

文章编号: 1001-0920(2005)05-0490-05

大规模智能群体的建模及稳定性分析

陈世明, 方华京

(华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 提出一种基于个体局部信息的智能群体模型。在此模型基础上, 给出了个体的运动控制方程, 并基于 Lyapunov 稳定性理论研究了大规模智能群体动态集聚行为的稳定性。该模型的建立仅依靠相互可检测到的个体之间的局部信息, 结合所提出的个体局部控制算法, 便能实现群体的稳定全局集聚行为, 体现出了较强的适应性、鲁棒性和可扩展性。

关键词: 群体智能; 集聚行为; 稳定性; 可扩展性

中图分类号: TP242.6 **文献标识码:** A

Modeling and stability analysis of large-scale intelligent swarm

CHEN Shi-ming, FANG Hua-jing

(Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China. Correspondent: FANG Hua-jing, E-mail: hjfang@public.wh.hb.cn)

Abstract: A model of large-scale swarm based on individual local information and an individual motion control equation are proposed. The stability of aggregating behavior of large-scale intelligent swarm is studied with Lyapunov stability theory. The model only rely on the local information between the mutual observable individuals. Combined with the proposed individual local control algorithm, the stable global aggregating behavior can be achieved easily. Good adaptability, robustness and scalability emerge in the proposed model and control algorithm.

Key words: swarm intelligence; aggregation behavior; stability; scalability

1 引言

长期以来, 许多生物学家致力于生物群体协作行为的理解和建模工作^[1,2], 生物群的这种协作行为增强了搜寻食物和避免天敌的能力。从工程上讲, 这些研究成果可用来发展如多机器人应用和海、陆、空的无人驾驶机群等多智能体系统的分布式协调控制和学习策略。

Breder^[1]是最早应用数学方程研究鱼类群体行为的学者之一, 他提出了一种由引力/斥力函数组成的简单模型; Warburton 等人^[2]在此基础上研究了一系列引力/斥力函数对生物群聚集能力的影响; Beni 等人^[3,4]则对群体的稳定性分析做出了很重要的工作。Gazi 等人^[5,6]提出一种基于个体的群体模型来分析群体的集聚行为, 该模型的不足之处是每

个个体需要知道所有其他个体的相对位置, 即需要知道群体分布的全局信息。这在生物上是不可能实现的, 尽管在工程上可以通过增加全局定位系统来克服这个不足, 但这势必增加工程投入, 增加通讯需求, 因而也极大地限制了大规模多智能体系统应用研究的发展。为此, 本文提出一种基于个体局部信息的群体模型, 并研究了基于该模型的群体动态集聚行为的稳定性和可扩展性。

2 智能群体模型

在建立智能群体模型之前, 首先给出以下几个假设和定义:

假设 1 取 n 维空间中由 m 个个体组成的一个智能群体, 不考虑每个个体的尺寸, 将每一个体假设为一个质点, 个体 i 的位置由 $x^i \in R^n$ 表示, 假定个体

收稿日期: 2004-07-19; 修回日期: 2004-10-26

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274014)。

作者简介: 陈世明(1977—), 男, 江西九江人, 博士, 从事多智能体系统的研究; 方华京(1955—), 男, 浙江黄岩人, 教授, 博士生导师, 从事多智能体系统、网络化控制系统等研究。

检测能力相同, 即若 i 能检测到 j 的位置, 则 j 必能检测到 i 的位置. 同时个体之间保持同步运动, 没有时间延迟.

定义 1 $S = \{1, 2, \dots, m\}$ 表示群体的成员集合, 个体 i 视线范围内的所有个体集合定义为

$$A_i = \{j: |x^i - x^j| \leq \epsilon, \forall j \in S\}.$$

其中: ϵ 为个体所能检测到的最远空间距离, 采用 2-范数 $|x^i - x^j| = \sqrt{(x^i - x^j)^T(x^i - x^j)}$ 表示 n 维空间中任意两个坐标点之间的距离, 即由两点形成的向量长度.

定义 2 个体 i 的排斥域定义为

$$R_i = \{j: \rho < |x^i - x^j| < r, \forall j \in S, j \neq i\}.$$

其中: r 为个体间斥力作用函数的最大距离, ρ 为个体间的最小安全距离.

