

文章编号: 1001-0920(2005)05-0586-03

基于非线性观测器设计的混沌同步控制

陈从颜, 宋文忠

(东南大学 自动控制系, 江苏 南京 210096)

摘要: 提出一种基于非线性观测器设计的混沌同步控制方法, 给出了一类含有不确定参数混沌系统的观测器实现条件. 该控制策略可满足混沌系统中存在一些不确定参数的要求. 通过对Lorenz混沌系统的理论分析和数字仿真, 证明了其有效性.

关键词: 混沌同步控制; 非线性观测器设计; Lorenz系统

中图分类号: TN 901

文献标识码: A

Chaos synchronization based on nonlinear observer design

CHEN Cong-yan, SONG Wen-zhong

(Department of Automation, Southeast University, Nanjing 210096, China. Correspondent: CHEN Cong-yan, E-mail: chency@seu.edu.cn)

Abstract: A control approach based on nonlinear observer design is proposed to achieve the synchronization of two chaotic systems with some uncertain parameters. Sufficient conditions of observer design for this class of chaotic systems with uncertain parameters. The method can guarantee of synchronization even the parameters vary in a larger scale. The theoretical analysis and numerical simulation on the Lorenz chaotic system show the effectiveness of the synchronization strategy.

Key words: chaos synchronization; nonlinear observer design; Lorenz system

1 引言

自Pecora和Carroll提出混沌同步概念, 并首次观测到混沌同步的现象后, 混沌同步的理论研究便得到了极大发展. 实现混沌同步策略称为驱动-响应方法^[1,2]. 目前, 已提出的混沌系统同步方法有多种, 如线性耦合^[3,4]、变量反馈微扰^[5]、自适应方法^[6]、观测器同步方法^[7,8]等. 其中观测器方法的同步更易于工程实现, 因此得到了更多的关注.

在上述方法中大都假设驱动和响应系统的参数相同或变化很小, 因此限制了它们在实际系统中的应用. 从理论上讲, 混沌系统的参数模型越精确, 同步的性能越好. 但实际中往往难以做到, 特别是在实际混沌系统中, 可能有部分参数无法完全确定. 文献[9]采用交叉反馈实现对参数不确定混沌同步控制, 但它的输出驱动信号极其复杂, 这也限制了该方法的应用. 本文基于非线性观测器设计的思想, 通过一

种新的观测器设计方法, 使得系统在参数不确定的条件下仍具有良好的同步性能.

2 定义

考虑如下非线性系统:

$$\dot{x} = f(x, \lambda), y = g(x, \lambda). \quad (1)$$

其中: $x \in R^n$ 为系统状态; $y \in R^p$ 为系统输出; $\lambda \in R^k$ 为系统的参数矢量, 分解为 $\lambda_1 \in R^i$ 和 $\lambda_2 \in R^{k-i}$, 分别代表已知和未知的参数矢量; 假设 $f(0, 0) = 0$, $g(0, 0) = 0$, 大多混沌系统均能满足该条件.

若将未知参数矢量 λ 看作附加的状态变量, 则式(1)可表示为扩展系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(x, \lambda_1, \lambda_2) \\ 0 \end{bmatrix}, y = g(x, \lambda_1, \lambda_2). \quad (2)$$

定义 1^[10] 对于系统(2), 一个局部指数收敛观测器可描述为

收稿日期: 2004-06-10; 修回日期: 2004-09-30

作者简介: 陈从颜(1969—), 男, 江苏南京人, 副教授, 从事非线性系统中混沌控制与应用的研究; 宋文忠(1936—), 男, 江苏南京人, 教授, 博士生导师, 从事综合自动化、先进控制理论与应用等研究.

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = H(z, \lambda, \mu) = \begin{bmatrix} h(z, \lambda, \mu) \\ j(z, \lambda, \mu) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

其中: $x \in R^n, \mu \in R^{k-i}$, 且假设 $h(0, 0) = 0, j(0, 0) = 0$ 如果满足如下两个条件:

- 1) 对于所有的 $t \geq 0$, 如果 $x(0) = z(0), \lambda(0) = \mu(0)$, 则 $x(t) = z(t), \lambda(t) = \mu(t)$;
- 2) 存在正数 M 和 a , 使得原点某个邻域内满足

$$\left\| \begin{bmatrix} z(t) - x(t) \\ \mu(t) - \lambda(t) \end{bmatrix} \right\| \leq M \exp(-at). \quad (4)$$

误差系统定义为

$$e = \begin{bmatrix} z(t) \\ \mu(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

则误差方程为

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(z, \lambda, \mu) \\ j(z, \lambda, \mu) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f(x, \lambda, \lambda) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

