

文章编号: 1001-0920(2005)06-0713-04

一种确定协商评价问题属性权重的方法

刘敬学, 费奇

(华中科技大学 系统工程研究所, 湖北 武汉 430074)

摘要: 协商评价问题的核心是确定各属性的权重。首先对评价者给出的区间赋值信息进行分类, 确定各类信息的协商区间和协商值; 然后利用所导出的有序加权平均(DWA)算子对各类信息的协商区间和协商值进行集成, 并对如何选取DWA算子加权向量的问题进行了讨论。在此基础上提出了一种确定协商评价问题属性权重的方法。算例表明, 该方法具有实用性和可操作性。

关键词: 协商评价; 区间赋值; 协商区间; 有序加权平均算子; 权值确定

中图分类号: F224.12 **文献标识码:** A

Method of determining attribute weight for bargaining evaluation problem

LIU Jing-xue, FEI Qi

(Institute of Systems Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China
Correspondent: LIU Jing-xue, E-mail: ljx_62@sohu.com)

Abstract: The core problem of bargaining evaluation is to determine the weight of each attribute. The interval estimation information given by estimators is classified. The bargaining interval and bargaining value is also determined for each class information. Then, the information of the bargaining interval and bargaining value is integrated by utilizing the induced ordered weighted averaging (DWA) operator. The problem to choose the weighted vector of the DWA operator is also discussed. Furthermore, a method to determine each attribute's weight of bargaining evaluation problem is proposed. An illustrative example shows that the method has the practicability and maneuverability.

Key words: bargaining evaluation; interval estimation; bargaining interval; DWA operator; weight determining

1 引言

现实生活中有许多由于利益不一致等而导致意见冲突的多属性综合评价问题, 如合资企业的资产评估、公司拍卖和事故纠纷等。文献[1]将这种有多个评价者, 且利益或意见冲突的多属性综合评价问题称为协商评价问题(BEP)。一般说, 在协商评价问题中, 被评价对象在各项评价指标下的评价值是客观的(以事实为依据), 不存在协商问题, 存在意见冲突的评价者只能就评价指标的权重系数发表不同看法, 一旦属性权重确定后, 多属性综合评价问题便有多种较为成熟的求解方法^[2]。因此, 协商评价的核心问题就是确定各属性的权重。目前确定属性权重的

方法有很多, 近两年仍有不少文献探讨这个问题^[3~7], 但大多针对评价者为一人或利益一致的若干人的情况而展开的讨论。对于如何确定BEP属性的权重, 目前国内外的研究尚不多见, 而且缺少可操作性强的方法。

本文对评价者为衡量属性重要性而给出的区间赋值信息进行等价分类后, 利用所导出的有序加权平均(DWA)算子对各类信息进行集成, 从而确定BEP属性的权重。算例表明, 本文提出的方法具有实用性和可操作性。

2 DWA算子简介

1988年, 美国著名学者Yager在文献[8]中提

收稿日期: 2004-07-16; 修回日期: 2004-11-08

作者简介: 刘敬学(1962—), 男, 湖南桃江人, 副教授, 博士生, 从事决策分析、人工智能的研究; 费奇(1939—), 男, 江苏吴江人, 教授, 博士生导师, 从事智能决策分析、决策支持系统的研究。

出了一种集结决策信息的有序加权平均(OWA)算子. 此后,OWA 算子在决策、神经网络、专家系统、市场研究、数学规划、图像压缩等多个领域得到了广泛应用. 1999 年, Yager 在文献[9]中对OWA 算子进行了推广, 定义了所导出的 DWA 算子. 下面给出 Yager 的两个定义:

定义 1^[8] 设 $f: R^n \rightarrow R$, 若

$$f(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j,$$

其中: $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 是与 f 相关联的加权向量, $0 \leq w_j \leq 1$, 且 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$; b_j 是一组数据 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 中第 j 个最大的元素. 则称函数 f 是 n 维 OWA 算子.

