

文章编号: 1001-0920(2005)05-0516-05

多机器人协作探索的改进市场法

张 飞, 陈卫东, 席裕庚

(上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘 要: 针对提高机器人对未知环境的探索效率需要通过协商来解决多个机器人之间的任务分配问题, 提出了改进市场法。该方法利用机器人提交的标的信息, 采用数据融合方法更新其他机器人的本地地图, 在连通条件下计算原先无法计算的花费, 而且未增加额外的通信量。另外, 还提出用目标点切换率这一新指标来衡量机器人之间的协作程度。仿真实验结果验证了改进算法优于原先的市场法, 并说明了该算法适用的环境。

关键词: 多机器人; 协作探索; 市场法; 数据融合

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A

Improved market-based approach to collaborative multi-robot exploration

ZHANG Fei, CHEN Wei-dong, XI Yu-geng

(Institute of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China; Correspondent: CHEN Wei-dong, E-mail: wdchen@sjtu.edu.cn)

Abstract: The problem of exploring unknown environments of multi-robot exploration is discussed. Market-based approach is improved and used to update the local maps by data fusion method and compute costs in the condition of connection, while it does not add the extra communication. A new performance metric, target point exchanged ratio (TPER) is proposed, to reflect the degree of collaboration. The simulation results show that the method is better than original market-based approach, and the proper environments are analyzed.

Key words: multi-robot; collaborative exploration; market-based approach; data fusion

1 引 言

探索周围未知环境是移动机器人的基本任务。机器人若要在一个不确定、非结构化的环境内完成复杂任务, 关键是感知周围环境并创建地图, 这也是完成其他任务的基础(如导航等)。实际上, 多机器人经常在危险环境下作业, 如在坍塌的建筑物内进行搜救等, 探索并创建地图更加显示了其重要性。探索任务的关键是要在最短时间内得到最多的环境信息。因此探索策略应具备可靠性、鲁棒性和高效性^[1]。对探索任务而言, 多机器人系统明显优于单个移动机器人^[1,2]。首先, 在同一区域内多机器人探索时间少于单个机器人; 其次, 完全分布式的多机器人

系统相对于单个机器人或集中式系统更具鲁棒性。但对于完全分布式的多机器人系统, 如何有效地组织和协调多个机器人的探索行为, 以减少机器人之间的目标冲突、区域重复等问题, 成为了新的难题。

目前, 基于市场法的协商机制是广泛采用的多机器人探索策略^[1,3,4]。由于它采用全分布式的体系结构, 相对于集中式系统, 具有计算量小、通信量少、鲁棒性好和容错性强等优点。但其缺点是每个机器人只知道自身探索的环境信息, 限制了多机器人系统协作效率的提高。

本文利用机器人提交的标的信息, 采用数据融合中的Bayes统计方法更新其他机器人的本地地图, 在连通的条件下计算原先无法计算的目标点花

收稿日期: 2004-07-08; 修回日期: 2004-09-01

基金项目: 国家自然科学基金项目(60105005)

作者简介: 张飞(1980—), 男, 江苏吴县人, 博士生, 从事多机器人协作系统的研究; 席裕庚(1946—), 男, 上海人, 教授, 博士生导师, 从事基于大系统方法的复杂调度、多机器人协作的研究

费,而且未增加额外的通信量。为了衡量机器人之间的协作程度,本文提出利用目标点切换率这一新的指标。仿真实验验证了该算法优于市场法,并分析了本算法较适用的环境。

2 市场法的局限

探索的目标是在最短时间内覆盖整个环境。单个机器人探索时,主要问题是将机器人引向使探索整个环境时间最小的目标点。本文利用边界概念定义目标点^[5]。在栅格地图上,边界是已探索单元,并且它紧邻未知的,即未探索单元。在任意一段连续的边界上,取一点(一般是中点)作为目标点,并作为该段边界的扩展方向(见图1,阴影部分表示边界)。而多机器人进行协作探索时,关键是如何将多个目标点分配给机器人使探索时间最短。目前,解决该问题的方法主要有两种:集中式方法和市场法。

