

文章编号: 1001-0920(2005)06-0650-06

基于LMIs的不确定线性切换系统 H_∞ 鲁棒控制

孙文安, 赵军

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 基于线性矩阵不等式(LMI)和 H_∞ 控制理论, 研究一类不确定线性切换系统在任意切换策略下的 H_∞ 鲁棒控制问题. 系统矩阵和输入矩阵都含有时变不确定性. 首先利用矩阵Schur补引理构造LMI, 得到该系统在 H_∞ 意义下渐近稳定的充分条件; 然后给出了在状态反馈下和输出反馈下的 H_∞ 鲁棒稳定性的充分条件; 最后用数值例子验证了文中结果的正确性.

关键词: 线性切换系统; H_∞ 性能; 线性矩阵不等式; 渐近稳定性; Schur补公式

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

H_∞ robust control of uncertain switched linear systems based on LMIs

SUN Wen-an, ZHAO Jun

(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Correspondent: SUN Wen-an, E-mail: sunwenan@tom.com

Abstract: The problem of H_∞ robust control for uncertain switched linear systems under arbitrary switching laws based on LMI is studied. time-varying uncertainties are contained in both state matrix and input matrix. Firstly, by constructing linear matrix inequalities via Schur complement formula, a sufficient condition of H_∞ robust stability is presented in terms of matrix inequality. Next, sufficient condition of H_∞ robust stability is given under state feedback and output feedback. These matrix inequalities can be solved easily with Matlab LMI toolbox. Finally, a numerical example illustrates the effectiveness of the method.

Key words: switched linear systems; H_∞ performance; LMI asymptotic stability; Schur complement formula

1 引言

切换系统是由一组微分方程(或差分方程)和一个决定当前状态的切换信号组成, 它是混杂系统的重要组成部分. 在实际系统过程控制中, 多个控制器的切换可视为典型的切换系统, 如在化工系统、电力系统、交通控制系统、汽车工业等多个领域都有着广泛的应用背景.

近年来, 对于切换系统的研究引起了国内外控制界的关注, 特别是切换系统的稳定性的研究已取得相当多的成果. 文献[1, 2]综述了近几年来切换系统在稳定性分析与控制设计方面的研究成果, 并

提出整个切换系统存在共同Lyapunov函数是系统在任意切换策略下渐近稳定的充要条件, 同时提出利用凸组合技术研究切换系统的稳定性. 文献[3]利用单Lyapunov函数和多Lyapunov函数技术对控制器切换的 H_∞ 稳定性进行了研究, 提出了稳定性的充分条件; [4, 5]利用线性矩阵不等式(LMI)方法给出了一类离散切换系统的稳定性判定条件; [6, 7]对于具有多胞摄动的线性系统的鲁棒稳定性进行了分析; [8, 9]给出了离散切换系统的 H_∞ 控制设计.

随着计算机应用技术的发展, 使用Matlab软件求解LMI的正定解来判定切换系统的稳定性已成

收稿日期: 2004-07-05; 修回日期: 2004-09-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20020145007); 辽宁省自然科学基金项目(20032020).

作者简介: 孙文安(1956—), 男, 辽宁庄河人, 副教授, 博士生, 从事混杂系统、切换系统的研究; 赵军(1957—), 男, 辽宁海城人, 教授, 博士生导师, 从事复杂非线性系统结构、混杂动态系统等研究.

为一种行之有效的方法 但利用 LM I 技术对不确定连续线性切换系统的 H 稳定性进行研究的报道较少 本文针对这一问题进行了研究 首先构造线性矩阵不等式, 得到在 H 意义下稳定性的充分条件, 然后给出了在状态反馈和输出反馈下的渐近稳定性的 LM I 判据