OWA 算子的特点是将数据 $\{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 按由大到小重新排序后通过加权求和进行集成, 其中 w_j 只与集成过程中的第 j 个顺序位置有关, 与 a_j 无关. 例如, 令 $w = (0.5, 0.1, 0.3, 0.1)^T$, 则 $f(1.2, 2.0, 0.7, 0.9) = 0.5 \times 2.0 + 0.1 \times 1.2 + 0.3 \times 0.9 + 0.1 \times 0.7 = 1.46$.

定义 2^[9] 令 $N = \{1, 2, \dots, n\}$, 称 u_i, a_i ($i \in N$) 为 OWA 对, u_i 为诱导分量, a_i 为数据分量. 定义 DWA 算子为

$$F(u_1, a_1, \dots, u_n, a_n) = \sum_{j=1}^n w_j b_j,$$

其中: $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)^T$ 是与 F 相关联的加权向量, $0 \leq w_j \leq 1$, 且 $\sum_{j=1}^n w_j = 1$; b_j 是 u_i ($i \in N$) 中第 j 个最大元素所对应的 OWA 对中的第 2 个分量.

显然, DWA 算子是 OWA 算子的推广形式, 特别当 $u_i = a_i$ ($i \in N$) 时, DWA 算子就变成了 OWA 算子. 例如 3 个表示人身高、体重的 OWA 对: $(1.75, 65)$, $(1.85, 85)$, $(1.70, 75)$, 根据诱导分量(身高)得出的排序为 $(1.85, 85)$, $(1.75, 65)$, $(1.70, 75)$. 假设加权向量为 $w = (0.5, 0.3, 0.2)^T$, 则 $F(1.75, 65, 1.85, 85, 1.70, 75) = 0.5 \times 85 + 0.3 \times 65 + 0.2 \times 75 = 77.0$.

3 属性权重的确定方法

设协商评价问题有 m 个评价者, n 个属性. 由于存在利益和意见冲突, 评价者对各属性重要性的看法存在较大差别, 难以达成一致意见. 因此, 采用属性之间直接比较这样传统的方法(如 AHP 法等)确定 n 个属性的权重往往行不通, 只能依靠属性之间的间接比较. 较为可行的办法是: 先由每位评价者给出衡量各属性重要程度的信息; 然后按照相互妥协的原则通过协商来集成. 由于问题本身的复杂性, 评

价者的经验不足, 所掌握的信息不够充分以及看问题的角度不同等原因, 评价者往往很难用一个确定的数来表达自己对属性的权衡程度, 但有把握给出一个取值区间来表示对该属性的权衡程度. 因此, 相对而言, 采用区间赋值的方法更符合实际, 可操作性也更强, 而且可将点赋值看成区间赋值的特殊情况.

评价者衡量属性重要程度的模糊语言标度与所对应的区间赋值范围可采用与文献[10]类似的形式: 极重要为 $[0.8, 1]$, 很重要为 $[0.7, 0.9]$, 重要为 $[0.6, 0.8]$, 稍重要为 $[0.5, 0.7]$, 中等重要为 $[0.4, 0.6]$, 稍不重要为 $[0.3, 0.5]$, 不重要为 $[0.2, 0.4]$, 很不重要为 $[0.1, 0.3]$, 极不重要为 $[0, 0.2]$.

3.1 区间赋值信息分类

设 X_t 表示第 t 个属性 ($t = 1, \dots, n$), 第 i 个评价者给出权衡 X_t 的区间赋值为 $[p_{it}, q_{it}]$ ($0 \leq p_{it} \leq q_{it} \leq 1$), $[p_{it}, q_{it}]$ 代表第 i 个评价者对属性 X_t 重要性的认可程度, p_{it} 越大, 第 i 个评价者认为属性 X_t 重要的程度越高; $[p_{it}, q_{it}]$ 的区间长度 $q_{it} - p_{it}$ 越小, 第 i 个评价者对自己判断的确定程度越大. 令 $I_{it} = [p_{it}, q_{it}]$ ($i = 1, \dots, m$), $S_t = \{I_{it} | i = 1, \dots, m\}$. 下面对 S_t 进行分类:

Step 1: $L = \emptyset, C = S_t$.

