第20卷 第5期
Vol 20 No. 5

控 制 与 决 策
Control and Decision

2005年5月
May 2005

文章编号: 1001-0920(2005)05-0595-03

关联模糊大系统的保性能控制器设计: LMI方法

蔡 勇[1,2], 向 静[3], 张友刚[1], 肖 建[1]

(1. 西南交通大学 电气工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南科技大学 计算机科学学院, 四川 绵阳 621010; 3. 西南交通大学 经济管理学院, 四川 成都 610031)

摘 要: 考虑具有参数不确定性的连续时间关联模糊大系统的保性能控制问题. 基于LMI方法, 给出了该不确定性模糊大系统分散状态反馈保性能控制器的设计方案. 所设计的分散状态反馈保性能控制器, 不但使得该不确定性模糊大系统闭环渐近稳定, 而且使其二次型性能指标的上界最小.

关键词: 参数不确定性; 关联模糊大系统; 保性能控制; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273.4　　**文献标识码**: A

Guaranteed cost control of interconnected fuzzy large-scale systems with parameter uncertainties: An LMI approach

CAI Yong[1,2], *XIANG Jing*[3], *ZHANG You-gang*[1], *XIAO Jian*[1]

(1. School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. Computer College, Southwest University of Science and Technology, Mianyang 621010, China; 3. School of Economic Management, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China. Correspondent: CAI Yong, E-mail: caiy@swust.edu.cn)

Abstract: Guaranteed cost control problem for interconnected fuzzy large-scale systems with parametric uncertainties is considered. Decentralized states feedback guaranteed-cost controllers are designed for the uncertain fuzzy large-scale system via LMI technology, which not only ensure asymptotic stability of the closed-loop fuzzy large-scale system, but also minimize the upper bound of a quadratic performance measure.

Key words: parameter uncertainties; interconnected fuzzy large-scale systems; guaranteed cost control; LMI

1 引 言

近年来, T-S 模糊控制系统的稳定性分析以及系统化性能设计方法已引起控制界的广泛关注. 然而, 稳定性只是系统运行的最小要求, 对于实际系统仅具有稳定性是不够的, 还必须考虑其他的一些性能. 即所设计的控制器除保证稳定性外, 还需满足系统某些性能指标的要求, 这样的控制方式称为保性能或称保成本、保代价控制[1]. 不确定系统的保性能控制问题是由Chang 等[1]于1972 年提出的, 其基本思想是所设计的控制器不仅使得系统闭环稳定, 而且应使得某个或某些性能指标值不超过规定的上界.

关于不确定系统的保性能控制问题已有很多研究[2~5]. 文献[2]研究了不确定线性系统的最优保成本控制; 文献[3]研究了不确定离散系统的保成本控制; 文献[4]采用LMI方法, 研究了多机电力系统的分散鲁棒保性能控制问题; 文献[5]则研究了T-S 模糊系统的保性能控制问题. 但是对于由若干个T-S 模糊系统组成的关联模糊大系统的研究目前还是空白. 本文将文献[4]的方法与文献[5]的方法相结合, 将文献[5]的结果推广到关联模糊大系统保性能控制器的分析与设计.

2 不确定性关联模糊大系统的保性能控制器设计

收稿日期: 2004-03-09; **修回日期**: 2004-07-07.

基金项目: 国家自然科学基金项目(69774024).

作者简介: 蔡勇(1962—), 男, 贵州纳雍人, 副教授, 博士生, 从事计算机控制理论与控制技术的研究; 肖建(1950—), 男, 湖南衡阳人, 教授, 博士生导师, 从事计算机控制理论与控制技术的研究.

考虑由 N 个 T-S 模糊子系统组成的具有参数不确定性的关联模糊大系统, 其第 j 个子系统由如下方程描述:

$$F_j: \dot{x}_j(t) = \sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)\{(A_{ij} + \Delta A_{ij})x_j(t) + (B_{ij} + \Delta B_{ij})u_j(t)\} + \sum_{n=1, n\neq j}^{N} (C_{nj} + \Delta C_{nj})x_n(t),$$
$$j = 1, 2, \cdots, N. \qquad (1)$$

