

文章编号: 1001-0920(2005)04-0426-04

模型降阶和参数估计的一种快速遗传算法

王 凌, 李彬彬, 郑大钟, 金以慧
(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘 要: 针对传统遗传算法求解模型降阶和参数估计时, 适配值评价既费时又效率较低的缺点, 对实数编码 GA 引入相似度和可信度的概念, 采用插值方法进行适配值评价, 大大减少了评价环节的计算量, 提高了整个算法的效率和实时性. 通过对典型模型降阶和参数估计问题的仿真, 验证了所提出方法的可行性和有效性.

关键词: 遗传算法; 插值; 模型降阶; 参数估计

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

A fast GA for model reduction and parameter estimation

WANG Ling, LI Bin-bin, ZHENG Da-zhong, JIN Yi-hui

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China Correspondent: WANG Ling, E-mail: wangling@tsinghua.edu.cn)

Abstract: Due to the time-consuming evaluation of fitness value, the efficiency of classical genetic algorithm is very low when solving model reduction and parameter estimation problems. By introducing similarity degree and reliability degree in real-coded genetic algorithm, fitness value can be evaluated by interpolation so as to reduce the computational effort of evaluation process and improve the efficiency and real-time property of the whole algorithm. Simulation results based on typical model reduction and parameter estimation problems demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm.

Key words: genetic algorithm; interpolation; model reduction; parameter estimation

1 引 言

模型降阶和参数估计是控制理论和控制工程中的重要问题, 它们在本质上属于多变量的函数优化问题. 近年来, 提出了通过极小化某性能指标实现模型降阶和参数估计的算法^[1,2], 但许多基于梯度的下降算法易陷入局部极小点^[1,3], 而基于邻域搜索的方法效率又往往不高^[2-7]. 遗传算法(GA)^[8]是目前应用较广泛的一种邻域搜索算法, 它将问题的求解表示成染色体的适者生存过程, 通过对染色体的评价、复制、交叉和变异等操作, 实现对种群的不断进化. GA 通用且易实现, 但它本质上是一类“产生解-评价解”的迭代型搜索方法. 其搜索过程通常必须依赖适配值的计算, 但对于模型降阶和参数估计问题, 适配值的评价很费时, 大量计算时间被评价环节占用,

而搜索环节占整个优化过程的比重较少, 因而算法搜索效率较低.

本文提出一种基于插值评价适配值的快速 GA, 即根据后代个体与父代个体的相似度和可信度, 直接通过对父代性能的插值估计后代个体的性能, 同时设计适当的修正环节弥补插值评价引起的偏差. 基于典型问题的仿真研究表明, 本文算法大大提高了效率, 并具有较好的优化质量.

2 模型降阶和参数估计

2.1 模型降阶

考虑系统模型

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_{n-1}s^{n-1}}{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^n} \triangleq \frac{B(s)}{A(s)}, \quad (1)$$

收稿日期: 2004-06-24; 修回日期: 2004-10-08

基金项目: 国家自然科学基金项目(60204008, 60374060); 国家 973 计划项目(2002CB312200).

作者简介: 王凌(1972-), 男, 江苏武进人, 副教授, 博士, 从事优化理论和方法的研究; 李彬彬(1984-), 男, 安徽全椒人, 硕士生, 从事优化和计算方法的研究.

构造如下低阶模型 ($m < n$):

$$H(s) = \frac{\hat{b}_0 + \hat{b}_1 s + \dots + \hat{b}_{m-1} s^{m-1}}{\hat{a}_0 + \hat{a}_1 s + \dots + \hat{a}_m s^m} \triangleq \frac{\hat{B}(s)}{\hat{A}(s)} \quad (2)$$

所谓模型最优降阶, 本质上是求解 $H(s)$ 的一组最优参数 ($\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_m, \hat{b}_0, \dots, \hat{b}_{m-1}$), 使得 $H(s)$ 逼近 $G(s)$ 的某项指标最小, 如 H^2, L^2, H, L 范数等^[1]. 文献[1]采用如下指标:

$$\int_0^T e^2(t) dt = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j}^j E(s) E(-s) ds \quad (3)$$