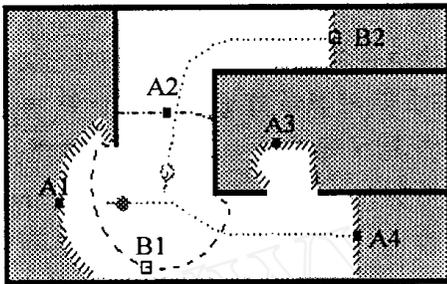


图1 两机器人基于市场法探索环境的例子

Burgard 等^[2,4]提出一种基于边界的集中式协作探索算法。该算法中有一个中央模块,所有机器人收集的地图信息都集中于此,并合并成全局地图。在全局地图上找出边界并确定目标点,目标点到机器人位置的最短路径距离作为它们的花费,寻找一种机器人与目标点的分配方案使得总体花费最小,机器人根据配对结果向各自目标点探索并收集新的地图信息,如此不断重复上述过程直至全局地图覆盖整个区域。该方法可得到协作探索的最优解,但它是一个NP-Hard问题,计算复杂、通信量大,而且鲁棒性较差。

Zlot 等^[1]提出利用市场经济机制解决多机器人协作探索问题。机器人根据市场经济运作规律,采用投标方式分配目标点。与上述算法不同之处在于:它没有中央模块与全局地图,每个机器人在本地地图上寻找边界并确定目标点,每个目标点即是一个标的,标的信息包括目标点位置 and 该机器人到它的花费(标的底价)。由于采用全分布式系统,机器人共享的只有标的信息,机器人间的协作通过投标来体现。机器人根据本地地图计算出到其他机器人目标点的花费,作为投标价格。根据市场经济充分竞争规律,

标的将由出价最低的机器人获得;若其他机器人的投标价格均高于底价或无法计算该花费,则该点由发现它的机器人获得。若另一机器人已经探索过该点,则它将通知提交标的的机器人取消该点。在机器人拥有多个目标点的情况下,它将首先探索花费最小的目标点,即当前目标点。该方法主要有3个优点:一是基于分布式系统,鲁棒性好,易容错;二是通讯量很少,只需传递标的和投标信息;三是计算量小,无需计算集中式算法需要解决的NP-Hard问题^[2]。本文称其为原始市场法。

归纳基于市场法的多机器人协作探索的具体步骤如下:

- 1) 各个机器人根据自身传感器数据更新本地地图,寻找边界并确定各自的目标点,发送标的信息给其他机器人;
- 2) 接受其他机器人的标的信息,计算花费,进行投标;
- 3) 根据投标价格分配目标点,每个机器人形成各自的目标点列表;
- 4) 机器人选择当前花费最小的目标点(即当前目标点)进行探索;
- 5) 返回1),直至探索整个环境。

在步骤2),每个机器人只根据本地地图计算花费是有局限性的。在基于市场法探索未知环境的大多数情况下,各个机器人的标的都由自身取得^[1],这表明机器人之间的协作是极其有限的。下面通过一个例子具体说明市场法的局限。

图1显示了两个机器人基于市场法在典型办公室环境中进行协作探索的某一时刻情况。图中的灰色、白色和黑色部分分别表示机器人的未探索区域、已探索区域和障碍,分别表示两机器人的当前状态,点线是它们过去时刻的运动轨迹,它们的本地地图有重叠部分,分别利用点划线和虚线区分它们的重叠部分。根据上述探索过程,机器人A(实心圆表示)有4个目标点:A1、A2、A3和A4(实心正方形表示),其中:A1为机器人A当前将要探索的目标点;A2在机器人B已探索的区域内,已被取消。机器人B(空心圆表示)有两个目标点B1和B2(空心正方形表示),由于当前目标点B1在机器人A已探索的区域内,同样也被取消。根据市场法,机器人B的本地地图上没有到机器人A余下3个目标点的通路,也就无法计算它们的花费,它只有返回B2探索,这无疑使B进行重复探索。如果两个机器人之间的地图信息是完全共享的,则机器人B将对A的目标点投标。根据投标信息,可知当前时刻两机器人到A3的花费是机器人B较少,这时应由B获得A3。但在分布式情

况下,由于通信的带宽限制,无法实现地图信息的实时完全共享

Zlot 等提出每间隔一段时间机器人将本地地图信息发送给其他机器人,这无疑增加了通信负担,占用了机器人控制系统的资源,使系统的实时性下降.因此,希望在不增加通信量的情况下,通过使用标的信息即能实现机器人B到A目标点的花费计算