2 系统的描述与准备

考虑如下带有扰动的具有不确定性的线性切换系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A \alpha x + B \sigma w + \hat{B} \sigma_2 u, x(t_0) = x_0, \\ z &= C \alpha x, \\ y &= C \sigma x. \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 为系统的状态变量, $w(t) \in R^p$ 为属于 $L_2[0, \infty)$ 的扰动输入信号, $u(t) \in R^k$ 为系统的输入变量, $z(t) \in R^q$ 为被控输出信号, $y(t) \in R^j$ 为系统的测量输出变量, $\sigma \in R^+ \in M = \{1, 2, \dots, m\}$ 为系统(1)的切换信号; 对于 $i \in M, A_i \in R^{n \times n}, B_{i1} \in R^{n \times p}, \hat{B}_{i2} \in R^{n \times k}, C_{i1} \in R^{q \times n}, C_{i2} \in R^{j \times n}$ 为系统矩阵, 其中 \hat{A}_i, \hat{B}_{i2} 的结构如下:

$$[\hat{A}_i \ \hat{B}_{i2}] = [A_i \ B_{i2}] + E_i \Gamma_i(t) [F_{i1} \ F_{i2}], \quad (2)$$

$A_i, B_{i1}, B_{i2}, C_{i1}, C_{i2}, E_i, F_{i1}, F_{i2}$ 为常数阵 假设 C_{i2} 是满行秩的, Γ_i 是满足 $\Gamma_i^T \Gamma_i = I$ 的未知参数矩阵

注 1 式(2)表示 A_i 和 B_{i2} 为不确定性的参数矩阵, 其中 $E_i \Gamma_i(t) F_{i1}$ 和 $E_i \Gamma_i(t) F_{i2}$ 分别表示第 i 个子系统的系统矩阵和输入矩阵的不确定项, 这种类型不确定性突破了匹配条件的限制, 在文献中广为使用^[4,5]

设状态反馈控制律为 $u = K_i x$, 则通过状态反馈形成的闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A_i + B_{i2} K_i) x + B_{i1} w, x(t_0) = x_0, \\ z &= C_{i1} x. \end{aligned} \quad (3)$$

设输出反馈控制律为 $u = K_i y$, 则通过输出反馈形成的闭环系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= (A_i + B_{i2} K_i C_{i2}) x + B_{i1} w, x(t_0) = x_0, \\ z &= C_{i1} x. \end{aligned} \quad (4)$$

其中 K_i 是适当维数的反馈增益阵

在没有输入情况下, 带有扰动的标称切换系统为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A \alpha x + B \sigma w, \\ z &= C \alpha x. \end{aligned} \quad (5)$$

对于切换信号 σ , 有如下切换序列:

$$\Sigma = \{x_0; (i_0, t_0), (i_1, t_1), \dots, (i_j, t_j), \dots, \{i_j \in M, j \in N\}, \quad (6)$$

其中: t_0 为初始时间, x_0 为初始状态 当 $t_j \leq t < t_{j+1}$

时, 切换系统的第 i_j 个子系统被激活, 因此当 $t \in [t_j, t_{j+1})$ 时, 切换系统(1)的轨线由第 i_j 个子系统产生 假设切换系统(1)的状态在切换瞬间不跳跃, 并且在任意切换信号下系统(1)的解是右可微的 为避免在切换中出现季诺现象, 假设在任何有限时间区间 $[0, T]$ 仅有有限次切换

本文的目的是: 构造线性矩阵不等式条件, 使得在任意切换策略下, 对于给定的常数 $\gamma > 0$, 系统(1)是渐近稳定的, 并且满足 H 性能, 即 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$, 其中 $\|\cdot\|_2$ 表示 L_2 范数 为得出结果, 需要如下引理

为便于书写, 在下列矩阵中, 符号“*”表示矩阵的对称结构

引理 1 对系统(5), 设 $\gamma > 0$ 是一个给定的常数, 如果存在一个对称矩阵 $P > 0$ 和一组充分小的正数 $\epsilon_i (i = 1, 2, \dots, m)$, 满足下列不等式:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & -P & PB_i \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0, \quad (7)$$

则系统(5)是渐近稳定的, 并且 $\|z\|_2 < \gamma \|w\|_2$

证明 对于不等式(7)应用 Schur 补引理, 得到等价矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \Pi_i & PB_i & C_i^T \\ * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & -\epsilon^{-1} I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

其中 $\Pi_i = \epsilon(A_i^T P + PA_i) + \epsilon^2 A_i^T P A_i$ 对矩阵不等式(8)的左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{\epsilon^{-1/2} I, \epsilon^{1/2} I, \epsilon^{1/2} I\}$, 得到等价矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i + \epsilon A_i^T P A_i & PB_i & C_i^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

因矩阵 $P > 0, \epsilon > 0$, 故 $\epsilon A_i^T P A_i$ 非负定 满足式(9)的矩阵 P 必满足下式:

$$\begin{bmatrix} A_i^T P + PA_i & PB_i & C_i^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -P \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

再应用 Schur 补引理, 可推出 $A_i^T P + PA_i + \gamma^2 PB_i B_i^T P + C_i^T C_i < 0$, 根据文献[3]中引理 1, 上述引理得证

注 2 可在式(7)的左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{P, I, I, I\}$, 得到等价的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -P & P(I + \epsilon A_i) & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

利用 Matlab LM I 工具箱求解矩阵 P .

