

文章编号: 1001-0920(2005)06-0607-04

## 量子力学系统的输出反馈控制

张靖, 李春文, 吴热冰  
(清华大学自动化系, 北京 100084)

**摘要:** 研究量子系统输出反馈控制问题建模以及控制律设计问题。首先讨论了量子力学 Von Neumann 测量原理与连续测量模型的一致性; 然后在连续测量模型的基础上总结了已有量子反馈模型的结果, 归纳出量子输出反馈控制系统模型; 最后针对单比特振幅退相干抑制问题, 利用线性直接输出反馈控制设计反馈控制律, 指出利用最优控制的方法设计线性输出反馈控制的比例系数, 可以得到较好的结果。

**关键词:** 量子反馈控制; 连续测量; 退相干抑制

**中图分类号:** TP13 **文献标识码:** A

## Output feedback control of quantum mechanical systems

ZHANG Jing, LI Chunwen, WU Rebing

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China Correspondent: ZHANG Jing, E-mail: zhangjing97@mails.tsinghua.edu.cn)

**Abstract:** The modeling and design of output feedback control of quantum systems are studied. Firstly, the compatibility of Von Neumann measurement principle and continuous measurement is discussed. Then based on the continuous measurement and the existed quantum feedback control schemes, the general models of output feedback control of quantum systems are summarized. Finally, the linear direct output feedback control strategy is applied to suppress the amplitude decoherence in quantum computers. It is shown that good results can be obtained by optimally designed proportional coefficient of the linear output feedback control.

**Key words:** quantum feedback control; continuous measurement; decoherence suppression

### 1 引言

在控制理论中, 反馈<sup>[1]</sup>是一项重要的控制技术。由于反馈控制可通过测量得到的系统状态实时调节控制输入, 从而使得控制律具有很好的反抗外部干扰的鲁棒性, 且反馈控制设计更加灵活。

在经典系统的控制中, 反馈技术已广泛应用于各个方面。但量子系统<sup>[2]</sup>的反馈控制却存在本质上的困难, 因为反馈需要利用系统的测量信息, 而由于量子系统通常处于物质构成的最基本层次, 测量过程本身会对系统状态产生不可逆的破坏作用。根据海森堡测不准原理, 这种破坏作用是不可忽略的。于是, 信息的获取和干扰的引入便构成了一对尖锐的矛盾。

随着量子测量理论和实验技术的发展, 越来越多的学者对量子反馈问题进行了研究。量子反馈控制理论主要沿两条路线得到了发展: 一条是由 Shor 等<sup>[3]</sup>提出的源于经典纠错的量子纠错理论, 建立在传统的 Von Neumann 测量理论框架<sup>[4]</sup>下, 认为测量对系统状态的破坏是瞬间发生的, 因此测量和反馈都是离散的; 另一条路线是源于量子轨线理论的量子连续反馈理论<sup>[5-7]</sup>, 由 Wiseman 等<sup>[6]</sup>首先提出, 他们认为测量及反馈对系统状态的影响可以看作一个连续的过程, 从而可用微分方程描述出来。随后 Doherty 等<sup>[8]</sup>又将这种理论进一步发展, 并结合传统控制中最优控制和滤波的理论将量子反馈控制应用到实际的物理系统中。

收稿日期: 2004-08-25; 修回日期: 2004-10-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(60274025); 清华大学基础研究基金项目(200312006)

作者简介: 张靖(1978—), 男, 北京人, 博士生, 从事量子控制、稳定性理论研究; 李春文(1957—), 男, 河南武陟人, 教授, 博士生导师, 从事量子控制、非线性控制等研究。

本文基于以上两种不同的思路,首先讨论两种测量和反馈模型的相容性问题;然后在量子连续测量反馈理论框架下,讨论一般的有限能级量子系统反馈控制的建模问题;最后结合具体实例研究控制律的设计问题

## 2 测量原理与连续测量

考虑具有 $N$ 个离散能级的量子系统,对物理量 $A$ 进行测量.在量子力学中, $A$ 可表示成 $N$ 维厄米矩阵.一般地,用密度算符表示的Von Neumann测量原理可描述如下:

**Von Neumann 测量原理** 设 $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ 以及 $|\psi_1\rangle, \dots, |\psi_N\rangle$ 分别为 $A$ 的特征值和特征向量(为简便起见,假设 $A$ 的特征根是互异的).定义矩阵 $M_i = |\psi_i\rangle\langle\psi_i|$ ,  $i = 1, \dots, N$ .其中: $|\psi_i\rangle$ 是Dirac符号<sup>[3]</sup>中的右矢,可看作一个列向量; $\langle\psi_i|$ 是Dirac符号中的左矢,可看作经 $|\psi_i\rangle$ 共轭转置得到的行向量.设测量前系统密度矩阵为 $\rho$ ,则对物理量 $A$ 测量后系统密度矩阵变为

$$\tilde{\rho} = \sum_{i=1}^N \text{tr}(\rho M_i) M_i$$

对于连续测量模型,部分学者<sup>[6-8]</sup>认为,测量引起状态的改变可看作一个连续演化的过程.当考察系统的平均行为时,它可用描述密度算符演化的微分方程——主方程来描述,即

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= \Gamma_A D[A]\rho = \\ & \frac{1}{2} \Gamma_A \{ [A, \rho, A] + [A, \rho A] \}, \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\Gamma_A$ 代表测量的强度, $[A, B] = AB - BA$ 代表矩阵对易运算.假设方程的解为 $\rho(t, \Gamma_A)$ ,则主方程描述的模型和Von Neumann测量原理在一定条件下是一致的.在给出主要结论之前需要做一些准备.

在 $N$ 维复矩阵空间中引入内积 $A, B = \text{tr} A^+ B$ ,则 $M_i$ 是正交归一的.将其扩充为 $N$ 维复矩阵空间中的一组完备正交基 $\{M_1, \dots, M_{N^2}\}$ ,其中每个矩阵都是厄米矩阵.例如,除矩阵 $M_1, \dots, M_N$ 之外,剩余矩阵可选择为

$$\frac{1}{2} (|\psi_i\rangle\langle\psi_j| + |\psi_j\rangle\langle\psi_i|),$$

$$\text{或} \quad \frac{i}{2} (|\psi_i\rangle\langle\psi_j| - |\psi_j\rangle\langle\psi_i|).$$

**引理1** 若 $A$ 的特征根互异,则与 $A$ 对易的物理量所组成的集合恰为 $M_1, \dots, M_N$ 张成的复矩阵空间 $\mathbf{F}_A$ ,即物理量 $B$ 与 $A$ 对易的充要条件是 $B$ 可分解为 $B = \sum_{i=1}^N \mu M_i$ 的形式

$$\text{证明} \quad \text{注意} \quad A = \sum_{i=1}^N \lambda M_i$$

1) 充分性: $A, B$ 在 $|\psi_1\rangle, \dots, |\psi_N\rangle$ 这组基下均表示为对角阵,因此对易

2) 必要性:由于 $A, B$ 对易,且 $A$ 特阵根互异,可以找到一组共同特征向量, $|\psi_1\rangle, \dots, |\psi_N\rangle$ .注意到 $B$ 在此基下为对角阵,因而可写为 $B = \sum_{i=1}^N \mu M_i$

将式(1)在矩阵基 $\{M_1, \dots, M_{N^2}\}$ 下表示成向量方程.经计算可得如下关系式:

$$M_i M_j = \sum_{k=1}^{N^2} (e_{ijk} M_k + f_{ijk} M_k). \quad (2)$$

在式(2)两侧取厄米共轭,由 $M_i$  ( $i = 1, \dots, N^2$ )是厄米矩阵,且 $e_{ijk}, f_{ijk} \in \mathbf{R}$ 可知

$$[M_i, M_j] = 2i \sum_k f_{ijk} M_k,$$

$$\{M_i, M_j\} = \sum_k e_{ijk} M_k$$

从而

$$e_{ijk} = \frac{1}{2} \text{tr}(\{M_i, M_j\} M_k),$$

$$f_{ijk} = -\frac{i}{2} \text{tr}([M_i, M_j] M_k).$$

由此知 $e_{ijk}$ 关于脚标对称, $f_{ijk}$ 关于脚标反对称

对于给定的 $N^2$ 维向量 $a$ ,令

$$(R_a)_{ij} = \sum_k e_{kij} a_k, (W_a)_{ij} = \sum_k f_{kij} a_k \quad (3)$$

则矩阵 $R_a, W_a$ 有如下性质:

1)  $R_a$ 为对称矩阵, $W_a$ 为反对称矩阵;

2)  $R_{\lambda a + \mu b} = \lambda R_a + \mu R_b, W_{\lambda a + \mu b} = \lambda W_a + \mu W_b$