3 多机器人协作探索的改进市场法

针对上述市场法的局限,本文提出利用标的信息扩展本地地图的更新范围,这样便不会增加额外的通信量.融合初期,标的信息更新部分和本地传感器更新部分是孤立的,此时无法计算其他机器人目标点的花费,直到这两部分连通,才能计算花费

标的信息与机器人自身传感器数据是不同的数据类型,应使它们融合在同一张地图上.另外,由于环境的不确定和传感器噪声,本文将使用带占有概率的栅格地图表示环境^[4,5]

3.1 带占有概率的栅格地图

带占有概率的栅格地图是将地图划为等面积的小栅格单元,每个单元存贮该单元是否有障碍的概率 $P(o_{cxy})$.占有概率的环境描述方法反映了多种常用传感器(如激光雷达、声纳、视觉)的感知模型^[7].在初始状态,将每个栅格的占有概率都设为0.5.在探索过程中,根据传感器数据不断更新这些概率,使它们之间可以明显区分出有无障碍:占有概率为零表示无障碍,占有概率大于0.9表示有障碍(此数值根据不同传感器类型而变化,本文使用激光传感器的参考数值)^[8].整个探索过程完成的标志是地图上所有栅格只有无障碍或有障碍这两种状态,而没有介于它们之间的表示未探索的栅格存在

假设有 n 个机器人,它们各自的本地地图分别为 $m_i, i = 1, 2, \dots, n$.利用 $P(o_{cxy}^i)$ 表示全局坐标 x, y 在第 i 个机器人的本地地图上其对应栅格的占有概率^[2,6].

3.2 花费计算

由于采用占有概率的环境描述方法,经过一个栅格单元 x, y 的花费 $V_{x,y}$ 与该单元的占有概率 $P(o_{cxy})$ 成正比,两点间的花费计算就是寻找它们之

间途径栅格的花费累计最少的一条路径.这里,使用动态规划中的值迭代方法,计算从当前机器人位置到所有目标点的最优路径,具体参见文献^[2].图2为图1两个机器人花费 V 函数的计算结果.图中 V 函数的值越大的区域显示的颜色越深,“ \times ”表示该机器人的当前目标点.注意,两个机器人都消去了彼此重复区域的目标点

3.3 基于标的信息的数据融合

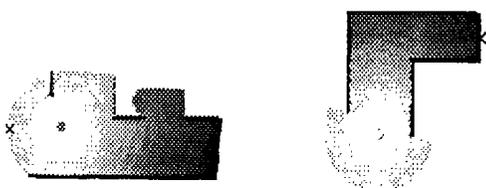
市场法中每个机器人提交的标的信息包括目标点位置和到该点的花费(底价).实际应用中,机器人从最新得到的传感器数据中找到的新边界都具有的同一特征是:该边界确定的目标点到机器人之间的最优路径是一条线段,且其长度(即它们之间的花费)等于传感器的测量值.利用该特征,将其他机器人的标的信息看成与其本身传感器一样的数据源,采用Bayes统计方法进行数据融合,更新本机器人的本地地图.如果两机器人的本地地图有重叠部分,说明标的信息更新的部分与本身传感器更新的地图有连通,那么就可以计算原先无法计算的花费了.

本文使用了带占有概率的栅格地图,其更新过程就是根据新得到的数据将相关栅格的占有概率重新计算一遍,相当于由先验概率向后验概率转化,符合Bayes统计的特征,因此使用Bayes统计方法进行数据融合.在市场法中,标的信息是所有机器人共享的,更新地图不会增加额外的通信量.另外,机器人相对位置和标的信息是同步通信的,标的信息与本身传感器数据是相互独立的,不存在时域校准问题

假设有 n 个机器人,第 i 个机器人得到的数据中包括其本身传感器的测量数据,以及其他机器人的标的信息.将它们看作 n 个数据源,用于获取未知环境信息.每个数据源基于自身的观测和特定数据类型提供关于周围环境的观测,其中本地传感器(如激光和声纳)直接测得的数据是观测值,标的信息经过坐标转换后可得类似的观测值.设 $x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_m, y_m$ 为本次可能更新的 m 个栅格(包括传感器本次测量和标的信息转换成测量值后可能覆盖的栅格),它们的先验占有概率 $P(o_{c1}^i), P(o_{c2}^i), \dots, P(o_{cm}^i)$ 已知, z_i 表示第 i 个数据源对于环境的观测值.利用Bayes公式进行数据融合,更新机器人 i 的本地地图 m_i (过程如图3所示).其他机器人本地地图更新方法与其类似