其中: $E(s) = [G(s) - H(s)]U(s)$, $U(s)$ 为系统输入信号 $u(t)$ 的拉氏变换, $e(t)$ 为 $E(s)$ 的逆拉氏变换. 为便于计算, 可采用如下指标:

$$J = \sum_{i=0}^N |G(j\omega) - H(j\omega)|^2 \quad (4)$$

与式(3)相比, 式(4)采用累积和方式计算系统冲击响应的近似误差, 其直观物理意义是 Nyquist 图上两条曲线的逼近误差. 另外, 为保证降阶模型与原模型具有相同的稳态值, 即 $\hat{H}(0) = \hat{G}(0)$, 要求 $\hat{b}_0/\hat{a}_0 = b_0/a_0$ 不失一般性, 令 $\hat{a}_0 = 1$, 则 $\hat{b}_0 = b_0/a_0$, 故待决策参数为 ($\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_m, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_{m-1}$).

2.2 参数估计

考虑系统模型

$$y(t) = g(u, \theta) \quad (5)$$

其中: $y(t)$ 为系统输出, u 为系统输入, $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ 为待估计参数, g 的形式可以是传递函数、状态空间或 ARMA 模型等.

参数估计是指在一定的系统输入下, 根据系统输出与实际采样数据 $y(t)$, 通过最小化平均平方误差(如式 6), 获得参数的估计值

$$J = \sum_{k=1}^M (y(k) - \hat{y}(k))^2 / M \quad (6)$$

其中 M 为估计长度

可见, 模型降阶和参数估计本质上均属于多变量的函数优化问题. 但在采用 GA 求解时, 优化指标 J 的计算很费时, 尤其当 N 和 M 很大时, 整个算法的计算量大部分被评价环节占用, 因而算法的搜索效率较低. 下面针对该问题提出一种基于插值评价的快速 GA.

3 基于插值评价的快速 GA

在 GA 的种群进化过程中, 子代由父代进行交叉和变异得到. 根据遗传的观点, 子代的编码应包含父代编码的部分信息, 子代与父代的适配值应存在一定的联系. 如果能够建立子代与父代适配值之间的关系, 即可利用父代的已知适配值估计子代适配值. 虽然这样得到的子代适配值可能并不准确, 但在

容许误差内并经过适当的修正, 可保证一定的优化质量, 尤其可节省大量计算时间, 避免评价费时的难点. 考虑到实数编码 GA 具有较好的函数优化性能, 下面提出基于插值评价的 RGA.

利用参数组 (parent1, parent2, individual, S_1, S_2, f, r) 表示种群中的个体, 其中 parent1, parent2 表示用于产生个体 individual 的两个父代个体, S_1 和 S_2 分别表示该个体与两个父代个体的相似度, f 和 r 分别表示个体的适配值和可信度. 假设父代个体的第 i 个基因位置的值为 p_i (为实数), 子代个体的第 i 个基因位置的值为 c_i , 则相似度定义为

$$S = 1 - \sqrt{\sum_{i=1}^L \left(\frac{c_i - p_i}{D_i} \right)^2 / L} \quad (7)$$

其中: L 为问题的维数, D_i 为第 i 维空间上的搜索区间长度, $0 \leq S \leq 1$. 一旦确定了相似度, 便可通过插值估计后代个体的适配值和可信度.

适配值估计的插值公式如下:

$$f = \frac{S_1 \times r_1 \times f_1 + S_2 \times r_2 \times f_2}{S_1 \times r_1 + S_2 \times r_2} \quad (8)$$

其中: r_1 和 r_2 为两父代的可信度, f_1 和 f_2 为两父代个体的适配值.