**引理2** 设矩阵 $A = a \bullet M, B = b \bullet M$ ,其中 $M$ 是 $\{M_1, \dots, M_{N^2}\}$ 所组成的矩阵向量,则

$$AB = (R_a b + W_a b) \bullet M, \quad (4)$$

$$[A, B] = (2W_a b) \bullet M. \quad (5)$$

由式(5)可知所有与 $A$ 对易的矩阵 $B$ 都满足 $W_a b = 0$ ,即

$$\mathbf{F}_A = \{b \mid W_a b = 0\}. \quad (6)$$

证明 由式(2)经简单计算便可得证

这样,根据以上结果便可以式(1)在矩阵基的坐标形式下表示成向量形式

**引理3** 按矩阵基 $\{M_1, \dots, M_{N^2}\}$ 将主方程模型(1)中各个矩阵表示,其中 $\rho = \rho \bullet M$ ,而 $A = a \bullet M$ ,则主方程模型(1)可表示成

$$\dot{\rho} = 2\Gamma_A W_a^2 \rho \quad (7)$$

有了上面的准备工作,便可给出并证明本文的主要结论

**定理1** Von Neumann测量原理是连续测量模型(1)在测量强度无限大的前提下的极限情形,

即

$$\lim_{\Gamma_A} \rho(t, \Gamma_A) = \tilde{\rho} \quad (8)$$

证明 因为  $W_a$  是反对称的, 所以  $W_a^2$  是对称矩阵且是半负定的, 故可知

$$b^T W_a^2 b = - (W_a b)^T (W_a b) = 0 \Leftrightarrow W_a b = 0$$

结合式(6)可知  $W_a^2$  的零特征子空间即为  $\mathbf{F}_A$ .

进一步, 可将  $W_a^2$  表示为

$$W_a^2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega \Omega^T \end{bmatrix},$$

其中

$$D = - \begin{bmatrix} \gamma_{N+1} & & \\ & \ddots & \\ & & \gamma_N \end{bmatrix}$$

为对角阵, 且  $\gamma_i > 0$ , 而  $\Omega = (\omega_1, \dots, \omega_N)$  为  $N^2 - N$  维正交阵. 此时式(7)的解可表示为

$$\rho(t, \Gamma_A) = \exp\{2\Gamma_A W_a^2 (t - t_0)\} \rho = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rho + \prod_{i=N+1}^{N^2} e^{-2\Gamma_A \gamma_i (t - t_0)} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega \omega^T \end{bmatrix} \rho \quad (9)$$

显然有

$$\lim_{\Gamma_A} \rho(t, \Gamma_A) = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \rho$$

注意到方程右式恰为  $\tilde{\rho}$  在  $\{M_1, \dots, M_{N^2}\}$  基下的向量表示, 故式(8)得证

注1 上述结论容易推广到当  $A$  含简并特征值的情形. 此时需要引入一组完备观测量  $A_1, \dots, A_r$  以唯一确定量子测量的结果. 证明过程也可推广到这种一般情形.

### 3 量子反馈控制模型

上节证明了一般意义上的连续测量模型的合理性, 下面在该模型的基础上进一步讨论反馈控制.

首先考虑单个量子系统的动力学方程. 连续测量下系统的演化可用如下随机主方程来描述<sup>[5, 6, 8, 9]</sup>:

$$d\rho_c = \Gamma_A D[A] \rho_c dt + \sqrt{\Gamma_A} \mathbf{H}[A] \rho_c dW, \quad (10)$$

其中:  $D[A] \rho_c$  定义在式(1)中给出,  $\mathbf{H}[A] \rho_c$  定义为

$$\mathbf{H}[A] \rho_c = A \rho_c + \rho_c A - \text{tr}(A \rho_c + \rho_c A) \rho_c, \quad (11)$$

$dW$  是标准的 Wiener 过程.

量子系统的反馈控制一般是通过将外加光场或电磁场与系统的某些力学量发生相互作用而加入的. 通常, 引入输出反馈控制的系统模型可表示为<sup>[8, 10]</sup>

$$d\rho_c = -i[H_0 + u(t)H_F, \rho_c] + \Gamma_A D[A] \rho_c dt + \sqrt{\Gamma_A} \mathbf{H}[A] \rho_c dW, \quad (12)$$