数据融合的具体步骤:

- 1) 将数据源数据转换为观测值 z_1, \dots, z_n ;
- 2) 计算每个数据源对于环境栅格的不确定性 $P(z_i | o_{c_j}^i), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m$;
- 3) 计算环境栅格的融合概率



(a) 机器人A (b) 机器人B

图2 两机器人花费计算结果

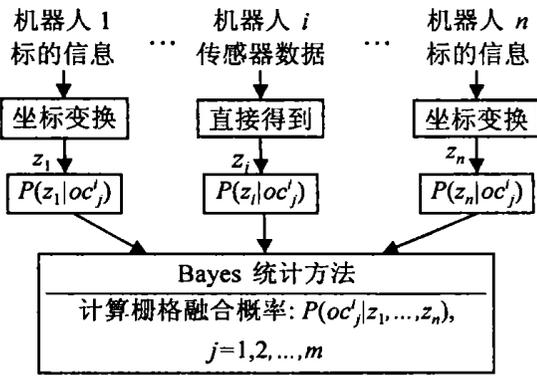


图 3 机器人 i 本地地图 m_i 的数据融合过程

$$P(oc_j^i | z_1, \dots, z_n) = \frac{P(z_1, \dots, z_n | oc_j^i) P(oc_j^i)}{P(z_1, \dots, z_n)} \quad (1)$$

如果 z_1, z_2, \dots, z_n 相互独立, 则有

$$P(z_1, \dots, z_n | oc_j^i) = P(z_1 | oc_j^i) P(z_2 | oc_j^i) \dots P(z_n | oc_j^i) \quad (2)$$

在此有本身传感器和标的信息两种类型的数据源, 因此分两种情况具体介绍 $P(z_i | oc_j^i)$ 的计算方法

1) 对于本身传感器信息, 根据测量模型直接可得其后验概率^[6,8]

$$P(z_i | oc_j^i) = \frac{P(oc_j^i | z_i) P(z_i)}{\prod_{i=1}^n P(oc_j^i | z_{ii}) P(z_{ii})}, \quad j = 1, 2, \dots, m. \quad (3)$$

2) 对于标的信息, 可行的数据有: 第 i 个机器人第 k 个目标点的位置 x_{ik}, y_{ik} , 第 i 个机器人的位置 x_i, y_i 和它们之间的花费 cost_{ik} , 其中 $i = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, q_i, q_i$ 为第 i 个机器人的目标点个数经过坐标变换后, 可看成是本地传感器观测值中的一个或几个, 同样可用式 (3) 进行计算

图 4 显示了图 1 中机器人 B 的本地地图中逐步融合 A 的标的信息的情况; 图 4(a) ~ 图 4(c) 的次序是按时间先后排列的 图中比背景色浅的部分是利用机器人 A 标的信息更新的栅格地图 可以看到, 图 4(a) 中, 本地传感器更新部分和标的信息更新部分并没有连通, 此时无法计算机器人 B 到 A 的目标点的花费; 至中间时刻的图 4(b) 时两部分恰好连通, 此时便可计算花费了; 图 4(c) 显示了图 1 当前

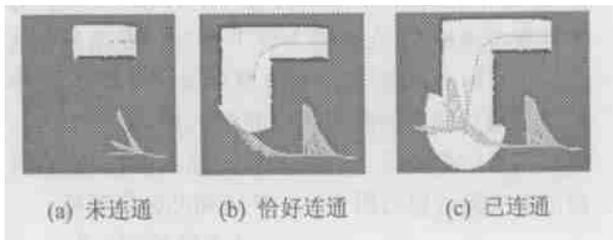


图 4 本地地图逐步融合过程

时刻的数据融合情况

由于当前时刻两机器人的本地地图有重叠部分, 经数据融合后的机器人 B 的栅格地图有到机器人 A 目标点的通路, 可利用 3.2 节方法再次计算花费, 得到图 5 与图 2(b) 比较, 此时机器人 B 也可以计算至 A 的目标点的花费 根据市场法, 到 A 3 (图中又表示) 的花费, 机器人 B 最少, 则 A 3 将由机器人 B 获得, 而且由于机器人 B 的目标点列表中 A 3 的花费最少, 它成为 B 的当前目标点, 即机器人 B 开始探索 A 3