引理 2^[4] 设 Y, M, N 表示具有适当维数的矩阵, 其中 Y 是对称的, 则对任意矩阵 Γ 满足 $\Gamma^T \Gamma = I$,

$$Y + M \Gamma N + N^T \Gamma^T M^T < 0, \quad (12)$$

当且仅当存在一个常数 $\lambda > 0$, 使得

$$Y + \lambda M M^T + \frac{1}{\lambda} N^T N < 0 \quad (13)$$

3 主要结果

定理 1 当 $u = 0$ 时, 设 $\gamma > 0$ 是一个给定的常数, 如果存在一个对称矩阵 $P > 0$ 和一组正数 $\lambda, \epsilon (i = 1, 2, \dots, m)$, 满足下列不等式:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & I + \epsilon A_i & 0 \\ * & -P & PB_{i1} \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \\ 0 & E_i & 0 \\ C_{i1}^T & 0 & F_{i1}^T \\ 0 & 0 & 0 \\ -\epsilon^{-1} I & 0 & 0 \\ * & -\lambda^{-1} \epsilon^{-2} I & 0 \\ * & * & -\lambda L \end{bmatrix} < 0, \quad (14)$$

则系统(1)是渐近稳定的, 并且 $z_2 < \gamma w_2$

证明 因为

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -P^{-1} & I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \epsilon E_i \Gamma_i F_{i1} & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon E_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_i [0 \ F_{i1} \ 0 \ 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ F_{i1}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_i^T [\epsilon E_i^T \ 0 \ 0 \ 0] < 0 \quad (15)$$

由引理 2, 式(15)成立当且仅当存在一组正数 $\lambda (i = 1, 2, \dots, m)$, 使得

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \epsilon E_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\epsilon E_i^T \ 0 \ 0 \ 0] + \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ F_{i1}^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \ F_{i1} \ 0 \ 0] = \begin{bmatrix} \Theta & I + \epsilon A_i & 0 & 0 \\ * & \Xi_i & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

其中

$$\Theta = -P^{-1} + \lambda \epsilon^2 E_i E_i^T,$$

$$\Xi_i = -P + \lambda^{-1} F_{i1}^T F_{i1}$$

对于不等式(16)两次应用 Schur 补引理, 得到定理 1 的条件, 由引理 1 知, 当 $u = 0$ 时, 系统(1)是渐近稳定的, 并且 $z_2 < \gamma w_2$

注 3 可以在式(14)的左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{P, I, I, I, I, I\}$, 变成等价的线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -P & P(I + \epsilon A_i) & 0 \\ * & -P & PB_{i1} \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1} I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & PE_i & 0 \\ C_{i1}^T & 0 & F_{i1}^T \\ 0 & 0 & 0 \\ -\epsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ * & -\lambda^{-1}\epsilon^2I & 0 \\ * & * & -\lambda I \end{bmatrix} \quad (17)$$

定理 2 状态反馈控制律 $u = K_{ix}$ 镇定闭环系统(3), 且 $z_2 < \gamma w_2$ 的充分条件是存在一个对称矩阵 $X > 0$, m 个矩阵 S_1, S_2, \dots, S_m 和一组正数 $\lambda, \epsilon (i = 1, 2, \dots, m)$, 使得下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X & X + \epsilon(A_{ix} + B_{i2}S_i) \\ * & -X \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ 0 & 0 & 0 & E_i \\ B_{i1} & X C_{i1}^T & Q_i^T & 0 \\ -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\ * & -\epsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ * & * & -\lambda I & 0 \\ * & * & * & -\lambda^{-1}\epsilon^2L \end{bmatrix} < 0 \quad (18)$$

其中: $Q_i = F_{i1}X + F_{i2}S_i$, 状态反馈增益阵为 $K_i = S_i X^{-1}$.