其中: $x_j(t), u_j(t)$ 分别为第 j 个子模糊系统的状态向量和输入向量; A_{ij}, B_{ij} 为第 j 个子模糊系统的各条规则构成的各个线性子系统的系统矩阵和输入矩阵; C_{nj} 为第 n 个子模糊系统与第 j 个子模糊系统的关联矩阵; r_j 为第 j 个子模糊系统的模糊规则数; $\mu_{ij}(x_j)$ 为第 j 个子模糊系统的归一化隶属度函数 $\Delta A_{ij}, \Delta B_{ij}, \Delta C_{nj}$ 分别表示以上标称矩阵中的不确定性, 且满足如下范数有界条件:

$$\Delta A_{ij} = D_{aij}F_{aij}(t)E_{aij},\ \Delta B_{ij} = D_{bij}F_{bij}(t)E_{bij},$$
$$\Delta C_{ij} = D_{cij}F_{cij}(t)E_{cij},\ F_{aij}^T(t)F_{aij}(t) \leq I,$$
$$F_{bij}^T(t)F_{bij}(t) \leq I,\ F_{cij}^T(t)F_{cij}(t) \leq I.$$

每个孤立子模糊系统(没有关联, 即 $C_{nj} = 0, \Delta C_{nj} = 0$) 均为 T-S 模糊系统, 假设第 j 个子系统的第 i $(i = 1, 2, \cdots, r_j)$ 条模糊规则如下:

规则 i

if $x_{1j}(t)$ is M_{i1j}, $x_{2j}(t)$ is M_{i2j}, and, $\cdots$, and, $x_{kj}(t)$ is M_{ikj};

Then $\dot{x}_j(t) = (A_{ij} + \Delta A_{ij})x_j(t) + (B_{ij} + \Delta B_{ij})u_j(t)$.

其中: M_{igj} $(g = 1, 2, \cdots, k)$ 为模糊集合; $x_{1j}(t), x_{2j}(t), \cdots, x_{kj}(t)$ 为前提变量 第 j 个孤立子模糊系统的全局模型为

$$\dot{x}_j(t) = \frac{\sum_{i=1}^{r_j} \omega_j(x_j)[(A_{ij} + \Delta A_{ij})x_j(t) + (B_{ij} + \Delta B_{ij})u_j(t)]}{\sum_{i=1}^{r_j} \omega_j(x_j)} =$$
$$\sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)[(A_{ij} + \Delta A_{ij})x_j(t) + (B_{ij} + \Delta B_{ij})u_j(t)]. \qquad (2)$$

其中

$$\omega_j(x_j) = \prod_{g=1}^{k} M_{igj}(x_{gj}(t)),$$
$$\mu_{ij}(x_j) = \frac{\omega_j(x_j)}{\sum_{i=1}^{r_j} \omega_j(x_j)},\ \mu_{ij}(x_j) \geq 0,$$
$$\sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j) = 1. \qquad (3)$$

取性能指标

$$J = \sum_{j=1}^{N} \int (x_j^T(t)Q_jx_j(t) + u_j^T(t)R_ju_j(t))dt. \qquad (4)$$

控制器设计采用如下的分散化 PDC 控制律

$$u_j(t) = \sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)K_{ij}x_j(t),\ j = 1, 2, \cdots, N, \qquad (5)$$

则其闭环模型为

$$\dot{x}_j(t) = \sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)\mu_{fj}(x_j)[A_{ij} + \Delta A_{ij} + (B_{ij} + \Delta B_{ij})K_{fj}]x_j(t) + \sum_{n=1, n\neq j}^{N} (C_{nj} + \Delta C_{nj})x_n,$$
$$j = 1, 2, \cdots, N. \qquad (6)$$

首先将文献[4]中所考虑的一类非线性关联大系统二次保性能矩阵集的定义推广到关联模糊大系统:

定义 1 分散化 PDC 控制律(5) 称为关联模糊大系统(1) 的分散状态反馈保性能控制器, 而 $P_j > 0$ $(j = 1, 2, \cdots, N)$ 称为式(1) 的二次保性能矩阵集, 若下式成立:

$$\sum_{j=1}^{N}\sum_{i=1}^{r_j}\sum_{f=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)\mu_{fj}(x_j)x_j^T\{[A_{ij} + \Delta A_{ij} + (B_{ij} + \Delta B_{ij})K_{fj}]^TP_j + P_j[A_{ij} + \Delta A_{ij} + (B_{ij} + \Delta B_{ij})K_{fj}]\}x_j + \sum_{j=1}^{N}\sum_{n=1, n\neq j}^{N} 2x_n^T(C_{nj} + \Delta C_{nj})^TP_jx_j + \sum_{j=1}^{N} x_j^T\Big[Q_j + \Big(\sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)K_{ij}\Big)^TR_j\Big(\sum_{i=1}^{r_j} \mu_{ij}(x_j)K_{ij}\Big)\Big]x_j < 0. \qquad (7)$$