给出如下定义:

$$A = \frac{\partial f}{\partial x}(0, \lambda, 0), B = \frac{\partial f}{\partial \lambda}(0, \lambda, 0),$$

$$C = \frac{\partial j}{\partial x}(0, \lambda, 0), D = \frac{\partial j}{\partial \lambda}(0, \lambda, 0),$$

则式(2) 方程线性化后可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} + \Delta_1(x, \lambda),$$

$$y = [C \ D] \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} + \Delta_2(x, \lambda), \quad (7)$$

其中 $\Delta_1(x, \lambda)$ 和 $\Delta_2(x, \lambda)$ 为无穷小量 并令扩展矩阵为 $A^* = \begin{bmatrix} A & B \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C^* = [C \ D]$

定理 1 假设系统(2) 在点 $(x, \lambda, \lambda) = (0, \lambda, 0)$ 是渐近稳定的, 如果 $\{A^*, C^*\}$ 为能观测的, 则可采用如下表述的观测器重构其状态, 且该观测器为局部指数收敛:

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \dot{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(z, \lambda, \mu) \\ 0 \end{bmatrix} + K^* [y - g(z, \lambda, \mu)] \quad (8)$$

证明 对上述观测器进行线性化, 可得到局部误差系统

$$\dot{e} = \begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \end{bmatrix} = (A^* - K^* C^*) e \quad (9)$$

根据对称原理, $\{A^*, C^*\}$ 能观测意味着 $\{(A^*)^T, (C^*)^T\}$ 能控 利用极点配置问题的基本理论可知, 存在一个实矩阵 $K^* \in R^{(n+k) \times R^p}$, 使得矩阵 $(A^*)^T - (C^*)^T (K^*)^T$ 成为负定的, 则其转置矩阵 $A^* - K^* C^*$ 具有相同的负定性 因而所设计的观测器是局部指数收敛的

3 实例分析

考虑Lorenz 系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = rx_1 - x_2 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - bx_3 \end{cases} \quad (10)$$

其中: x_1, x_2, x_3 为系统状态, σ 为Prandtl常数, r 为依赖于温差的参数, b 为关于给定空间大小的参数 当 $\sigma = 10, r = 28, b = 8/3$ 时, Lorenz 系统具有典型的混沌性态 由于系统参数 b 依赖于给定空间, 一般可以确定, 或做到参数相同, 这里不再考虑 参数 r 依赖于系统温差, 可能无法准确获知

当 $r = 0$ 时, 系统(10) 转变为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \sigma(x_2 - x_1), \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1x_3, \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - bx_3 \end{cases} \quad (11)$$

取能量函数 $V = x_1^2 + \alpha x_2^2 + \alpha x_3^2$, 则

$$\dot{V} = -2\sigma(x_1 - \frac{x_2}{2})^2 - \frac{3\sigma}{2}x_2^2 - 2b\alpha x_3^2$$

显然 $\dot{V} < 0$, 当且仅当除原点外在所有轨线上 $\dot{V} = 0$ 不成立 这表明系统在平衡点 $(x, r) = (0, 0)$ 的邻域是李亚普诺夫意义下渐近稳定的

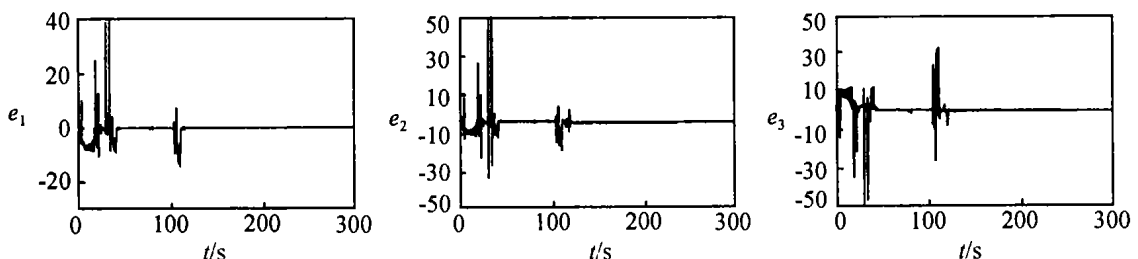
给出系统输出为

$$y = x_1 + x_3 + r, \quad (12)$$

则对于系统(10), 在 $(x, r) = (0, 0)$ 线性化后得到其扩展系统矩阵

$$A^* = \begin{bmatrix} -\sigma & \sigma & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C^* = [1 \ 0 \ 1 \ 1] \quad (13)$$