证明 由引理 1 知, 在状态反馈控制律 $u = K_{ix}$ 下闭环系统(3) 渐近稳定的充分条件是下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}I + \epsilon(\hat{A}_i + B_{i2}K_i) & 0 & 0 \\ * & -P & PB_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1}L \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

对矩阵不等式(19) 的左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{I, P^{-1}, I, I\}$, 并令 $X = P^{-1}, S_i = K_i X$, 则 $K_i = S_i X^{-1}$, 得到等价矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -X & X + \epsilon(A_{ix} + B_{i2}S_i) & 0 & 0 \\ * & -X & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1}L \end{bmatrix} < 0 \quad (20)$$

仿定理 1 的证明, 式(20) 成立当且仅当存在一组正数 $\lambda (i = 1, 2, \dots, m)$, 使得

$$\begin{bmatrix} -X & X + \epsilon(A_{ix} + B_{i2}S_i) & 0 & 0 \\ * & -X & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1}L \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} \epsilon E_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\epsilon E_i^T \ 0 \ 0 \ 0] + \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ Q_i^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \ Q_i \ 0 \ 0] = \begin{bmatrix} -X + \lambda \epsilon^2 E_i E_i^T & X + \epsilon(A_{ix} + B_{i2}S_i) \\ * & -X + \lambda^{-1} Q_i^T Q_i \\ * & * \\ * & * \\ 0 & 0 \\ B_{i1} & X C_{i1}^T \\ -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 \\ * & -\epsilon^{-1}L \end{bmatrix} < 0, \quad (21)$$

其中 $Q_i = F_{i1}X + F_{i2}S_i$ 对于不等式(21) 进一步应用 Schur 补引理, 得到等价矩阵不等式(18), 定理 2 得证

定理 3 输出反馈控制律 $u = K_{iy}$ 稳定化闭环系统(4) 的充分条件是存在一个对称正定矩阵 X , 矩阵 U_i, V_i 和一组正数 $\lambda, \epsilon (i = 1, 2, \dots, m)$, 使得下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X & X + \epsilon(A_{ix} + B_{i2}U_i C_{i2}) \\ * & -X \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ 0 & 0 & 0 & E_i \\ B_{i1} & X C_{i1}^T & Q_i^T & 0 \\ -\gamma^2 \epsilon^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\ * & -\epsilon^{-1}I & 0 & 0 \\ * & * & -\lambda I & 0 \\ * & * & * & -\lambda^{-1}\epsilon^2L \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

其中: $Q_i = F_{i1}X + F_{i2}U_i C_{i2}$, 输出反馈增益阵为 $K_i = U_i V_i^{-1}$,

并且

$$V_i C_{i2} = C_{i2} X. \quad (24)$$

证明 因为 C_{i2} 行满秩且 X 正定, 由式(24) 知 V_i 可逆, 于是输出反馈律有效. 由式(23) 和(24) 可得 $U_i C_{i2} = K_i C_{i2} X$, 代入(22) 并令 $Z_i = F_{i1}X + F_{i2}K_i C_{i2} X, H_i = A_{ix} + B_{i2}K_i C_{i2} X$, 应用 Schur 补引理得到等价矩阵不等式

$$\Sigma_i \triangleq \begin{bmatrix} \Psi_i & X + \epsilon H_i & 0 & 0 \\ * & -X + \lambda^{-1} Z_i^T Z_i & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

其中 $\Psi_i = -X + \lambda \epsilon^2 E_i E_i^T$. 式(25)可改写为

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} -X & X + \epsilon H_i & 0 & 0 \\ * & -X & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} + \lambda \begin{bmatrix} \epsilon E_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [\epsilon E_i^T \ 0 \ 0 \ 0] + \lambda^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ Z_i^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [0 \ Z_i \ 0 \ 0] < 0 \quad (26)$$

利用引理 2, 式(26)成立当且仅当

$$\begin{bmatrix} -X & X + \epsilon H_i & 0 & 0 \\ * & -X & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon E_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_i [0 \ Z_i \ 0 \ 0] + \begin{bmatrix} 0 \\ Z_i^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_i^T [\epsilon E_i^T \ 0 \ 0 \ 0] < 0 \quad (27)$$

