第20卷 第6期　　控 制 与 决 策　　2005年6月
Vol 20 No. 6　　Control and Decision　　June 2005

文章编号: 1001-0920(2005)06-0625-04

基于LMI方法的时滞分布参数控制系统的镇定

罗毅平[1,2], 邓飞其[1], 刘国荣[2]
(1. 华南理工大学 系统工程研究所, 广东 广州 510640; 2. 湖南工程学院 数理系, 湖南 湘潭 411101)

摘　要: 针对常时滞、多个常时滞及多个变时滞的分布参数控制系统, 提出一种与现有研究分布参数控制系统不同的方法. 该方法通过构造平均Lyapunov函数, 利用LMI和矩阵不等式知识, 在只要求系统本身所固有的系数是负定矩阵的条件下, 给出了所研究的分布参数系统镇定的充分条件. 当模型中时滞为常时滞时, 所得的充分条件与时滞无关; 当模型中时滞为变时滞时, 所得模型的镇定准则依赖于时滞. 此外, 该方法一个显著优点是所获得的条件容易检验, 因而易于应用.

关键词: 控制系统; 时滞; 分布参数; 镇定; 线性矩阵不等式
中图分类号: O175　　**文献标识码**: A

LMI-based approach for stabilization of distributed parameter control systems with delay

LUO Yi-ping[1,2], *DENG Fei-qi*[1], *LIU Guo-rong*[2]
(1. Institute of System Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. Department of Mathematics-physics, College of Hunan Engineering, Xiangtan 411101, China. Correspondent: LUO Yi-ping, E-mail: lyp8688@sohu.com)

Abstract: A method is proposed for the distributed parameter control systems with constant delays or time-varying delays. By constructing even type Lyapunov functions, and employing matrix inequality and LMI, a number of sufficient conditions for these types of stabilization are derived. For the case of constant time delays, the stabilization criteria are delay-independent; for the case of time-varying delays, the stabilization criteria are delay-dependent. In addition, the distinct advantage of the method is that the criteria are easy to be checked, and can be applied to practice easily.

Key words: control systems; delay; distributed parameter; stabilization; LMI

1 引　言

分布参数系统控制模型在热加工过程[1]和人口迁徙[2]等领域有着重要的应用. 目前, 对分布参数系统的控制主要采用变结构控制[1~12], 但变结构控制存在抖动现象. 另外, 利用变结构控制理论所设计的控制器主要是以算子半群理论[1~7]或矩阵范数理论为工具设计的[8~12]. 而文献[8]指出, 以半群算子理论为工具设计的控制器给实际应用带来一定的困难, 因为所要求的算子的紧性、可逆性和可交换性难以验证; 另一方面, 以矩阵范数理论为工具设计的变结构控制器在实际应用中存在操作上的困难. 因此对分布参数系统寻找一种实用有效的方法一直是控制界的热门课题.

本文给出一种比较实用的判定分布参数控制系统能稳性的方法. 通过选择一种Lyapunov函数, 在选择线性状态反馈控制器的情形下, 利用LMI方法, 运用矩阵不等式知识, 在仅需要系统本身所给的参数是一个负定矩阵的条件下, 证明了常时滞分布参数系统、变时滞分布参数系统以及多个变时滞参数系统是能稳的.

收稿日期: 2004-08-12; **修回日期**: 2004-10-15.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60374023); 广东省自然科学基金项目(011629); 湖南省教育厅重点项目.
作者简介: 罗毅平(1966—), 男, 湖南衡阳人, 博士生, 从事分布参数系统控制的研究; 邓飞其(1962—), 男, 湖南益阳人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的控制等研究.

2 问题的描述

考虑下列具多个变时滞的分布参数系统:

$$\frac{\partial w_i(x,t)}{\partial t}=D\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial^2 w_i(x,t)}{\partial x_l^2}+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^0 w_j(x,t)+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}w_j(x,t-\tau)+\sum_{j=1}^{n}b_{ij}u_j(x,t),$$
$$i=1,2,\cdots,n. \tag{1}$$

写成矩阵形式即为

$$\frac{\partial W}{\partial t}=D\Delta W(x,t)+A_0W(x,t)+AW(x,t-\tau)+Bu(x,t). \tag{2}$$