(a) 同步误差 e_1 (b) 同步误差 e_2 (c) 同步误差 e_3

图 1 同步误差仿真结果

取 $K^* = [1 \ 9 \ -9 \ 10]^T$, 则 $A^* - K^*C^*$ 为负定的。在仿真实验中, 系统取 $\sigma = 10, b = 8/3, r$ 在 $26.6 \sim 29.4$ 之间随机确定。系统初始条件分别为 $x(0) = (0 \ 1, -0.051, 0.01)^T, z(0) = (5, -5, 0.01)^T$, 同步误差仿真结果如图1所示。

4 结 语

本文的目的在于寻找一种混沌同步的控制方法, 使得系统在参数不能完全确定条件下仍具有良好的同步性能。研究了针对此类系统采用基于非线性观测器设计进行同步控制的可行性, 并通过对 Lorenz 混沌系统的分析和仿真验证了其有效性和一般性。

参考文献(References)

- [1] Pecora L M, Carroll L T L. Synchronization in chaotic circuits [J]. *Physical Review Letter*, 1990, 64(8): 821-824
- [2] Pecora L M, Carroll L T L. Driving systems with chaotic signals [J]. *Physical Review A*, 1991, 44(4): 2374-2378
- [3] Kocarev L, Parlitoz V. General approach for chaotic synchronization with applications to communication [J]. *Physical Review Letter*, 1995, 74(25): 5028-5031.
- [4] Wu C W, Chua L O. Synchronization in an array of linearly coupled dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, 1995, 42(8): 430-447.
- [5] Peteman D W. High frequency synchronization of chaos [J]. *Physical Review Letters*, 1995, 74(10): 1740-1742
- [6] John J K, Amritkar R E. Synchronization of unstable orbits using adaptive control [J]. *Physical Review E*, 1994, 49(6): 4843-4848
- [7] 关新平, 何宴辉, 范正平. 扰动情况下一类混沌系统的观测器同步 [J]. *物理学报*, 2003, 52(2): 276-279.
(Guan X P, He Y H, Fan Z P. Synchronization of a class of chaotic systems in the presence of perturbation by an observe [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, 52(2): 276-279.)
- [8] 李国辉, 徐得名, 周世平. 基于状态观测器的参数调制混沌数字通信 [J]. *物理学报*, 2004, 53(3): 706-709.
(Li G H, Xu D M, Zhou S P. A parameter modulated method for chaotic digital communication based on state observers [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, 53(3): 706-709.)
- [9] Samuel Bowong, Moukam Kakmeni F M. Synchronization of uncertain chaotic systems via backstepping approach [J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 21: 999-1011.
- [10] Sundarapandian V. Local observer design for nonlinear systems [J]. *Mathematical and Computer Modelling*, 2002, 35: 25-36

(上接第556页)

4 结 语

SCGM $(1, h)$ 刻画了具有“贫”信息、小样本序列数据的社会经济系统的内部结构, 其模型参数反映了系统的内部性质。考虑该类系统应及时感应或控制外部环境变动和外部干扰产生的影响, 根据控制论的思想, 结合宏观经济运行规律、系统动力学理论和系统云模型, 本文提出了系统云灰色调控预测模型, 并对该模型及其解进行了证明, 定义了调控函数和调控效果函数, 求证了上述函数。实例结果表明, 它不仅能对具有“贫”信息、小样本特点的动力学系统进行较为准确的预测, 还能根据其预测结果对系统的影响因素进行宏观控制, 从而为决策者提供一种强有力的决策支持方法。

参考文献(References)

- [1] 王其藩. *高级系统动力学* [M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
- [2] 陈绵云. 制定城市总体规划的灰色系统方法 [J]. *华中理工大学学报*, 1990, 18(3): 1-7.
(Chen M Y. Application of grey system method in overall urban planning [J]. *J of Huazhong University of Science and Technology*, 1990, 18(3): 1-7.)
- [3] 陈绵云. 趋势关联度及其在灰色建模中的应用 [J]. *华中理工大学学报*, 1994, 22(8): 66-68.
(Chen M Y. Tendency correlation and its application in grey system modelling [J]. *J of Huazhong University of Science and Technology*, 1994, 22(8): 66-68.)
- [4] 陈德军, 张玉民, 陈绵云. 数据挖掘的系统云灰色预测方法研究 [J]. *控制与决策*, 2004, 19(8): 26-30.
(Chen D J, Zhang Y M, Chen M Y. A research on method of system cloud gray forecasting in data mining [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(8): 26-30.)
- [5] 国家统计局. *中国统计年鉴2000* [M]. 北京: 中国统计出版社, 2000.