Step 2: $L = L + 1$. 令 $p = \min\{p_{it} | [p_{it}, q_{it}] \in C, i = 1, \dots, m\}$, 若 $p_{kt} = p$, 定义 S_t 的子集为 $C_L = \{[p_{kt}, q_{kt}] = [I_{kt}]\}$, 重复如下过程: 选取 $I_{vt} \in C, I_{vt} \notin C_L$; 若 $p_{vt} = \min\{p_{it} | I_{it} \in C, I_{it} \notin C_L, \text{且 } \forall I_{jt} \in C_L, I_{jt} \cap I_{vt} \text{ 的区间长度不为零}\}$, 则 $C_L = C_L + \{I_{vt}\}$; 若选不出满足条件的 I_{vt} , 则该过程停止. 进入 Step 3. 从 C_L 的构造看, C_L 代表 S_t 上一个等价类.

Step 3: 令 $C = C - C_L$, 若 $C = \emptyset$, 分类结束; 否则转 Step 2.

采用上述步骤可将 m 个评价者给出的区间赋值信息集划分成 h 个互不相交的子集, 即

$$S_t = C_1 \cup C_2 \cup \dots \cup C_h, C_i \cap C_j = \emptyset, i \neq j, i, j = 1, \dots, h$$

如果多个评价者给出的区间赋值信息在同一个子集内, 那么这些评价者对属性 X_t 的重要性的认识有共同点, 容易通过协商达成一致. 对区间赋值信息在 C_i ($i = 1, \dots, h$) 中的评价者而言, 其协商区间可定义为 $[p_i, q_i] = \bigcap_{I_{jt} \in C_i} I_{jt}$.

3.2 利用 DWA 算子计算单属性的评估值

将评价者给出的区间赋值信息分类后, 实际上是将评价者分成了不同的集团. 处于同一集团的评价者存在一个都能认可的协商区间, 该区间中的一点可作为该集团对属性 X_t 重要程度的集体判断值.

由于存在利益或意见冲突,按 3.1 节的分类方法,不同集团的协商区间不相交,因而他们的集体判断值各不相同。为了确定全体评价者对属性 X_t 重要程度的评估值,需要对各个集团的集体判断值进行综合集成。DWA 算子具有方法灵活、计算简便的特点,其加权向量可根据协商情况选取,比较适合于集成评价者给出的区间赋值信息,从而计算出衡量属性 X_t 重要性的评估值。

设 C_1, C_2, \dots, C_h 是按 3.1 节对 S_t 进行分类后得到的子集,它们的基数分别为 m_1, m_2, \dots, m_h , 其对应的协商区间分别为 $[p_1, q_1], [p_2, q_2], \dots, [p_h, q_h]$ 。令 d_i 和 b_i 分别为协商区间 $[p_i, q_i]$ 中的协商因子和协商值 ($i = 1, \dots, h$), 则 $b_i = (1 - d_i) \times p_i + d_i \times q_i$ 。严格地说,协商因子 d_i 的取值与评价者的态度和倾向等复杂因素有关,但一般情况下, d_i 的值可取 0.5, 对应的协商值为协商区间的中间值,即 $b_i = (p_i + q_i) / 2$, 该集团成员对此都可接受。那么 m 个评价者对属性 X_t 重要性的评估值 E_t 可用如下的 DWA 算子计算:

$$E_t = F(p_1, b_1, \dots, p_h, b_h) = \sum_{j=1}^h w_j b_j^* \quad (1)$$

由 3.1 节对 S_t 的分类可知, $p_1 < p_2 < \dots < p_h, b_1 < b_2 < \dots < b_h$ 。因此, $b_j^* = b_{h-j+1}, j = 1, \dots, h$ 。于是有

$$E_t = F(p_1, b_1, \dots, p_h, b_h) = \sum_{j=1}^h w_j b_{h-j+1} \quad (2)$$

由式(2)可以看出,在各协商区间的协商值 b_j 确定的情况下,计算 E_t 的关键在于 w_j 如何取值。式(2)中,向量 $W = (w_1, w_2, \dots, w_h)^T$ 可理解为各集团意见的协商结果, w_j 表示对第 j 集团意见的重视程度。 W 的确定取决于协商环境和协商机制。如果将第 j 集团的意见作为协商结果,则可取 $w_j = 1, w_k = 0, k \neq j$; 如果平等对待各集团的意见,则可取 $w_1 = \dots = w_h = 1/h$, 此时 E_t 等于各协商值的平均值; 如果要使评估值 E_t 取最大协商值与最小协商值的平均值,则可取 $w_1 = w_h = 1/2, w_2 = \dots = w_{h-1} = 0$; 如果要去掉最大协商值和最小协商值,使评估值等于其他协商值的平均值,则可取 $w_1 = w_h = 0, w_2 =$