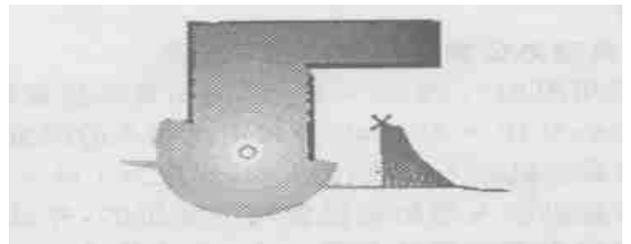


图 5 数据融合后花费计算结果

3.4 目标点切换率(TPER)

评价多机器人探索未知环境的指标主要有: 探索时间、覆盖率(全部机器人的本地地图合成后的全局地图占整个环境的百分率)和地图重复率(全局地图上所有的重叠部分占整个环境的百分率)等 根据市场法的特点, 将目标点切换率作为评价指标来体现机器人之间目标点交换的频繁程度, 以展现机器人之间的协作程度

$$\text{目标点切换率(TPER)} = \frac{\text{成功切换的目标点数}}{\text{总目标点数}} \times 100\% \quad (4)$$

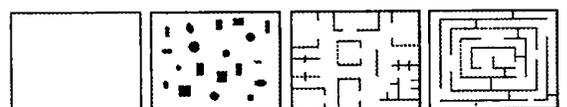
这里总目标点数是指全部机器人的全部目标点的数目, 但重复的目标点只计算一次; 某目标点成功切换后, 分子增加 1. 一般情况下, TPER 越小, 机器人之间越独立, 它们之间的协作越少; 反之, 则它们之间的关联性越大, 协作也越大 但过于频繁的目标点切换对于系统性能有一定的负面影响

4 仿真研究

利用上述方法在 4 种典型仿真环境内进行测试 通过仿真实验, 将本文方法与原始市场法进行定量比较, 并得出该算法较适用的环境

4.1 仿真环境

图 6 给出了仿真实验中所采用的 4 种环境: 图 6



(a) 空旷环境 (b) 有障碍环境 (c) 办公环境 (d) 迷宫环境

图 6 仿真实验的 4 种环境地图

(a) 为完全空旷的环境; 图 6(b) 中的障碍随机产生且占整个地图面积 10%; 图 6(c) 为根据实验室真实环境所绘制的典型办公室环境; 图 6(d) 为一种典型的迷宫环境

值得注意的是, 有障碍环境具有其随机性, 障碍物的大小和数量均不定, 而本文选取的是障碍分布较均匀、数量较多的地图。针对该地图的实验结果并不能应用于其他类型的有障碍地图, 对于办公室环境和迷宫环境的结果也具有一定的局限性。但这 4 种环境是多机器人探索的典型环境, 具有一定的代表性。

4.2 典型办公室环境下的仿真结果

采用图 6(c) 的 $25 \times 20 \text{ m}^2$ 的仿真办公室环境, 栅格大小为 $10 \times 10 \text{ cm}^2$ 。实验中机器人的测量最大范围与真实机器人一致, 为 5 m, 速度为 1 m/s 。每次仿真实验机器人的初始位置均为随机的, 并且每次实验都利用两种算法各做 1 次, 实验共进行 10 次。仿真过程中, 机器人每隔 1 s 走 1 步, 因此得到的探索时间与真实实验不同, 仅作横向比较使用。当已探索部分占整个地图面积达 95% 时, 记录此刻的步数, 作为该次探索的探索时间。图 7 为机器人团队的平均探索时间; 表 1 显示了不同机器人个数下, 探索时间、目标点切换率和地图重复率平均结果比较。