其中:  $H_0$  为系统自由演化哈密顿量,  $H_F$  为反馈哈密顿量. 输出反馈  $u(t)$  可表示成  $t$  时刻前测量结果以及噪声的函数, 即

$$u(t) = u(\{A_c(\tau), W(\tau) | \tau \leq t\}), \quad (13)$$

其中测量均值  $A_c = \text{tr}(A \rho_c)$  为对  $A$  测量输出的结果. 为保证系统状态  $\rho_c$  的 Gauss 性质, 通常选取  $u(t)$  为线性反馈的形式; 同时, 为保证系统的 Markov 性质, 进一步将控制选取为瞬时线性输出反馈形式, 即

$$u(t) = \lambda(t) A_c = \lambda(t) \text{tr}(A \rho_c). \quad (14)$$

因此, 在上述反馈控制下系统随机主方程(12)可表示成

$$d\rho_c = -i[H_0 + \lambda(t) A H_F, \rho_c] + \Gamma_A D[A] \rho_c dt + \sqrt{\Gamma_A} \mathbf{H}[A] \rho_c dW. \quad (15)$$

对式(15)作系综平均, 则得到如下的双线性主方程<sup>[5]</sup>:

$$\dot{\rho} = -i[H_0, \rho] - i\lambda(t)[H_F, A \rho + \rho A] + \Gamma_A D[A] \rho. \quad (16)$$

如果考虑系统与环境的相互作用, 则式(16)可进一步写成<sup>[6, 11]</sup>

$$\dot{\rho} = -i[H_0, \rho] - i\lambda(t)[H_F, A \rho + \rho A] + \Gamma_A D[A] \rho + \sum_{\mu} \Gamma_{\mu} D[L_{\mu}] \rho. \quad (17)$$

其中最后一项中每一个 Lindblad 项  $\Gamma_{\mu} D[L_{\mu}] \rho$  都代表某种可能的环境影响.

### 4 例子

量子技术中一个很重要的问题就是退相干抑制. 考察量子计算机中单比特量子系统的振幅退相干问题<sup>[12]</sup>, 它是由自发跃迁产生的一种退相干机制. 量子计算机的实际物理实现中, 原子通过与环境真空场发生相互作用向外自发发射光子而衰退到基态, 这一过程会引起原子不可逆的能级跃迁, 使系统能量向环境中流失, 因而对于量子计算机的物理实现影响很大.

振幅退相干的模型可用主方程描述为

$$\dot{\rho} = -i[H_0, \rho] + \Gamma D[\sigma] \rho, \quad (18)$$

其中:  $\sigma = \sigma_x - i\sigma_y$ ;  $H_0 = \frac{1}{2}\omega\sigma_z$ ;  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  分别为如下定义的 Pauli 矩阵:

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} & 1 \\ 1 & \end{bmatrix}, \sigma_y = \begin{bmatrix} & i \\ -i & \end{bmatrix}, \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

考虑采用零频测量<sup>[9]</sup>引入反馈控制抑制自发跃迁过程. 实验装置如图 1<sup>[9]</sup>所示, 将待测原子置于光腔中, 用一束光穿过光腔照射原子, 在光腔的另一侧用探测器测量出射光, 从而间接测得原子的  $z$  方

向的自旋分量  $\alpha_x$ . 探测器将测得的光信号转化为电信号得到光电流  $I_c(t)$ , 光电流由一个放大装置放大  $\lambda(t)$  倍, 再转化为加在原子上的  $y$  方向上的磁场, 从而改变原子的状态, 这一过程可用如下方程表示:

$$\dot{\rho} = -i\left[\frac{1}{2}\omega\sigma_z, \rho\right] - i\lambda(t)[\sigma_y, \sigma_x\rho + \rho\sigma_x] + \Gamma_{\sigma_z}D[\sigma_z]\rho + \Gamma D[\sigma_x]\rho \quad (20)$$

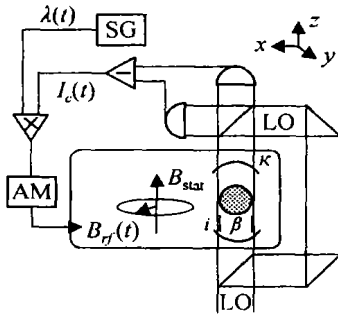


图1 反馈控制装置

希望能够设计一种控制, 即放大系数  $\lambda(t)$ , 使得由式(20)描述的系统状态与不考虑退相干影响的系统自由演化动态尽量接近. 这个问题可转化为如下的轨线跟踪问题:

$$\begin{aligned} \min_{\lambda(t)} \int_0^T & [\text{tr}(\rho(t) - \rho_0(t))^2 + \epsilon\lambda^2(t)] dt, \\ \text{s.t. } \dot{\rho} = & -i\left[\frac{1}{2}\omega\sigma_z, \rho\right] - i\lambda(t)[\sigma_y, \sigma_x\rho + \\ & \rho\sigma_x] + \Gamma_{\sigma_z}D[\sigma_z]\rho + \Gamma D[\sigma_x]\rho \quad (21) \end{aligned}$$