定义 3 最小外接圆问题是一个极小极大问题^[7]. 用数学语言可描述为对于个体 i 视线范围内的所有样本点 $j \in A_i$, 寻找一个圆心 \bar{x}_{io} 使得 $\min_j \max_S \{|\bar{x}_{io} - x^j|\}$ 成立. 最小外接圆的圆心求解算法已颇为成熟^[7,8], 因此本文对最小外接圆圆心求解问题不再赘述. 个体 i 视线范围内的所有个体组成的最小外接圆上的个体集合定义为

$$O_i = \{j: |\bar{x}_{io} - x^j| = \xi, \forall j \in S\},$$

其中: ξ 为最小外接圆半径, 且有 $\xi \in |x^i(t) - \bar{x}_{io}(t)| \leq \epsilon/2$.

定义 4 个体可观测链定义为: 如果对于群体内任意个体 i, j , 总存在相应的个体集合 $S = \{k, l, \dots, n\}, k, l, \dots, n \in S$, 使得 $|x^i - x^k| \leq \epsilon, |x^k - x^l| \leq \epsilon, \dots, |x^n - x^j| \leq \epsilon$ 皆成立, 或有 $|x^i - x^j| \leq \epsilon$ 成立, 那么称 i, j 在群体内属于个体可观测的, 称 $S = \{k, l, \dots, n\}, k, l, \dots, n \in S$ 为个体 i, j 的个体可观测链.

在满足上述假设情况下, 本文提出一种以连续-离散时间表示的基于个体局部信息的智能群体模型. 其中每个个体以离散时间表示的形式在每一采样时刻计算其视线范围内所有个体的最小外接圆圆心位置, 在两个采样时间间隔内则保持最小外接圆圆心位置不变. 以连续时间表示的形式设计每个个体的位置控制方程, 该控制方程为

$$\begin{aligned} \dot{x}^i(t) = & g_a(x^i(t) - \bar{x}_{io}(t)) + g_r(\min_{j \in R^i} |x^i(t) - x^j(t)|), \\ & i = 1, 2, \dots, m; \end{aligned} \quad (1)$$

$$g_a(x^i(t) - \bar{x}_{io}(t)) = -a(x^i(t) - \bar{x}_{io}(t)), a > 0; \quad (2)$$

$$g_r(x^i(t) - x^j(t)) =$$

$$\begin{cases} b \frac{(r - |x^i(t) - x^j(t)|)}{(|x^i(t) - x^j(t)| - \rho)} (x^i(t) - x^j(t)), \\ b > 0, \rho < |x^i(t) - x^j(t)| < r; \\ 0, r > |x^i(t) - x^j(t)| > \rho; \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\bar{x}_{io} \in R^n$ 表示个体 i 视线范围内所有样本点组成的最小外接圆圆心位置; 吸引力作用函数中 a 前面的负号表示个体 i 在该引力函数作用下朝着与目标位置减小的方向运动, 常数 a 的值由实际智能个体的最大运动速度限定; 斥力作用函数中常数 b 的作用是调整个体 i 在同时受引力和斥力作用时的平衡位置, b 的取值对平衡位置的影响将随后给出分析.

当由 m 个个体组成的群体内有部分个体不能互相观测, 即组成了 k 个内部可互相观测的子群体 S_1, S_2, \dots, S_k , 但有个体之间不能通过一条共同的个体可观测链来获得连接. 以 $k = 2$ 为例, 分为两个子群体 S_1 和 S_2 时, 有 $S_1 \cap S_2 = \emptyset$. 此时群体分裂成两个毫无关联的子群体, 其联合集聚的稳定性分析已无意义. 因此, 本文只讨论由 m 个个体组成的群体内有部分个体不能互相观测, 但所有 m 个个体中任意两个个体之间至少有一条共同的个体可观测链的初始分布情况.

同时从宏观上定性分析个体最小外接圆圆心的特性: 做一个虚拟圆包含所有的个体, 靠近虚拟圆边缘部分的个体, 其最小外接圆圆心位置相对于个体当前位置而言必定更接近于虚拟圆圆心位置. 在式 (1) 描述的运动方程控制下, 个体也必将不断往虚拟圆内部集聚. 另外, 选择最小外接圆圆心位置作为个体运动的目标位置的实质意义就是每个个体都不断缩小与视线范围内距自身最远的个体的距离, 保证个体之间的可观测性的延续. 因此, 对于任意两个个体, 只要它们之间存在一条共同的个体可观测链, 那么在式 (1) 描述的运动方程控制下, 这两个个体将会一直保持这种个体可观测性.