由定义 1, 有如下定理:

定理 1 对于关联模糊大系统(1) 及性能指标(4), 若 $P_j > 0$ $(j = 1, 2, \cdots, N)$ 为该系统的一个二次保性能矩阵集, 而分散化 PDC 控制器(5) 为该系统的分散状态反馈保成本控制器, 则关联模糊大系统闭环方程(6) 为二次稳定且性能指标(4) 满足

$$J \leq \sum_{j=1}^{N} x_j^T(0)P_jx_j(0).$$

定理 2 对于关联模糊大系统(1) 及性能指标(4), 若存在正定对称矩阵 P_j $(j = 1, 2, \cdots, N)$, 控制器矩阵 K_{ij} $(j = 1, 2, \cdots, N,\ i = 1, 2, \cdots, r_j)$ 及常数 α_{ij} $(j = 1, 2, \cdots, N,\ i = 1, 2, \cdots, r_j) > 0$, β_{ifj} $(j = 1, 2, \cdots, N,\ i = 1, 2, \cdots, r_j,\ f = 1, 2, \cdots, r_j) > 0$, γ_j $(j = 1, 2, \cdots, N) > 0$, 使得如下矩阵不等式(MI) 成立:

$$G_{iij}^TP_j + P_jG_{iij} + Q_j + K_{ij}^TR_jK_{ij} +$$

$$
\begin{aligned}
&\alpha_{ij}P_jD_{aij}D_{aij}^{\mathrm T}P_j+\beta_{iij}P_jD_{bij}D_{bij}^{\mathrm T}P_j+\\
&\gamma_j\sum_{n=1,n\neq j}^{N}P_jD_{cnj}D_{cnj}^{\mathrm T}P_j+(N-1)P_j^2+\\
&\frac{1}{\alpha_{ij}}E_{aij}^{\mathrm T}E_{aij}+\frac{1}{\beta_{iij}}K_{ij}^{\mathrm T}E_{bij}^{\mathrm T}E_{bij}K_{ij}+\\
&\frac{1}{\gamma_j}\sum_{n=1,n\neq j}^{N}E_{cjn}^{\mathrm T}E_{cjn}+\sum_{n=1,n\neq j}^{N}C_{jn}^{\mathrm T}C_{jn}<0,\\
&\qquad j=1,2,\cdots,N,\ i=1,2,\cdots,r_j;
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\begin{aligned}
&\left(\frac{G_{ifj}+G_{fij}}{2}\right)^{\mathrm T}P_j+P_j\frac{G_{ifj}+G_{fij}}{2}+Q_j+\\
&\frac{1}{2}(K_{ij}^{\mathrm T}R_jK_{ij}+K_{fj}^{\mathrm T}R_jK_{fj})+\\
&\frac{1}{2}P_j(\alpha_{ij}D_{aij}D_{aij}^{\mathrm T}+\alpha_{fj}D_{afj}D_{afj}^{\mathrm T})P_j+\\
&\frac{1}{2}P_j(\beta_{ifj}D_{bij}D_{bij}^{\mathrm T}+\beta_{fij}D_{bfj}D_{bfj}^{\mathrm T})P_j+\\
&\gamma_j\sum_{n=1,n\neq j}^{N}P_jD_{cnj}D_{cnj}^{\mathrm T}P_j+(N-1)P_j^2+\\
&\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\alpha_{ij}}E_{aij}^{\mathrm T}E_{aij}+\frac{1}{\alpha_{fj}}E_{afj}^{\mathrm T}E_{afj}\right)+\\
&\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\beta_{ifj}}K_{fj}^{\mathrm T}E_{bij}^{\mathrm T}E_{bij}K_{fj}+\frac{1}{\beta_{fij}}K_{ij}^{\mathrm T}E_{bfj}^{\mathrm T}E_{bfj}K_{ij}\right)+\\
&\frac{1}{\gamma_j}\sum_{n=1,n\neq j}^{N}E_{cjn}^{\mathrm T}E_{cjn}+\sum_{n=1,n\neq j}^{N}C_{jn}^{\mathrm T}C_{jn}<0,\\
&\qquad j=1,2,\cdots,N,\ f=1,2,\cdots,r_j,\ i<f.
\end{aligned}
\tag{9}
$$

式中: $G_{ifj}=A_{ij}+B_{ij}F_{fj}$, $G_{fij}=A_{fj}+B_{fj}F_{ij}$. 则分散化 PDC 控制器(5) 为参数不确定性关联模糊大系统(1) 的分散状态反馈保性能控制器. 即分散化 PDC 控制器(5) 不仅使得含有参数不确定性的关联模糊大系统(1) 为闭环(6) 二次稳定, 且其性能指标(4) 满足 $J\le\sum_{j=1}^{N}x_j^{\mathrm T}(0)P_jx_j(0)$.