其中  $\rho_0(t)$  为方程  $\dot{\rho} = -i[H_0, \rho]$  的解, 代表不考虑退相干系统自由演化的动态

可以用极大值原理求解  $\lambda(t)$ , 但相应要求解一个复杂的非线性微分方程, 此方程没有解析解, 因此一般情况下只能采取数值仿真的方法

图2给出了  $\alpha_x$  随时间演化的仿真结果, 它反映了系统状态相干性随时间的变化(图中: 虚线代表不考虑退相干不加控制的曲线; 点划线代表不加控制考虑退相干的曲线; 实线代表加入控制后的曲线). 不考虑退相干影响时,  $\alpha_x$  以正弦形式变化, 称振荡; 而考虑退相干影响后,  $\alpha_x$  分量迅速为

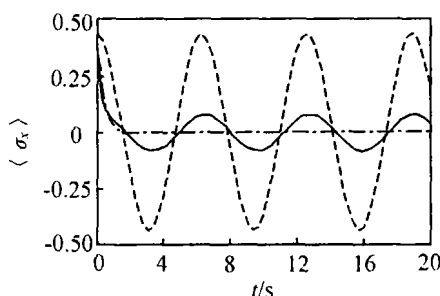


图2  $t - \alpha_x$  曲线

Rabi 衰减为零, 代表了相干性的迅速消失. 对此引入反馈控制, 并按上述最优控制策略设计  $\lambda(t)$ . 仿真表明,  $\alpha_x$  方向的退相干过程得到了部分抑制

在选取反馈哈密顿量时直接选取了  $\sigma_y$ , 这使得反馈控制对  $\sigma_y$  方向的退相干过程几乎没有抑制作用. 如何合理选取反馈哈密顿量使得各个方向的退相干过程都得到抑制, 这个问题需要进一步的研究

本例中控制律设计基于作过系综平均后的主方程模型(16). 这种模型只考虑了测量仪器对系统的影响, 而未考虑数据的读出过程, 即“只测不读”, 在反馈过程中反馈的信息实质上是量子信息. 考虑数据读出的测量过程需要用形如式(15)的随机主方程模型描述, “读出”是将量子信息转化为经典信息的过程, 并利用此信息设计作为“经典系统”的控制器. 基于“读出”模型的控制设计效果有待进一步研究

## 5 结 语

本文讨论了一般量子系统的反馈控制模型的建模问题. 在此基础上, 初步讨论了利用反馈控制抑制 2 能级量子系统的退相干过程的问题, 并基于最优控制的方法设计了控制律. 在量子反馈控制模型的基础上可进一步讨论鲁棒控制等问题

## 参考文献(References)

- [1] Franklin G F, Powell J D, Naeni A E. *Feedback control of dynamic systems* [M]. NJ: Prentice-Hall, 2002
- [2] 丛爽, 郑毅松, 姬北辰, 等. 量子系统控制发展综述[J]. *量子电子学报*, 2003, 20(1): 1-9  
(Cong S, Zheng Y S, Ji B C, et al. Survey of developments in quantum system control[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2003, 20(1): 1-9)
- [3] Shor P. Scheme for reducing decoherence in quantum computer memory [J]. *Physical Review A*, 1995, 52(R): 2493-2496
- [4] Von Neumann. *Mathematical foundations of quantum mechanics* [M]. Princeton: Princeton University Press, 1955
- [5] Wiseman H M, Milburn G J. Squeezing via feedback [J]. *Physical Review A*, 1994, 49(2): 1350-1366
- [6] Wiseman H M. *Quantum trajectories and feedback* [D]. Brisbane: The University of Queensland, 1994
- [7] Ian Percival. *Quantum state diffusion* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998
- [8] Doherty A C, Jacobs K. Feedback control of quantum systems using continuous state estimation [J]. *Physical Review A*, 1999, 60(4): 2700-2709

(下转第615页)