进一步整理得到不等式

$$\begin{bmatrix} -X & \Gamma_i & 0 & 0 \\ * & -X & B_{i1} & X C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

其中 $\Gamma_i = X + \epsilon(A_i X + B_{i2} K_i C_{i2} X)$. 令 $X = P^{-1}$, 并对矩阵不等式(28)的左边矩阵分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{I, P, I, I\}$, 得到等价矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & \Phi_i & 0 & 0 \\ * & -P & P B_{i1} & C_{i1}^T \\ * & * & -\gamma \epsilon^{-1} I & 0 \\ * & * & * & -\epsilon^{-1} L \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

其中 $\Phi_i = I + \epsilon(A_i + B_{i2} K_i C_{i2})$. 由引理 1 知, 系统

(1) 在输出反馈控制律 $u = K_i y$ 和式(23)下渐近稳定且 $z_2 < \gamma w_2$

注 4 通过定理中的线性矩阵不等式求出解矩阵 P , 即找到系统的能量函数, 表明共同二次 Lyapunov 函数沿切换系统轨线的导数小于 0, 说明系统的能量是逐渐减少的, 使系统渐近稳定, 同时也保证闭环系统对于不确定性具有鲁棒稳定性

4 仿真例子

例 1 考虑下面的切换系统, 它由两个子系统组成:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i x + B_{i1} w, \\ z &= C_{i1} x, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (30)$$

其中

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}, B_{11} = \begin{bmatrix} 0.25 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ C_{11} &= [0 \ 1 \ 0], E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Gamma_1(t) &= \begin{bmatrix} \sin t & 0 & 0 \\ 0 & \cos t & 0 \\ 0 & 0 & \sin t \end{bmatrix}, \\ F_{11} &= \begin{bmatrix} 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, B_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.25 \end{bmatrix}, \\ C_{21} &= [1 \ 0 \ 0], E_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\Gamma_2(t) = \begin{bmatrix} \cos t & 0 & 0 \\ 0 & \sin t & 0 \\ 0 & 0 & \cos t \end{bmatrix},$$

$$F_{21} = \begin{bmatrix} 0.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$\lambda_1 = 0.15, \lambda_2 = 0.3, \epsilon_1 = 0.3, \epsilon_2 = 0.4, \gamma = 0.5$

通过求解矩阵不等式(14), 得到正定解矩阵 P

$$P = \begin{bmatrix} 8.1 & -5.6 & 0 \\ -5.6 & 10.75 & 0 \\ 0 & 0 & 6.4 \end{bmatrix}.$$

选取初值为 $x_0 = [2 \ 3 \ -4]^T$, 切换策略为任意切换, 切换周期为 0.15 s, 系统(30)的状态响应如图 1 所示

例 2 考虑由两个子系统组成的切换系统

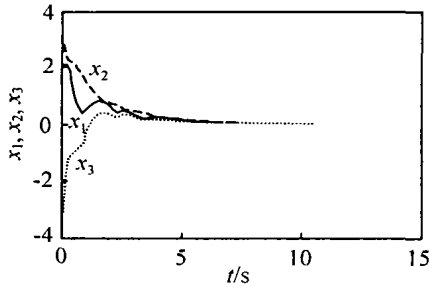


图 1 系统(30) 的状态响应曲线

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{i1}x + B_{i1}w + B_{i2}u, \\ z &= C_{i1}x, \\ y &= C_{i2}x, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (31)$$

其中

$$B_{12} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & -0.5 \end{bmatrix},$$

$$B_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$C_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 950 & 1 & 0 & 486 & 0 & 0 & 456 & 4 \\ 0 & 231 & 1 & 0 & 891 & 3 & 0 & 018 & 5 \\ 0 & 606 & 8 & 0 & 762 & 1 & 0 & 821 & 4 \end{bmatrix},$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 444 & 7 & 0 & 921 & 8 & 0 & 405 & 7 \\ 0 & 615 & 4 & 0 & 738 & 2 & 0 & 935 & 5 \\ 0 & 791 & 9 & 0 & 176 & 3 & 0 & 916 & 9 \end{bmatrix}.$$