可信度用以表征个体适配值 f 的准确性. 若适配值 f 是通过精确评价得到, 则 $r = 1$; 若适配值是基于父代个体适配值通过插值估计得到, 则 $0 < r < 1$. 子代个体的可信度按下式估计:

$$r = \frac{(S_1 \times r_1)^2 + (S_2 \times r_2)^2}{S_1 \times r_1 + S_2 \times r_2} \quad (9)$$

理论上可以证明, 当 S_1, S_2, r_1 和 r_2 均位于区间 $[0, 1]$ 时, $0 \leq r \leq 1$. 显然, 这种相似度直接定义在优化问题的解空间上, 可反映连续空间上函数优化问题中子代与父代的可信度、适配值以及在解空间中的位置之间的关系. 尽管基于插值的评价避免了费时的真实评价, 但可以证明插值所得适配值位于两父代适配值之间, 因此基于插值评价并不完全准确. 如果在算法中不添加任何修正, 估计所得的适配值与其准确值之间的偏差将随搜索的进行越来越大, 可信度也将降低. 为保证算法在提高效率的同时具有一定的优化质量, 在算法中增加了适当的修正环节. 具体算法步骤如下:

Step 1: 确定算法参数, 包括种群大小 N , 最大进化代数 N_{max} , 交叉概率 p_c , 变异概率 p_m , 阈值 T , 修正概率 p_s .

Step 2: 令 $k = 0$, 随机生成初始种群 $P(0)$.

Step 3: 精确评价 $P(0)$ 中各个体的适配值, 并将其可信度赋为 $r = 1$.

Step 4: 令 $m = 0$.

Step5: 采用比例选择^[8], 从种群中选择两个个体 parent1 和 parent2

Step6: 若 $p_c > x \ U(0, 1)$, 则对两个父代个体进行算术交叉^[8] 得到两个临时个体; 否则, 令选中的父代个体为临时个体

Step7: 按变异概率 p_m 对临时个体进行高斯变异操作^[8], 得到两个子代个体

Step8: 根据两父代个体的可信度和适配值, 由式(7) 得到子代个体与两个父代个体的相似度 S_1 和 S_2 , 按式(8) 和(9) 得到子代个体的适配值和可信度 r .

Step9: 对于每个子代个体, 若其可信度 $r < T$, 则采用精确评价重新计算其适配值, 然后将其可信度更新为 $r = 1$; 若其可信度 $T - r < 1$, 则以概率 p_r 采用精确评价重新计算其适配值, 然后将其可信度更新为 $r = 1$.

Step10: 令 $m = m + 2$ 若 $m < N$, 则返回 Step5; 否则, 令 $k = k + 1$, 并转 Step11.

Step11: 若 $k < N_{max}$, 则将所有父代个体和所有子代个体合并, 选取其中最好的 N 个个体作为种群 $P(k + 1)$, 然后令 $k = k + 1$, 并返回 Step4; 否则, 输出最优个体并结束算法

可见, 算法利用父代信息估计后代个体的性能, 大大降低了适配值精确评价计算量和计算时间, 提高了搜索效率. 另外, 算法通过对个体可信度的大小进行判断来决定是否需要修正其适配值. 显然, T 和 p_r 越大, 则需要重新评价的个体数越多, 算法就越接近于精确评价方法, 节省的计算量幅度越小; 反之, T 越小则采用插值评价的个体数就越多, 节省计算量的幅度就大, 但搜索性能可能下降

4 仿真与分析

4.1 模型降阶

考虑四阶最小相位系统^[1,3] 及其降阶模型

$$G(s) = \frac{156 + 369s + 264s^2 + 80s^3 + 10s^4}{40 + 148s + 173s^2 + 84s^3 + 21s^4 + 2s^5}$$

