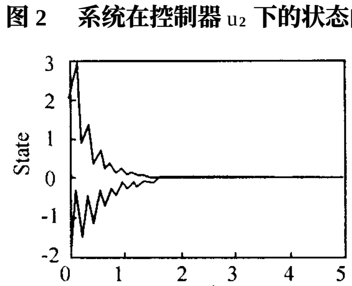

图 3 系统在混合状态反馈下的状态曲线

系统(13)的一个性能上界是 $J^{*}=x_0^{T}Px_0=59.95$.

5 结　论

本文分别利用单 Lyapunov 和多 Lyapunov 函数法研究一类不确定线性系统的混杂状态反馈保成本控制问题. 当任何单一连续的控制器不能使系统满足保成本控制, 而系统可以在有限个控制器之间切换时, 分别利用单 Lyapunov 函数法和多 Lyapunov 函数法给出系统满足保成本控制的充分条件及混杂状态反馈保成本控制器的设计, 是对一般意义下保成本控制问题的一种拓展.

参考文献(References)

[1] Nie H, Zhao J. Hybrid state feedback H_∞ robust control for a class of linear systems with norm-bound uncertainty [A]. *Proc of the ACC Denver* [C]. Colorado, 2003: 4-6.

[2] Gollu A, Varaiya P P. Hybrid dynamical system [A]. *Proc 28th IEEE Conf Decision and Control* [C]. FL, 1989: 2708-2712.

[3] Jeon D, Tomizuka M. Leaning hybrid force and position control of robot manipulators [J]. *IEEE Trans on Robotics Automat*, 1993, 9(4): 423-431.

[4] Lam H K, Leung Fran H F, Tam Peter K S. A switching controller for uncertain nonlinear systems [J]. *IEEE Control System Magazine*, 2002, 22(1): 7-14.

[5] Chang S S L, Peng T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(4): 474-483.

[6] Li Y, Chu J. An LMI approach to guaranteed cost control of linear uncertain time-delay systems [J]. *Automatica*, 1999, 35(6): 1155-1159.

[7] Park J H. Robust guaranteed cost control for uncertain linear differential systems of neutral type [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2003, 140(2-3): 523-535.

(上接第 420 页)

参考文献(References):

[1] 陈朝华, 丘康奎, 陈广, 等. *立德粉、硫酸锌生产与应用技术问答*[M]. 北京: 化学工业出版社, 2000.

[2] 刘咏平. 锌钡白干燥煅烧窑炉过程控制系统的研制[D]. 广州: 华南理工大学, 2002.

[3] 黄然婷, 刘咏平, 毛宗源, 等. 锌钡白生产转窑控制系统的实现[J]. *华南理工大学学报*, 2003, 31(12): 42-45.
(Huang R T, Liu Y P, Mao Z Y, et al. Realization of process control sytem for lithopone kiln and calcinator [J]. *J of South China University of Technology*, 2003, 31(12): 42-45.)

[4] Vapnik V N. *The nature of statistical learning theory* [M]. New York: Springer-Verlag, 1995.

[5] Bernhard S, Alexander J S. *Learning with kernels-support vector machines, regularization, optimization and beyond*[M]. Cambridge: The MIT Press, 2003.

[6] Suykens J A, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers [J]. *Neural Processing Letters*, 1999, 9(3): 293-300.

[7] Smits G F, Jordan E M. Improved SVM regression using mixtures of kernels[A]. *IEEE Proc of the 2002 Int Joint Conf on Neural Networks* [C]. Honolulu, 2002, 3: 2785-2790.

[8] Smola A J, Schölkopf B. A tutorial on support vector regression[R]. London: University of London, 1998.

[9] Smola A J. Learning with kernels [D]. Belin: Informatik der Technischen Universität, 1998.

[10] Schölkopf B, Mika S, Burges C J C, et al. Input space versus feature space in kernel-based methods [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 1999, 10(5): 1000-1017.

[11] 黄然婷, 刘咏平, 狄静, 等. 锌钡白干煅窑炉过程控制系统的研制(Ⅱ)——测量数据预处理技术[J]. *华南理工大学学报*, 2002, 30(4): 52-55.
(Huang R T, Liu Y P, Di Z, et al. Development of process control system for lithopone and calcinator (Ⅱ) — Preprocessing technology of sampling data [J]. *J of South China University of Technology*, 2002, 30(4): 52-55.)