3 智能群体的集聚行为分析

本文的第一个结论是关于个体 i 的排斥域内无其他个体, 即 $R_i = \emptyset$ 称为自由个体.

引理 1 假如时刻 t 由模型 (1) 表示的群体中个体 i 是一个自由个体, 其引力/斥力作用函数由式 (2) 表示, 那么在 t 时刻该个体会向目标位置 \bar{x}_{io} 运动, 并稳定在以下圆形区域内:

$$B_\eta(\bar{x}_{io}) = \{x^i: |x^i - \bar{x}_{io}| \leq \eta\}, \quad (4)$$

其中 η 为任意正数. 证明略.

引理 1 并不说明个体在任何情况下都可以稳定收敛到目标圆心位置的 η 邻域内. 实际上, 一旦有个

体 j 进入个体 i 的排斥域内, 引理 1 的条件不再成立

下面继续分析非自由个体的运动状况 对于个体 i 排斥域内距其最近的个体 j 处在 \bar{x}_{i0} 指向 x^i 延长线上的情况, 因为个体 j 对于个体 i 产生的斥力作用与 \bar{x}_{i0} 对于个体 i 产生的引力作用方向一致, 因此其稳定性分析可参考引力常数 a 增大时自由个体的稳定性分析, 称这种情况下的个体 i 是以类似于自由个体方式收敛的个体 对于个体 i 排斥域内距其最近的个体 j 处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 的线段上或处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 延长线上时, 个体 i 的集聚行为的稳定性将分别由如下定理描述:

定理 1 考虑由式 (1) 表示的群体模型, 当其引力/斥力函数由式 (2) 和 (3) 表示, 初始群体分布为任意两个个体之间存在一条可观测链的情形, 如果个体 i 排斥域内距其最近的个体 j 处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 的线段上, 则个体 i 将按以下方式完成集聚行为:

$$B_{\theta}(x^i, x^j) = \{ x^i - x^j \quad \theta, \forall i \in S \}. \quad (5)$$

其中: $\theta = (a\rho + br)/(a + b)$, x^j 为个体 i 排斥域内距 x^i 最近且处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 线段上的个体坐标 证明略

由个体达到的平衡位置表达式可知, 当 a 值选定后, b 越大, 平衡位置 $\theta = (a\rho + br)/(a + b)$ 的值越趋近于 r ; b 越小, 平衡位置越趋近于 ρ . 因此可根据实际集聚区域的大小和实际智能个体安全避碰距离的需要调整 b 值的大小

定理 2 考虑由式 (1) 表示的群体模型, 当其引力/斥力函数由式 (2) 和 (3) 表示, 初始群体分布为任意两个个体之间存在一条可观测链的情形, 如果个体 i 排斥域内距其最近的个体 j 处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 的延长线上, 则个体 i 将按以下方式完成集聚行为:

$$B_{\varphi}(x^i, x^j) = \{ x^i - x^j \quad \varphi, \forall i \in S \}. \quad (6)$$

其中

$$\varphi = \frac{(\sqrt{(a\rho + br + a\delta)^2 - 4a\delta\rho(a + b)} + (a\rho + br + a\delta))/(2a + 2b),$$

x^j 为个体 i 排斥域内距 x^i 最近且处在 x^i 指向 \bar{x}_{i0} 延长线上的个体坐标, δ 为 x^j 到 \bar{x}_{i0} 的几何距离 证明略

对于个体 i 排斥域内距其最近的个体 j 不处在 \bar{x}_{i0} 与 x^i 连接直线上的情况, 个体 i 会沿着指向 \bar{x}_{i0} 和远离 x^j 的合力方向运动, 直到个体 j 脱离个体 i 的排斥域, 使得个体 i 的排斥域为空集, 或由另外一个个体取代个体 j 成为个体 i 排斥域内距其最近的个体 对于个体 j 脱离个体 i 的排斥域使得个体 i 的排斥域为空集的情况, 此时个体 i 变成了自由个体, 其稳定