$$H(s) = \frac{3.9 + x_1s + x_2s^2}{1 + x_3s + x_4s^2 + x_5s^3}$$

$$H(s) = \frac{80s^3 + 10s^4}{84s^3 + 21s^4 + 2s^5}$$

待确定参数为 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$. 优化目标函数如式(4), 令 $\omega = 0.01, \omega_{i+1} = 1.1\omega_i, N = 100$ 种群大小为 40, $N_{max} = 100, p_c = 0.9, p_m = p_r = 0.05$ 参数的搜索区间设为 $x_1 \in [4, 5], x_2 \in [0, 1], x_3 \in [2, 3], x_4 \in [0, 1], x_5 \in [0, 1]$ 精确评价即由式(4) 计算降阶模型的性能 J , 进而转化为适配值 $f = 2 - 2/(1 + e^{-J})$. 分别对精确评价和插值评价方法 ($T = 0.9, 0.99, 0.9999$) 均随机运行 50 次, 表 1 给出了不同情况下运行时间统计和所得最优降阶模型, 图 1 和图 2 显示了 $T = 0.9$ 时精确与插值评价次数的动态变化以及最优与平均适配值的变化. 图 1 中实线和虚线分别表示精确评价次数和插值评价次数的变化曲线, 图 2 中实线和虚线分别表示平均适配值和

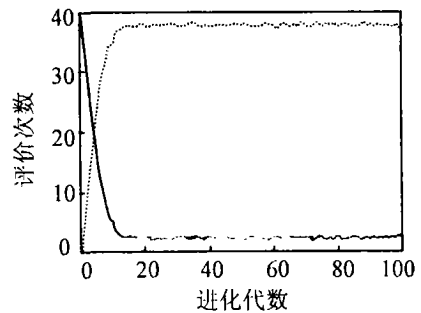


图 1 评价次数的变化曲线

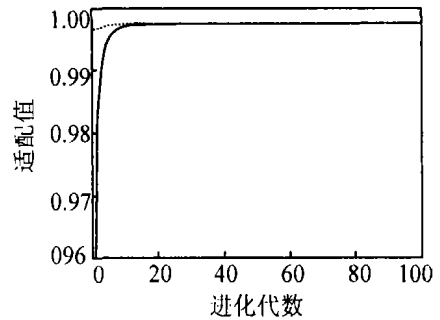


图 2 平均适配值和最优适配值的变化曲线

表 1 各方法的搜索结果和计算时间比较

方法	最优降阶模型	误差指标 J	平均计算时间 /ms	计算时间标准差
精确评价	$H(s) = \frac{3.9 + 4.2031s + 0.1267s^2}{1 + 2.4590s + 0.8845s^2 + 0.0284s^3}$	0.025494	1394.2	18.79
插值评价 ($T = 0.9$)	$H(s) = \frac{3.9 + 4.5843s + 0.0645s^2}{1 + 2.4908s + 0.9219s^2 + 0.0170s^3}$	0.037711	141.82	19.51
插值评价 ($T = 0.99$)	$H(s) = \frac{3.9 + 4.0558s + 0.0801s^2}{1 + 2.4099s + 0.8740s^2 + 0.0331s^3}$	0.025972	227.56	44.71
插值评价 ($T = 0.9999$)	$H(s) = \frac{3.9 + 4.4861s + 0.2053s^2}{1 + 2.5546s + 0.9453s^2 + 0.0410s^3}$	0.034668	394.74	82.80

最优适配值的变化曲线 硬件环境: AMD 1 GHz 处理器, 256M 内存; 软件平台: M S W i n d o w s 2000 操作系统, M S V C + + 6 0 编译软件

由表 1 可见, 插值评价方法相对精确评价方法节省了 70% ~ 90% 的计算时间 由图 1 可见, 插值评价方法每代中均有相当数量的个体采用插值估计适配值, 减少了精确评价的次数, 从而缩短了 GA 在评价环节上的时间, 提高了算法搜索的实时性 同时, 图 2 曲线表明插值评价方法具有较快的收敛性 在降阶模型的性能方面, 表 1 表明精确评价方法所得结果仅稍好于插值评价方法的结果, 偏差不大 而插值方法节省了 70% 以上的计算时间, 效率有大幅度的改善

4 2 参数估计

选取如下 Hammerstein 模型^[6,7] 进行研究:

$$\begin{cases} A(z^{-1})y(k) = z^{-d}B(z^{-1})\Phi_u(k), \\ A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2}, \\ B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1}. \end{cases} \quad (12)$$

其中

$$\Phi_u = \begin{cases} \sqrt{u + 1/2} - \sqrt{1/2}, & 5 \leq u < -1/2; \\ -\sqrt{|u + 1/2} - \sqrt{1/2}|, & -5 \leq u < -1/2 \end{cases}$$

待估计参数为 a_1, a_2, b_0, b_1 和 d .