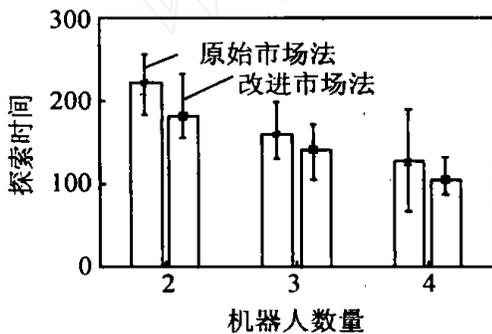


图7 多机器人平均探索时间比较图

表1 多机器人探索平均指标比较表

| 机器人个数 | 算法 | 探索时间/s | TPER/% | 地图重复率/% |
|-------|-------|--------|--------|---------|
| 2 | 原始市场法 | 222.7 | 3.01 | 49.74 |
| | 改进市场法 | 181.1 | 9.22 | 30.11 |
| 3 | 原始市场法 | 159.3 | 2.72 | 59.72 |
| | 改进市场法 | 140.9 | 7.61 | 49.37 |
| 4 | 原始市场法 | 126.7 | 6.34 | 61.97 |
| | 改进市场法 | 105.7 | 7.81 | 52.91 |

从图 7 和表 1 可知, 采用改进市场法后, 探索时间变小, 目标点切换率增大, 并且地图重复率也下降了, 表明其优于原始市场法。随着机器人个数的增加, 平均探索时间变小, 显示了多机器人探索的优

势。目标点切换率应随机器人数量的增加而增加, 但机器人数量少探索时间长。探索时间的大小对目标点切换率也有影响, 因此表 1 中 TPER 对机器人数量增加变化不规则。在未采用改进市场法的情况下, 4 个机器人协作探索所需时间波动较大, 表明其受初始位置的影响较大; 而使用改进市场法后波动减小, 表明初始位置对其影响较小。

4.3 不同环境下的仿真比较

由于不同环境对整个探索过程有很大影响, 本文对图 6 中其他类型地图也进行了仿真。为便于比较并突出多机器人探索优势, 均采用 4 台机器人进行仿真, 其他参数设置同前。另外, 因迷宫地图的复杂性, 其探索时间是已探索部分占整个地图面积达 80% 时的步数。图 8 为不同环境下的平均探索时间, 图中地图类型 1~4 分别对应于图 6(a)~图 6(d)。

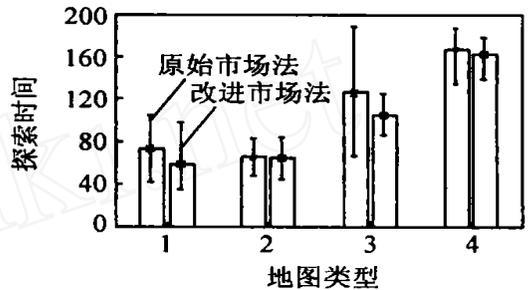


图8 不同环境下平均探索时间比较

机器人在有障碍环境中的避障运动如下: 开始时机器人只根据自身探测的环境进行避障, 即向空隙最大的区域前进; 随着机器人间协作的增加, 它将逐渐关注其他机器人的目标点, 不单纯考虑自身的避障行为。

从图 8 可知, 在空旷环境和办公室环境中采用改进市场法后, 平均探索时间下降较为明显; 而在障碍环境和迷宫环境, 两种算法的平均探索时间很接近, 改进市场法没有明显的优势。这说明改进市场法适用于空旷环境和办公室环境。而有障碍环境内障碍的随机性和迷宫环境的复杂性可能是改进市场法收效甚微的主要原因。

5 结论

针对市场法只根据本地地图计算花费的局限性, 使用标的信息, 采用数据融合中的 Bayes 统计方法更新本地地图, 在连通条件下用以计算原先无法计算的目标点花费, 而且没有增加额外的通信量。本文还利用目标点切换率衡量机器人间的协作程度。仿真实验结果验证了该算法优于原有的市场法, 并指出本文算法较适用于空旷环境和办公室环境。

(下转第 524 页)

应用小波包变点探测算法研究气候变化和人类活动影响而发生的水文变异现象,探索水文时间序列在时空分布规律上发生的变异,对水文风险评价、水文统计计算具有理论意义,对洪水预报调度、防洪减灾决策制定具有实践价值

6 结 语

本文建立了用于时间序列分析的小波包变点探测算法,通过计算变点可能发生位置的前半信号与后半信号特征向量之间的距离度量,判断出变点最可能发生的时间位置,将该算法应用于长江宜昌站的年径流水文时间序列,得到的结果与文献[1]等得到的结果是一致的。另外,本文建立的时间序列分析的小波包变点探测算法避免了文献[1]对时间序列所作的服从正态分布的假设,只要求满足某种分布,并不需知道具体的分布函数,可根据具体的应用方便地调节小波包变点探测算法的参数。算法具有一定的适应性,可很好地应用于时间序列变点的探测,但必须指出,时间序列变点探测分析是一个涉及面广而复杂的领域,对其全面分析尚有待进一步探讨。