下面的定理 3 将定理 2 中的矩阵不等式条件转化为LMI[6]形式, 以便利用Matlab 的LMI工具箱[7]对其进行数值求解.

定理 3　对于关联模糊大系统(1) 及性能指标(8), 若存在正定对称矩阵 X_j $(j=1,2,\cdots,N)$, 矩阵 M_{ij} $(j=1,2,\cdots,N,\ i=1,2,\cdots,r_j)$ 及常数 $\alpha_{ij}>0$, $\beta_{ifj}>0$, $\gamma_j>0$, 使得如下LMI成立:

$$
\begin{bmatrix}
\Omega_{iij} & X_j & M_{ij}^{\mathrm T} & X_jE_{aij}^{\mathrm T} & M_{ij}^{\mathrm T}E_{bij}^{\mathrm T} & X_jE_{cj}^{\mathrm T} & X_jC_j^{\mathrm T}\\
X_j & -Q_j^{-1} & & & & & \\
M_{ij} & & -R_j^{-1} & & & & \\
E_{aij}X_j & & & -\alpha_{ij}I & & & \\
E_{bij}M_{ij} & & & & -\beta_{iij}I & & \\
E_{cj}X_j & & & & & -\gamma_jI & \\
C_jX_j & & & & & & -I
\end{bmatrix}<0,
$$

$$
j=1,2,\cdots,N,\ i=1,2,\cdots,r_j;\tag{10}
$$

$$
\begin{bmatrix}
\Omega_{ifj} & X_j & M_{ij}^{\mathrm T} & M_{fj}^{\mathrm T} & X_jE_{aij}^{\mathrm T} & X_jE_{afj}^{\mathrm T} & M_{fj}^{\mathrm T}E_{bij}^{\mathrm T} & M_{ij}^{\mathrm T}E_{bfj}^{\mathrm T} & X_jE_{cj}^{\mathrm T} & X_jC_j^{\mathrm T}\\
X_j & -Q_j^{-1} & & & & & & & & \\
M_{ij} & & -2R_j^{-1} & & & & & & & \\
M_{fj} & & & -2R_j^{-1} & & & & & & \\
E_{aij}X_j & & & & -2\alpha_{ij}I & & & & & \\
E_{afj}X_j & & & & & -2\alpha_{fj}I & & & & \\
E_{bij}M_{fj}^{\mathrm T} & & & & & & -2\beta_{ifj}I & & & \\
E_{bfj}M_{ij}^{\mathrm T} & & & & & & & -2\beta_{fij}I & & \\
E_{cj}X_j & & & & & & & & -\gamma_jI & \\
C_jX_j & & & & & & & & & -I
\end{bmatrix}<0,
$$

$$
j=1,2,\cdots,N,\ f=1,2,\cdots,r_j,\ i<f.\tag{11}
$$

式中

$$
\begin{aligned}
&X_j=P_j^{-1},\ M_{ij}=K_{ij}X_j,\\
&\Omega_{iij}=\\
&X_jA_{ij}^{\mathrm T}+A_{ij}X_j+B_{ij}M_{ij}+M_{ij}^{\mathrm T}B_{ij}^{\mathrm T}+\\
&(N-1)I+\alpha_{ij}D_{aij}D_{aij}^{\mathrm T}+\\
&\beta_{iij}D_{bij}D_{bij}^{\mathrm T}+\gamma_j\sum_{n=1,n\neq j}^{N}D_{cnj}D_{cnj}^{\mathrm T},\\
&\Omega_{ifj}=\\
&\frac{1}{2}[X_j(A_{ij}^{\mathrm T}+A_{fj}^{\mathrm T})+(A_{ij}+A_{fj})X_j+\\
&B_{ij}M_{fj}+B_{fj}M_{ij}+M_{ij}^{\mathrm T}B_{fj}^{\mathrm T}+M_{fj}^{\mathrm T}B_{ij}^{\mathrm T}]+\\
&(N-1)I+\frac{1}{2}(\alpha_{ij}D_{aij}D_{aij}^{\mathrm T}+\alpha_{fj}D_{afj}D_{afj}^{\mathrm T}+\\
&\beta_{ifj}D_{bij}D_{bij}^{\mathrm T}+\beta_{fij}D_{bfj}D_{bfj}^{\mathrm T})+\gamma_j\sum_{n=1,n\neq j}^{N}D_{cnj}D_{cnj}^{\mathrm T}.
\end{aligned}
$$

则分散化PDC 控制器(5)为不确定性关联模糊大系统(1)的分散状态反馈保性能控制器.