集聚行为可参考引理 1 中的结论分析; 而对于另一个个体 k 取代个体 j 成为个体 i 排斥域内距其最近的个体情况, 当个体 k 处在 \bar{x}_{i0} 与 x^i 的连接直线上时, 个体 i 的稳定集聚行为可参考定理 1 和定理 2 进行分析, 否则仍将个体 k 按上述个体 j 所处的可能情况继续分析

综上所述, 智能群体的集聚行为将表现为如下运动方式: 所有个体向着各自视线范围内所有个体组成的最小外接圆圆心集聚; 而各自的最小外接圆圆心又朝着包含整个群体的虚拟最小外接圆圆心运动; 最终所有个体将集聚到同一区域

4 仿真实验

为了说明本文提出的结论, 下面给出在 MATLAB 5.3 仿真环境下得到的一些仿真结果 (见图 1~ 图 6). 仿真参数如下: $r = 1 \text{ cm}$, $\rho = 0.1 \text{ cm}$, $a = 0.2$, $b = 0.4$, $\epsilon = 10 \text{ cm}$. 其中: 图 1~ 图 3 给出了 $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ 区域内 100 个初始位置随机分布的个体运动轨迹, 图 4~ 图 6 给出了 $40 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$ 区域内 200 个初始位置随机分布的个体运动轨迹

群体坐标初始分布相同的情况如图 7 所示 设定个体之间非全部相互可观测, 对本文提出的模型

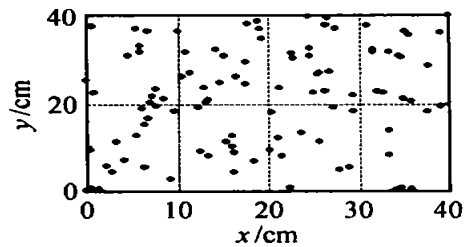


图 1 群体初始分布 ($m = 100$)

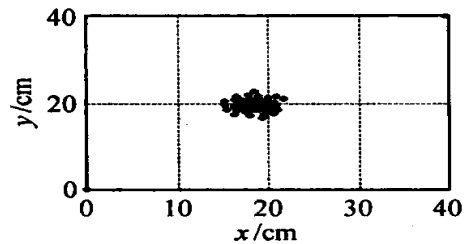


图 2 群体最终分布 ($m = 100$)

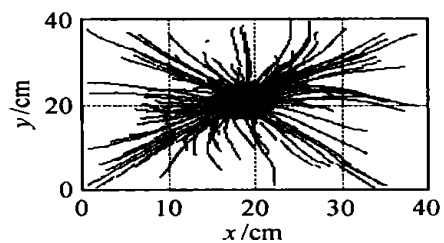


图 3 个体运动轨迹图 ($m = 100$)

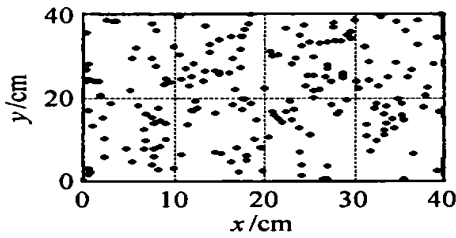


图4 群体初始分布 (m = 200)

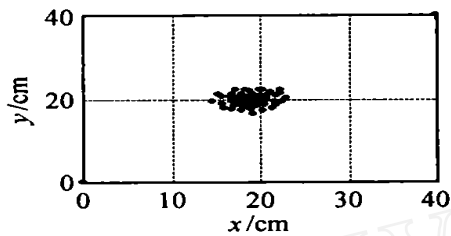


图5 群体最终分布 (m = 200)

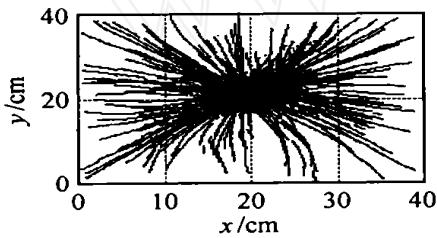


图6 个体运动的轨迹图 (m = 200)

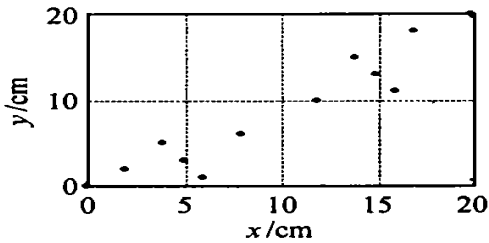


图7 群体初始分布 (m = 10)