根据定理 3, 得到正定解矩阵 P

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 356 & 4 & - & 0 & 011 & 3 & 0 & 089 & 5 \\ - & 0 & 011 & 3 & 0 & 279 & 5 & 0 & 089 & 5 \\ 0 & 089 & 5 & 0 & 089 & 5 & 0 & 235 & 3 \end{bmatrix},$$

以及矩阵

$$U_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, U_2 = \begin{bmatrix} 0 & 01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$V_1 = \begin{bmatrix} 0 & 356 & 4 & - & 0 & 086 & 1 & 0 & 091 & 2 \\ - & 0 & 068 & 7 & 0 & 177 & 6 & 0 & 161 & 8 \\ 0 & 085 & 7 & - & 0 & 021 & 4 & 0 & 337 & 3 \end{bmatrix},$$

$$V_2 = \begin{bmatrix} 0 & 211 & 5 & 0 & 122 & 8 & 0 & 018 & 6 \\ 0 & 194 & 6 & 0 & 095 & 4 & 0 & 188 & 7 \\ 0 & 320 & 1 & - & 0 & 368 & 6 & 0 & 564 & 3 \end{bmatrix}.$$

输出增益阵为

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & 655 & 7 & 1 & 079 & 1 & - & 0 & 694 & 8 \\ 0 & 408 & 5 & 1 & 239 & 6 & - & 0 & 705 & 0 \\ 0 & 972 & 2 & 0 & 449 & 4 & - & 0 & 181 & 8 \end{bmatrix},$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 068 & 1 & - & 0 & 042 & 0 & 0 & 011 & 8 \\ - & 2 & 237 & 4 & 3 & 191 & 4 & - & 0 & 462 & 0 \\ 0 & 680 & 6 & - & 0 & 420 & 0 & 0 & 118 & 0 \end{bmatrix}.$$

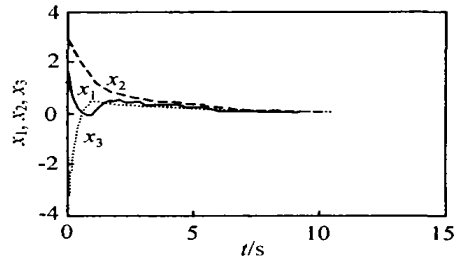


图 2 系统(31) 的状态响应曲线

系统(31) 的状态响应如图 2 所示

5 结 语

本文针对不确定线性切换系统的 H 稳定性进行了研究, 主要方法是构造线性矩阵不等式(LM I), 以此为充分条件来检验在任意切换策略下, 不确定线性切换系统在状态反馈和输出反馈下的渐近稳定性, 并且满足 H 性能指标. 这种检验方法大大简化了计算过程, 同时也降低了保守性. 最后用数值例子对所得结果加以验证, 说明了文中结果的正确性.

参考文献(References)

- [1] Liberzon D, Morse A S. Basic problems in stability and design of switched systems[J]. *IEEE Control System Magazine*, 1999, 19(5): 59-70
- [2] Decarlo R A, Branicky M S, Pettersson S, et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid system[A]. *Proc of the IEEE [C]*. 2000, 88(7): 1069-1082
- [3] Nie H, Zhao J. Hybrid state feedback H robust control for a class of linear systems with time-varying non-bounded uncertainty[A]. *Proc of the American Control Conf [C]*. Denver, 2003: 3608-3613
- [4] Xie D, Wang L, Hao F, et al. Robust stability analysis and control synthesis for discrete-time uncertain switched systems[A]. *Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control [C]*. Hawaii, 2003: 4812-4817.
- [5] Xie D, Wang L, Hao F, et al. LM I approach to L2 gain analysis and control synthesis of uncertain switched systems[J]. *IEE Proc — Control Theory Application*, 2004, 151(1): 21-28
- [6] Xia Y, Jia Y. Robust stability functionals of state delayed systems with polytopic type uncertainties via parameter-dependent Lyapunov functions[J]. *Int J Control*, 2002, 75(16/17): 1427-1434
- [7] Montagner V F, Peres PL D. A new LM I condition for the robust stability of linear time-varying systems[A]. *Proc of the 42nd IEEE Conf on Decision and Control [C]*. Hawaii, 2003: 6133-6138

(下转第 678 页)

参考文献(References)