参考文献(References)

- [1] Xiong L H, Guo S L. Trend test and change-point detection of the annual discharge series of the Yangtze river at the Yichang hydrological station [J]. *Hydrological Sciences J*, 2004, 49(1): 99-112
- [2] Lavielle M, Lebarbier E. An application of MCMC methods for the multiple change-points problem [J]. *Signal Processing*, 2001, 81(1): 39-53
- [3] 朱颖元, 石凝. 福州市一百年来(1900~1999年)年降水量序列统计特性分析[J]. *水文*, 2002, 22(3): 22-25
(Zhu Y Y, Shi N. Analysis on the statistical characteristics of Fuzhou annual precipitation time

series during the past one hundred years [J]. *Hydrology*, 2002, 22(3): 22-25.)

- [4] 丁晶, 邓育仁. *随机水文学*[M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1988
- [5] Basseville M, Nikiforov I V. *Detection of abrupt changes: Theory and applications* [M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1993
- [6] 李朝奎, 徐望国, 邹峥嵘. 均值变点分析理论及其在桥梁健康监测中的应用[J]. *中国公路学报*, 2001, 14(4): 52-54
(Li C K, Xu W G, Zou Z R. Mean value change-point theory and its application for bridge monitoring [J]. *China J of Highway and Transport*, 2001, 14(4): 52-54.)
- [7] 李元. *时间序列中变点的小波分析及非线性小波估计* [M]. 北京: 中国统计出版社, 2001: 11-49
- [8] Meyer Y. *Wavelets: A algorithm and applications* [M]. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1993: 13-31, 101-105
- [9] Kaiser G. *A friendly guide to wavelets* [M]. Boston: Verlag, Springer, 1994: 44-45
- [10] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets [J]. *IEEE Trans Information Theory*, 1992, 38(2): 617-643
- [11] Loschi R H, Cruz F R B. Applying the product partition model to the identification of multiple change points [J]. *Advances in Complex Systems*, 2002, 5(4): 371-387.
- [12] Anestis Antoniadis, Irene Gijbels. Detecting abrupt changes by wavelet methods [J]. *Nonparametric Statistics*, 2002, 14(1-2): 7-29
- [13] 刘则毅. *科学计算技术与MATLAB* [M]. 北京: 科学出版社, 2001: 172-178

(上接第520页)

参考文献(References)

- [1] Zlot R, Stentz A, Dias M B, et al. Multi-robot exploration controlled by a market economy [A]. *Proc of the IEEE Int Conf on Robotics and Automation (ICRA)* [C]. Washington: IEEE Press, 2002: 3016-3023
- [2] Burgard W, Moors M, Fox D, et al. Collaborative multi-robot exploration [A]. *IEEE Int Conf on Robotics and Automation (ICRA)* [C]. San Francisco: IEEE Press, 2000: 476-481.
- [3] Mataric M J, Sukhatme G S, Φstergaard E. Multi-robot task allocation in uncertain environments [J]. *Autonomous Robots*, 2003, 14(2): 255-263
- [4] Simmons R, Apfelbaum D, Burgard W, et al

Coordination for multi-robot exploration and mapping [A]. *Proc AAAI National Conf on Artificial Intelligence* [C]. Austin, 2000: 852-858

- [5] Yamauchi B. Frontier-based exploration using multiple robots [A]. *Proc of the Int Conf on Autonomous Agents* [C]. Paul, 1998: 47-53
- [6] Burgard W, Fox D, Jans H, et al. Sonar-based mapping with mobile robots using EM [A]. *Proc of the Int Conf on Machine Learning* [C]. Bled, 1999: 67-76
- [7] Thrun S. Probabilistic algorithms in robotics [J]. *AI Magazine*, 2000, 21(4): 93-109
- [8] Thrun S. Learning occupancy grids with forward models [A]. *Proc of the Conf on Intelligent Robots and Systems (IROS 2001)* [C]. Hawaii, 2001: 1676-1681