$\dots = w_{h-1} = 1/(h-2)$; 如果考虑让每个评价者的意见都发挥作用,且协商权重与集团成员的数量直接挂钩,体现人多说话份量重的特点,则 w_j 取 m_{h-j+1}/m 比较合适 ($j = 1, \dots, h$); ... 一般情况下, w_j 取 m_{h-j+1}/m 对各集团而言是可接受的结果。

需要说明的是,按式(2)计算的 E_t 只是衡量属性 X_t 重要性的评估值,没有考虑其他属性的影响,确定属性 X_t 的权重还需从多属性的角度统一处理。

3.3 计算各属性的权重

在单属性重要性的评估值确定后,属性权重的计算便很简单,只需对由式(2)计算得到的属性 X_t 重要性的评估值 $E_t (t = 1, \dots, n)$ 进行正规化(归一化)处理即可。设 w_t^* 是属性 X_t 的权重, $t = 1, \dots, n$, 则

$$w_t^* = \frac{E_t}{E_1 + E_2 + \dots + E_n}, t = 1, \dots, n \quad (3)$$

由式(2)和(3)确定属性权重的方法,使每个评价者所给出的区间赋值信息都发挥了作用,最后的结果体现了评价者相互妥协的特点,且 DWA 算子的加权向量可根据协商环境的不同而灵活变化,比较符合协商评价问题的实际。值得指出的是,如果每个评价者所给出的区间赋值的两个端点重合(对应着点赋值的情形),则按式(2)求出的属性重要性的评估值就是评价者给出的点赋值的加权平均值。

4 算例

某家庭准备购置一辆轿车,6名家庭主要成员对轿车从价格、耗油量、外观和舒适性4个方面进行评价。由于意见不统一(年老的看重价格和耗油量,而年轻的则倾向外观和舒适性),为此,他们决定先协商确定这4个属性的权重,然后以此对市场上各种类型的轿车进行评估与选择。假设这6名家庭成员为评估这4个属性的重要性而给出的区间赋值信息如表1所示,试确定这4个属性的权重。

从家庭成员所给出的区间赋值信息看,他们对各属性的看法并不一致。下面用前述方法确定这4个属性的权重。

先对属性“价格”的区间赋值信息 $S_1 = \{[0, 35], [0, 45], [0, 375], [0, 475], [0, 40], [0, 50], [0, 55], [0, 65]\}$,

表 1 区间赋值信息表

属性	评价者					
	成员 1	成员 2	成员 3	成员 4	成员 5	成员 6
价格	[0, 35, 0, 45]	[0, 375, 0, 475]	[0, 40, 0, 50]	[0, 55, 0, 65]	[0, 70, 0, 80]	[0, 75, 0, 85]
耗油量	[0, 85, 0, 95]	[0, 35, 0, 45]	[0, 40, 0, 50]	[0, 50, 0, 60]	[0, 80, 0, 90]	[0, 55, 0, 65]
外观	[0, 50, 0, 60]	[0, 80, 0, 90]	[0, 45, 0, 55]	[0, 75, 0, 85]	[0, 30, 0, 40]	[0, 45, 0, 55]
舒适性	[0, 75, 0, 85]	[0, 65, 0, 75]	[0, 80, 0, 90]	[0, 50, 0, 60]	[0, 60, 0, 70]	[0, 50, 0, 60]