3　结　　论

本文研究了不确定性关联模糊大系统的分散化状态反馈保性能控制器的设计问题. 分散保性能控制器的存在条件均以LMI 表示, 可通过计算机有效地对其进行数值求解.

(下转第600 页)

一步都能得到局部时间最优的控制结果, 可取得较好的控制时间. 但该方法不能保证取得全局时间最优的控制结果.

4 结 语

本文提出的控制算法可以处理某些时变约束系统的稳定控制问题. 采用这种方法能有效地实现对时变约束系统的稳定控制, 而且在控制时间上具有一定优势. 但这种方法计算较为复杂, 有待于进一步的改进.

本文对约束时变系统的控制方法进行了研究, 但未找到普遍适用的时间最优的控制算法. 约束时变系统的控制问题尚有待进一步的研究.

参考文献(References)

[1] Feuer A, Heymann M. Admissible sets in linear feedback systems with bounded controls[J]. *Int J of Control*, 1976, 23(3): 381-393.

[2] Gilbert E G, Tan K T. Linear systems with state and control constraints: The theory and application of maximal output admissible sets[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(9): 1008-1020.

[3] Mayne D Q, Schroeder W R. Robust time-optimal control of constrained linear systems[J]. *Automatica*, 1997, 33(12): 2103-2118.

[4] Zhang J, Chen J. Robust algorithm of constrained linear systems with parameters uncertainties [A]. *ASCC* 2002[C]. Singapore, 2002: 1455-1460.

[5] 张娟, 陈杰. 基于多面体方法的约束线性系统控制算法的简化算法[J]. *北京理工大学学报*, 2002, 22(6): 335-338.
(Zhang J, Chen J. Simplified algorithm for constrained linear system control via polytope techniques[J]. *J of Beijing Institute of Technoolgy*, 2002, 22(3): 335-338.)

(上接第 578 页)

参考文献(References)

[1] Lee Y H, Lee J S. PID controllers tuning for integrating and unstable processes with time delay[J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, 55(17): 3481-3493.

[2] Yang X P, Wang Q G, Hang C C. IMC-based control system design for unstable processes[J]. *Industrial Engineering & Chemical Research*, 2002, 41(17): 4288-4294.

[3] Tan W, Marquez H J, Chen T W. IMC design for unstable processes with time delays[J]. *J of Process Control*, 2003, 13(3): 203-213.

[4] Majhi S, Atherton D P. Obtaining controller parameters for a new Smith predictor using autotuning [J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1651-1658.

[5] Zhang W D, Gu D Y, Wang W, et al. Quantitative performance design of a modified Smith Predictor for unstable processes with time delay [J]. *Industrial Engineering & Chemical Research*, 2004, 43(1): 56-62.

[6] 刘涛, 张卫东, 顾诞英. 一类开环不稳定串级控制系统的解析设计[J]. *控制与决策*, 2004, 19(8): 872-876.
(Liu T, Zhang W D, Gu D Y. Analytical design for a class of open-loop unstable cascade control systems[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(8): 872-876.)

[7] Morari M, Zafiriou E. *Robust process control* [M]. Englewood Cliffs, NY: Prentice Hall, 1989.

(上接第 597 页)

参考文献(References)

[1] Chang S, Peng T. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans Automation Control*, 1972, 17(4): 356-361.

[2] Petersen I R, Mcfarlane D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems[J]. *IEEE Trans Automation Control*, 1994, 39(9): 1971-1977.

[3] 俞立. 不确定离散系统的最优保性能控制[J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(5): 639-642.
(Yu L. Optimal guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems[J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(5): 639-642.)

[4] Xie S, Xie L, Wang Y, et al. Decentralised control of multimachine power systems with guaranteed performance[J]. *IEE Proc Control Theory Application*, 2000, 47(3): 355-365.

[5] Yang Y, Dong Y, Guo X. Guaranteed-cost design based on T-S fuzzy model[A]. *Proc The 4th World Congress on Intelligent Control and Automation* [C]. Shanghai, 2002: 1862-1866.

[6] Boyd S, Gshaoui L, Feron E, et al. *Linear matrix inequalities in systems and control theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.

[7] Gahinet P, Nemirovski A, Laub A J, et al. *LMI control toolbox* [M]. Natick, MA: Mathworks, 1995.