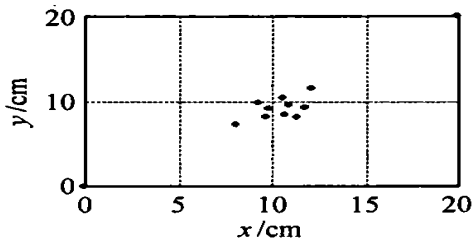


图8 群体最终分布 (m = 10)

和控制算法与文献[5]提出的模型和控制算法进行比较 其中图8和图9为采用本文提出的模型与控制算法的仿真图; 图10和图11为采用文献[5]提出的模型与控制算法的仿真图

由图可知, 文献[5]提出的模型具有一定的局限性, 对于群体的初始分布非全部可相互观测的情况, 群体不能收敛到一个区域, 因为Gazi等人^[5,6]提出的群体模型本质上利用的是初始群体分布的质心位

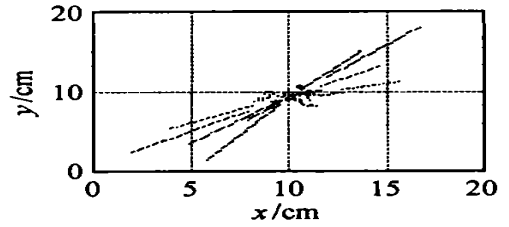


图9 个体运动的轨迹图 (m = 10)

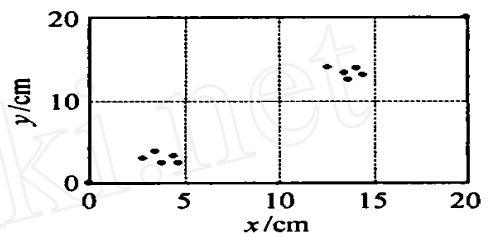


图10 群体最终分布 (m = 10)

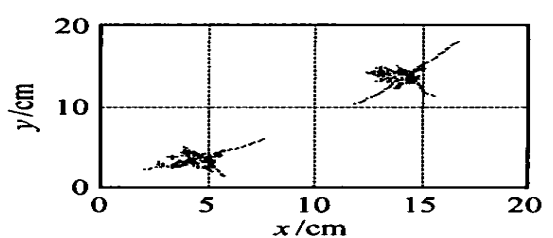


图11 个体运动的轨迹图 (m = 10)

置, 在群体聚集过程中群体质心位置保持不变(见图1), 个体1的质心位置 $\bar{x}_{1m}(t)$ 与个体1的当前位置 $x^1(t)$ 相比更远离距个体1最远的个体2的位置 $x^2(t)$, 而个体2的质心位置 $\bar{x}_{2m}(t)$ 亦越来越远离于距个体2最远的个体1的位置 $x^1(t)$, 个体1和个体2的这种发散行为, 将会潜在地破坏它们之间的可观测性, 最终收敛到各自的目标质心位置的邻域内而影响群体的稳定集聚性能 而本文提出的模型只要求两个子群体之间存在任意一条可观测链, 便能保证可观测链的延续以及子群体的稳定集聚行为, 因此对于实际应用而言, 具有更好的适用性

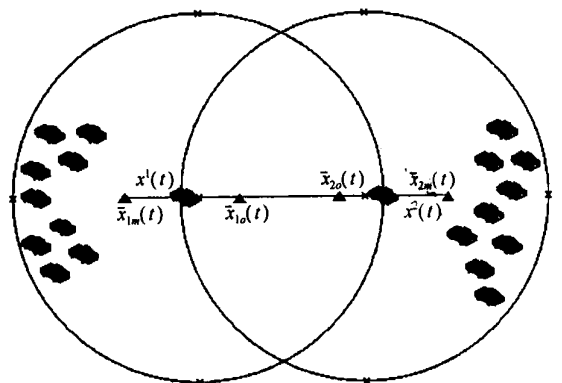


图12 群体质心与最小外接圆圆心的位置图示

5 结论

本文提出的智能群体模型的建立仅依赖于相互可检测到的个体之间的局部信息。对于任意规模、随机分布的智能群体,只要群体内个体之间存在任意一条可观测链,采用本文提出的个体局部控制算法,便能实现群体的稳定全局集聚行为,体现出了较强的简单性、适应性、鲁棒性以及可扩展性。