- Perth, 1995, IV: 1942-1948
- [2] Eberhart R C, Shi Y. Particle swarm optimization: Developments, applications and resources [A]. *Proc Congress on Evolutionary Computation* [C]. Seoul, 2001, (b): 81-86
- [3] Shi Y, Eberhart R C. A modified particle swarm optimizer [A]. *Proc of the IEEE Int Conf on Evolutionary Computation* [C]. Anchorage, 1998, (b): 69-73
- [4] Shi Y, Eberhart R. C. Fuzzy adaptive particle swarm optimization [A]. *Proc of the IEEE Conf on Evolutionary Computation* [C]. Seoul, 2001: 101-106
- [5] Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization [A]. *Proc of the IEEE Conf on Evolutionary Computation* [C]. San Diego, 2000, 1: 84-88
- [6] Angeline Peter J. Using selection to improve particle swarm optimization [A]. *Proc of the IEEE Conf on Evolutionary Computation* [C]. Anchorage, 1998: 84-89
- [7] Natsuki H, Hitoshi I. Particle swarm optimization with gaussian mutation [A]. *Proc of IEEE Swarm Intelligence Symposium* [C]. Indianapolis, 2003: 72-79
- [8] Vestersrom J S, Riget J, Krink T. Division of labor in particle swarm optimization [A]. *Proc of the IEEE Congress on Evolutionary Computation* [C]. Hawaii, 2002: 1570-1575
- [9] van den Bergh F, Engelbrecht A P. Training product unit networks using cooperative particle swarm optimizers [A]. *Proc of the 3rd Genetic and Evolutionary Computation Conf* [C]. San Francisco, 2001: 126-131
- [10] Zhang W J, Xie X F. DEPSO: Hybrid particle swarm with differential evolution operator [A]. *IEEE Int Conf on System Man & Cybernetics* [C]. Washington, 2003: 3816-3821
- [11] Al-Kazem i B, Mohan C K. Multi-phase generalization of the particle swarm optimization algorithm [A]. *Proc of the Congress on Evolutionary Computation* [C]. Honolulu, 2002, 1: 489-494
- [12] Xie X F, Zhang W J. Dissipative particle swarm optimization [A]. *Proc of the 2002 Congress on Evolutionary Computation* [C]. Honolulu, Hawaii, 2002, 2: 1456-1461
- [13] Fukuyama Y, Yoshida H. A particle swarm optimization for reactive power and voltage control in electric power systems [A]. *Proc Congress on Evolutionary Computation* [C]. Seoul, 2001: 87-93
- [14] 侯志荣, 吕振肃. IR 数字滤波器设计的粒子群优化算法[J]. *电路与系统学报*, 2003, 8(4): 16-20  
(Hou Z R, Lu Z S. Particle swarm optimization algorithm for IR digital filters design [J]. *J of Circuits and System*, 2003, 8(4): 16-20)
- [15] Eberhart R C, Hu X. Human tremor analysis using particle swarm optimization [A]. *Proc Congress on Evolutionary Computation* [C]. Piscataway: IEEE Service Center, 1999: 1927-1930
- [16] 吴立成, 孙富春, 孙增圻. 柔性空间机器人振动抑制轨迹规划算法[J]. *机器人*, 2003, 25(3): 250-254  
(Wu L C, Sun F C, Sun Z Q. Optimal trajectory planning of flexible space robot for vibration reducing [J]. *Robot*, 2003, 25(3): 250-254)
- [17] 柯晶, 钱积新. 应用粒子群优化的非线性系统辨识[J]. *电路与系统学报*, 2003, 8(4): 12-15  
(Ke J, Qian J X. Nonlinear system identification using particle swarm optimization [J]. *J of Circuits and System*, 2003, 8(4): 12-15)
- [18] Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization [A]. *Proc of the 1999 Congress on Evolutionary Computation* [C]. Piscataway: IEEE Service Center, 1999: 1945-1950
- [19] Xie X F, Zhang W J, Yang Z L. Adaptive particle swarm optimization on individual level [A]. *Int Conf on Signal Processing* [C]. Beijing, 2002: 1215-1218

## (上接第 610 页)

- [9] Thomson L K, Mancini S, Wiseman H M. Spin squeezing via quantum feedback [J]. *Physical Review A*, 2002, 65(061801) 1-4
- [10] Stockton J K, Geremia J M, Doherty A C, et al. Robust quantum parameter estimation: Coherent magnetometry with feedback [EB/OL]. <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0309101>, 2003
- [11] Doherty A C, Habib S, Jacobs K, et al. Quantum feedback control and classical control theory [J]. *Physical Review A*, 2000, 62(012105): 1-13
- [12] Nielsen A, Chuang L. *Quantum computation and quantum information* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000: 386-389