假设真实参数为 $a_1 = -1.5, a_2 = 0.7, b_0 = 1.0, b_1 = 0.5, d = 2, u$ 为 $[-5, 5]$ 上均匀分布的白噪声, 令 $M = 100$, GA 参数同前 参数搜索区间设置为 $a_1 \in [-2, -1], a_2 \in [0, 1], b_0 \in [0.5, 1.5], b_1 \in [0, 1], d \in [0, 3]$ 精确评价由式(6) 计算估计参

表 2 各方法计算时间的比较

方法	插值评价	插值评价	插值评价	精确评价
	$T = 0.5$	$T = 0.7$	$T = 0.9$	
平均计算时间 /ms	25.62	27.64	33.66	215.70
计算时间的标准差	12.83	10.83	11.04	30.20

表 3 各方法搜索结果的比较

参数	a_1	a_2	b_0	b_1	d
理论值	-1.5	0.7	1.0	0.5	2
插值评价 ($T = 0.5$)	-1.4802	0.6836	0.9459	0.6049	2
插值评价 ($T = 0.7$)	-1.4947	0.6925	1.0142	0.5066	2
插值评价 ($T = 0.9$)	-1.5009	0.7018	1.0099	0.4901	2
精确评价	-1.5016	0.7012	1.0104	0.4887	2

数的性能 J, J 与适配值的关系同前 分别对精确评价和插值评价方法 ($T = 0.5, 0.7, 0.9$) 均随机运行 50 次, 表 2 给出了不同情况下运行时间统计, 各方法的搜索结果如表 3 所示, 图 3 和图 4 显示了 $T = 0.9$ 时精确评价和插值评价次数的动态变化以及最优和平均适配值的变化 图 3 的实线和虚线分别表示精确评价和插值评价次数的曲线, 图 4 中的实线和虚线分别表示平均适配值和最优适配值的变化曲线

由表 2 可见, 插值评价方法相对精确评价方法节省了 85% ~ 90% 的计算时间 图 3 表明插值评价方法每代中均有相当数量的个体采用插值估计适配值, 缩短了算法在评价环节上的时间, 提高了算法效率 图 4 曲线表明插值评价方法较快的收敛性 另外, 表 3 显示精确评价方法的结果稍好于插值评价方法的结果, 但偏差不大, 插值评价方法所得的某些参数优于精确评价方法的结果 而插值方法节省了 85% 以上的计算时间, 因此其效率大大高于精确评价方法

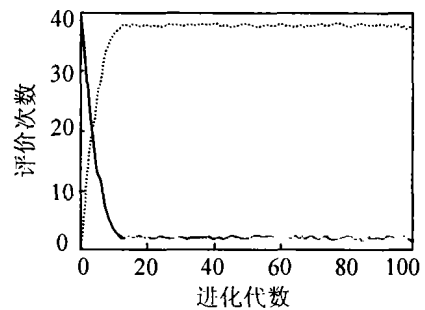


图 3 评价次数的变化曲线

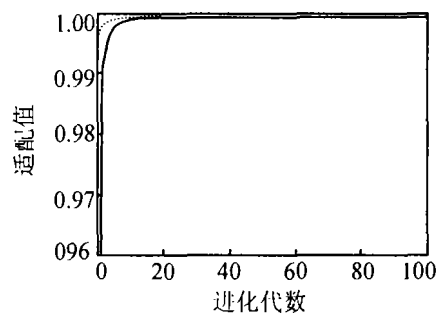


图 4 平均适配值和最优适配值的变化曲线

通过对上述模型降阶和参数估计的仿真研究表明, 本文方法可大幅度减少算法的计算量, 提高算法的实时性 对于解决适配值评价费时的问题及对算法实时性要求较高的场合, 本文方法是一种有效的途径