- [1] Abutaleb A S Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy [J]. *Computer, Vision Graphic Image Process*, 1989, 47(1): 22-32
- [2] 郭国栋, 马颂德. 彩色图像分割[J]. *中国图像图形学报*, 1998, 3(11): 918-921.
(Guo G D, Ma S D. Color image segmentation [J]. *J of Image and Graphics*, 1998, 3(11): 918-921.)
- [3] 王小平, 曹立明. 遗传算法-理论、应用与软件实现 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002: 5-10
- [4] Shanbhag A G Utilization of information measure as a means of image thresholding [J]. *Computer Vision, Graphics, Image Processing-Graphical Model and Image Processing*, 1994, 56(5): 414-419
- [5] Juliana F, Camapum W, Mark H F. Spatial-feature parametric clustering applied to motion-based segmentation in camouflage [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 2002, 85(2): 144-157
- [6] Constantine K, Ioannis P. Segmentation of ultrasonic images using support vector machines [J]. *Pattern Recognition Letters*, 2003, (24): 715-727.
- [7] 张毅军, 吴雪菁, 夏良正. 二维熵阈值图像阈值分割的快速递推算法[J]. *模式识别与人工智能*, 1997, 10(3): 261-265.
(Zhang Y J, Wu X J, Xia L Z. A fast recurring algorithm for two-dimensional entropic thresholding for image segmentation [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 1997, 10(3): 261-265.)
- [8] Bhanu B, Lee S, Ming J. Self-optimizing image segmentation system using a generic algorithm [A]. *Proc of the 4th Int Conf on Generic Algorithms* [C]. San Diego: Morgan Kaufmann Publishers, 1991: 362-369.
- [9] Wiro J Niessen, Koen L Vincken. Nonlinear multiscale representations for image segmentation [J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 1997, 66(2): 233-245.
- [8] Daaforz J, Bernussou J. Robust dynamic output feedback control for switched systems [A]. *Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Las Vegas, 2002: 4389-4394
- [9] Cuzzola F A, Morar M. An LM I approach for H analysis and control of discrete-time piecewise affine systems [J]. *Int J Control*, 2002, 75(16/17): 1293-1301.

(上接第655页)

(上接第668页)

- [2] Potts C N, Kovalyov M Y. Scheduling with batching: A review [J]. *European Journal of Operational Research*, 2000, (120): 228-249.
- [3] 李大卫, 王莉, 王梦光. 基于遗传算法的钢管生产批量计划[J]. *系统工程理论方法应用*, 1998, 7(3): 22-27.
(Li D W, Wang L, Wang M G. Production lot planning of steel pipe based on genetic algorithm [J]. *Systems Engineering-Theory Methodology Applications*, 1998, 7(3): 22-27.)
- [4] 路飞, 田国会. 用自适应遗传算法求解轧制顺序调度问题[J]. *山东大学学报*, 2003, 33(3): 311-313.
(Lu F, Tian G H. Solving scheduling problems of rolling sequence with an adaptive genetic algorithm [J]. *J of Shandong University*, 2003, 33(3): 311-313.)
- [5] Fukaya N, Katagiri T. Expert system for manufacturing sequence determination in hot rolling process of seamless steel pipe [J]. *Kawasaki Steel Gihō*, 1991, 23(3): 191-196
- [6] Siddique M. A knowledge-based system for process planning in a seamless steel tube plant [D]. Birmingham: Aston University, 1990
- [7] 马建辉, 牛海军. 提前/拖期惩罚的单机批调度优化问题研究[J]. *制造业自动化*, 2002, 24(7): 65-67.
(Ma J H, Niu H J. Research on single machine batch scheduling with earliness/tardiness penalties [J]. *Manufacturing Industry Automation*, 2002, 24(7): 65-67.)
- [8] Baker K, Scudder G. Sequencing with earliness and tardiness penalties: A review [J]. *Operations Research*, 1990, (38): 22-36
- [9] 于海斌, 薛劲松, 王浩波, 等. 基于遗传算法的单机提前/拖期调度方法研究[J]. *控制理论与应用*, 2000, 17(2): 209-214.
(Yu H B, Xue J S, Wang H B, et al. GA-based approach to single machine scheduling with general early-tardy penalty weights [J]. *Control Theory and Applications*, 2000, 17(2): 209-214.)
- [10] 王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.