$[0, 70, 0, 80], [0, 75, 0, 85]$ 进行分类, 得

$$C_1 = \{[0, 35, 0, 45], [0, 375, 0, 475], [0, 40, 0, 50]\},$$

$$C_2 = \{[0, 55, 0, 65]\},$$

$$C_3 = \{[0, 70, 0, 80], [0, 75, 0, 85]\};$$

其对应的协商区间为

$$[p_1, q_1] = [0, 40, 0, 45],$$

$$[p_2, q_2] = [0, 55, 0, 65],$$

$$[p_3, q_3] = [0, 75, 0, 80];$$

其对应的协商值分别为 $b_1 = 0.425, b_2 = 0.60, b_3 = 0.775$, 各协商区间的协商因子均为 0.5. 假设 DWA 算子加权向量的分量分别对应着协商值所在类中的元素个数与总评价人数的比值, 即 $w = (2/6, 1/6, 3/6)^T$, 则由式(2) 得 6 位家庭成员对“价格”重要性的评估值为

$$E_1 = F(p_1, b_1, p_2, b_2, p_3, b_3) = w_1 \times b_3 + w_2 \times b_2 + w_3 \times b_1 = (2/6) \times 0.775 + (1/6) \times 0.60 + (3/6) \times 0.425 = 0.571.$$

类似可得 6 位家庭成员对耗油量、外观和舒适性重要性的评估值分别为 $E_2 = 0.625, E_3 = 0.596, E_4 = 0.683$

最后, 由式(3) 可得 4 个属性的权重分别为 $w_1^* = 0.231, w_2^* = 0.252, w_3^* = 0.241, w_4^* = 0.276$

5 结 语

本文针对协商评价问题的特点, 利用评价者给出的区间赋值信息和 DWA 算子, 提出了一种新的确定属性权重的方法. 从算例可以看出, 该方法具有简单、实用、可操作性强的特点. 由于 DWA 算子加权向量的选取很灵活, 可根据协商评价问题的实际情况确定. 因此, 该方法可广泛用于解决多属性协商评价问题, 如企业的资产评估、工程项目的论证、事故纠纷的处理、对带有争议性的个人或实体的测评等.

需要说明的是, 该方法的关键在于协商值的确定和 DWA 算子权向量的选取, 本文仅在一般情况下对这两个问题进行了讨论. 但协商评价问题是一个复杂的问题, 如何在特定情况下将评价者的心理行为因素体现在确定协商值和 DWA 算子权向量的选取过程中, 仍是一个需要深入研究的问题.

参考文献(References)

- [1] 郭亚军. 综合评价理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2002: 77-83.
- [2] 岳超源. 决策理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 192-246.
- [3] 于洋, 李一军. 基于多策略评价的绩效指标权重确定方法研究[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(8): 8-15, 52.
(Yu Y, Li Y J. Research on giving weight for performance indicator based on the multi-strategy method[J]. *System Engineering Theory and Practice*, 2003, 23(8): 8-15, 52.)
- [4] 冯俊文. 确定相对决策权重的链比较法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(3): 341-344, 385.
(Feng J W. Chain comparison method to determine the relative decision weights[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(3): 341-344, 385.)
- [5] Shirland Larry E, Jesse Richard R, Thompson Ronald L, et al. Determining attribute weights using mathematical programming[J]. *Omega*, 2003, 31(6): 423-437.
- [6] Hu Y C, Hu J S, Chen R S, et al. Assessing weights of product attributes from fuzzy knowledge in a dynamic environment[J]. *European J of Operational Research*, 2004, 154(1): 125-143.
- [7] Xu X Z. A note on the subjective and objective integrated approach to determine attribute weights[J]. *European J of Operational Research*, 2004, 156(2): 530-532.
- [8] Yager R R. On ordered weight averaging aggregation operators in multi-criteria decision making[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1988, 18(1): 183-190.
- [9] Yager R R. Induced ordered weight averaging operators[J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics*, 1999, 29(2): 141-150.
- [10] 徐泽水. 基于 DWA 算子的模糊语言偏好矩阵排序方法[J]. 系统工程与电子技术, 2003, 25(4): 440-442, 448.
(Xu Z S. A priority method based on induced ordered weighted averaging (DWA) operator for fuzzy linguistic preference matrices[J]. *System Engineering and Electronics*, 2003, 25(4): 440-442, 448.)