(下转第 433 页)

等),在这个代码框架的基础上,采用Java语言编写应用相关的用户代码

3) 上述过程生成的服务器框架、组件实现框架和组件的用户代码3部分文件经JBuilder X平台生成组件实现文件

4) 利用OpenCCM打包器对1)~3)步生成的文件打包,生成ZIP格式的CORBA组件包和Softpkg描述文件

5) 将生成的单元控制器和站点控制器相应的各组件包及其Home属性文件、组件属性文件经OpenCCM装配工具生成单元控制器组件装配包和站点控制器组件装配包

6) 用Java编写客户端源代码,结合各个组件IDL编译器生成的客户桩生成完整的客户程序

7) 上述所有组件的代码实现并打包后,由OpenCCM部署器进一步将组件装配部署到目标主机,形成实际的可重构逻辑控制器软件系统

4 结 语

本文提出了一种递阶分布式的可重构逻辑控制器体系结构,并采用模块化设计和基于CORBA组件模型的控制器的软件实现。该逻辑控制器可满足可重构制造系统对逻辑控制的要求,能组织制造系统快速重构,也可方便地与CAD和CAPP等制造

系统软件集成起来。进一步的研究将着重基于Petri网的可重构装配系统逻辑控制建模、分析、优化的理论和方法

参考文献(References)

- [1] Koren Y, Heisel U, Jovane E, et al. Reconfigurable manufacturing systems [J]. *CRIP Annals-Manufacturing Technology*, 1999, 48(2): 527-540
- [2] Park E, Tilbury D M, Khargonekar P P. A modeling and analysis methodology for modular logic controllers of machining systems using Petri nets formalism [J]. *IEEE Trans on System Man and Cybernetics*, 2001, 31(2): 168-186
- [3] 涂序彦. 大系统控制理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1994
- [4] Frey G. Design and formal analysis of Petri net based logic control algorithms [D]. Germany: Institute of Process Automation, 2002
- [5] Object Management Group. CORBA components [EB/OL]. <http://www.omg.org/technology/documents/corba-spec-catalog.htm>, 2002, 6
- [6] Wang N, Schmidt D C, O'Ryan C. Overview of CORBA component model [EB/OL]. <http://www.cs.wustl.edu/~schmidt/PDF/CBSE.pdf>, 2000

(上接第429页)

5 结 论

本文讨论了基于插值评价的实数编码遗传算法,即利用父代个体的适配值通过插值快速估计后代个体的性能,以减少评价环节的计算量,提高算法的搜索效率。基于典型模型降阶和参数估计问题的研究表明,本文方法是解决评价费时优化问题的一种高效方法

参考文献(References)

- [1] Hwang C, Hwang J H. A new two-step iterative method for optimal reduction of linear SISO systems [J]. *J of Franklin Institute*, 1996, 333(5): 631-645
- [2] Jiang B, Wang B W. Parameter estimation of nonlinear system based on genetic algorithms [J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(1): 150-152
- [3] Astrom K, Hagglund T. *PID controllers: Theory, design and tuning* [M]. New York: ISA, 1995

- [4] Li L L, Wang L, Zheng D Z. Optimal reduction of models based on a class of SM-SA strategy [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(8): 947-950, 953
- [5] Cheng S L, Hwang C. Optimal approximation of linear systems by a differential evolution algorithm [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-A*, 2001, 31(6): 698-707
- [6] Wang L, Li L L, Zheng D Z. A class of effective search strategies for parameter estimation of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(6): 953-958
- [7] Wang L, Li W F, Zheng D Z. Estimating model-parameter and tuning controller-parameter by a class of hybrid strategy [J]. *Control and Decision*, 2001, 16(5): 530-534
- [8] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001