参考文献(References)

- [1] Breder C M. Equations descriptive of fish schools and other animal aggregations[J]. *Ecology*, 1954, 35(3): 361-370
- [2] Warburton K, Lazarus J. Tendency-distance models of social cohesion in animal groups[J]. *J of Theoretical Biology*, 1991, 150(4): 473-488
- [3] Jin K, Liang P, Beni G. stability of synchronized distributed control of discrete swarm structures[A]. *Proc of IEEE Int Conf on Robotics and Automation*[C]. San Diego, 1994: 1033-1038
- [4] Beni G, Liang P. Pattern reconfiguration in swarms convergence of a distributed asynchronous and bounded iterative algorithm[J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1996, 12(3): 485-490
- [5] Gazi V, Passino K M. Stability analysis of swarms[A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Anchorage, 2002: 1813-1818
- [6] Gazi V, Passino K M. Stability analysis of social foraging swarms[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 34(1): 539-557.
- [7] 刘书桂, 杨芳, 陶晋. 计算几何在测试计量技术中的应用—求解最小外接圆[J]. *工程图学学报*, 2000, 21(3): 83-89
(Liu S G, Yang F, Tao J. Evaluation of minimum circumscribed circle form error by computational geometry approach[J]. *J of Engineering Graphics*, 2002, 21(3): 83-89)
- [8] 葛根焰, 汤建勋. 最小外接圆法和最大内切圆法圆度评估的快速算法[J]. *计量与测试技术*, 1996, 23(5): 11-12
(Ge G Y, Tang J X. Quick algorithm of circularity evaluation based on minimal circumscribed circle and maximal inscribed circle methods[J]. *Metrology & Measurement Technique*, 1996, 23(5): 11-12)
- [66] Borges G A, Aldon M A. A decoupled approach for simultaneous stochastic mapping and mobile robot localization[A]. *IEEE Int Conf on Intelligent Robots and Systems*[C]. Switzerland, 2002: 558-563
- [67] Caffery J J, Stuber G L. Nonlinear multiuser parameter estimation and tracking in CDMA systems[J]. *IEEE Trans on Communications*, 2000, 48(12): 2053-2063
- [68] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. *Proc of the IEEE Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 92(3): 401-422
- [69] Yang F, Ye L, Pan Q, et al. UT method for space alignment problem[A]. *The 23th Chinese Control Conf* [C]. Wuxi, 2004: 281-285
- [70] 王淑一, 程杨, 杨涤, 等. UKF方法及其在跟踪问题中的应用[J]. *飞行力学*, 2003, 21(2): 59-62
(Wang S Y, Chen Y, Yang D, et al. UKF and its application to bearing-only tracking problem[J]. *Chinese J of Flight Dynamics*, 2003, 21(2): 59-62)
- [71] 蔡洪. Unscented Kalman 滤波用于再入飞行器跟踪[J]. *飞行器测控学报*, 2003, 21(2): 59-62
(Cai H. Unscented Kalman filtering for reentry vehicle tracking[J]. *Chinese J of Aircraft Measurement and Control*, 2003, 22(3): 12-16)
- [72] 武延鹏, 尤政, 任大海. 采样 Kalman 滤波器在天文卫星定姿滤波中的应用[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2003, 43(8): 1013-1016
(Wu Y P, You Z, Ren D H. Unscented Kalman filter application in astronomical satellite attitude determination[J]. *Chinese J of Tsinghua University (SCI & TEC)*, 2003, 43(8): 1013-1016)
- [73] 周兆庚, 郝群, 沙定国. U-卡尔曼滤波在状态估计中的应用[J]. *仪器仪表学报*, 2004, 24(增4): 440-442
(Zhou Y G, Hao Q, Sha D G. Application of unscented Kalman filter on the state estimation[J]. *Chinese J of Instrument and Meter*, 2004, 24(S4): 440-442)
- [74] 管旭军, 芮国胜. 基于UKF的单站无源定位算法[J]. *光电与控制*, 2004, 11(2): 34-36
(Guan X J, Rui G S. Algorithm for passive locating by single station with application of UKF[J]. *Chinese J of Electronics Optics and Control*, 2004, 11(2): 34-36)

(上接第489页)