其中: $(x,t)\in\Omega\times R_+$, $D>0$ 和 $\tau>0$ 均为常数; $A_0=(a_{ij}^0)$, $A=(a_{ij})$, $B=(b_{ij})$ 为具有相应阶的常数矩阵; $\Omega=\{x,\|x\|<l<+\infty\}\subset R^m$ 为具有光滑边界 $\partial\Omega$ 的有界区域, 且 $\mathrm{mes}\,\Omega>0$; 状态函数 $W(x,t)=\mathrm{col}(w_1(x,t),w_2(x,t),\cdots,w_n(x,t))\in R^n$; $\Delta=\sum_{k=1}^{m}\frac{\partial^2}{\partial x_k^2}$ 为 Ω 上的 Laplace 扩散算子. 其初始边值条件满足

$$W(x,t)=0,\ (x,t)\in\partial\Omega\times[-\tau,+\infty); \tag{3}$$

或

$$W(x,t)=\varphi(x,t),\ (x,t)\in\Omega\times[-\tau,0]; \tag{4}$$

$$\frac{\partial W(x,t)}{\partial n}=0,\ (x,t)\in\partial\Omega\times[-\tau,+\infty). \tag{5}$$

其中: n 为 $\partial\Omega$ 的单位外法向量, $\varphi(x,t)$ 为适当光滑的函数.

3 主要结果

为得到本文结论, 首先给出一些引理.

引理 1[13] 线性矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} Q(x) & S(x)\\ S^{\mathrm T}(x) & R(x)\end{bmatrix}>0 \tag{6}$$

等价于

$$R(x)>0,\ Q(x)-S(x)R^{-1}(x)S^{\mathrm T}(x)>0. \tag{7}$$

其中: $Q(x)=Q^{\mathrm T}(x)$, $R(x)=R^{\mathrm T}(x)$, $S(x)$ 关于 x 是仿射的.

引理 2[14] 设 U_1,U_2,U_3 是一定维数的实矩阵, 且有 $U_3=U_3^{\mathrm T}>0$, 则对任给标量 $\beta>0$, 都有下列不等式成立:

$$U_2^{\mathrm T}U_1+U_1^{\mathrm T}U_2\le\beta^{-1}U_1^{\mathrm T}U_3^{-1}U_1+\beta U_2^{\mathrm T}U_3U_2. \tag{8}$$

在本文中, 设反馈控制器为

$$u(t)=Kx(t). \tag{9}$$

为了方便, 本文将 $u(x,t)$ 简写成 u.

定理 1 如果存在矩阵 K, 正定矩阵 P 及标量 $\beta>0$, 对于给定的 A_0,A,B, 使得 LMI

$$\begin{bmatrix} A_0+A_0^{\mathrm T}+BK+K^{\mathrm T}B^{\mathrm T}+\beta P & A\\ A^{\mathrm T} & -\beta P\end{bmatrix}<0 \tag{10}$$

成立, 则系统(2) 在(9) 的作用下是渐近稳定的.

证明 构造 Lyapunov 函数

$$V(t,W(x,t))=\int_\Omega W^{\mathrm T}(x,t)W(x,t)\,\mathrm dx+\beta\int_\Omega\int_{-\tau}^{0}W^{\mathrm T}(x,\theta)PW(x,\theta)\,\mathrm d\theta\,\mathrm dx. \tag{11}$$

其中: P 是正定矩阵, 且 $P^{\mathrm T}=P$; $\beta>0$. 显然该函数是正定的. 对 $V(t,W(x,t))$ 沿式(2) 求导得

$$\begin{aligned}\dot V={}&2D\int_\Omega W^{\mathrm T}\Delta W\,\mathrm dx+\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)(A_0+A_0^{\mathrm T}+\beta P)W(t,x)\,\mathrm dx+\\&\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)AW(t-\tau,x)\,\mathrm dx+\int_\Omega[W^{\mathrm T}(t-\tau,x)A^{\mathrm T}W(t,x)+\\&W^{\mathrm T}(t,x)(BK+K^{\mathrm T}B^{\mathrm T})W(t,x)-\beta W^{\mathrm T}(t-\tau,x)PW(t-\tau,x)]\,\mathrm dx.\end{aligned} \tag{12}$$

利用引理 2 可得

$$\begin{aligned}&\int_\Omega(W^{\mathrm T}(x,t)AW(x,t-\tau)+W^{\mathrm T}(x,t-\tau)A^{\mathrm T}W(t,x))\,\mathrm dx\le\\&\int_\Omega\frac{1}{\beta}W^{\mathrm T}(t,x)AP^{-1}A^{\mathrm T}W(t,x)\,\mathrm dx+\beta\int_\Omega W^{\mathrm T}(t-\tau,x)PW(t-\tau,x)\,\mathrm dx.\end{aligned} \tag{13}$$

又利用边值条件与分部积分可算得

$$\int_\Omega W^{\mathrm T}\Delta W\,\mathrm dx=\sum_{i=1}^{n}\int_\Omega w_i(t,x)\Delta w_i(t,x)\,\mathrm dx=-\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega\left(\frac{\partial w_i}{\partial x_k}\right)\mathrm dx. \tag{14}$$

由式(12) ～ (14) 及已知条件得

$$\begin{aligned}\dot V\le{}&-\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega\left(\frac{\partial w_i}{\partial x_k}\right)\mathrm dx+\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)(A_0+A_0^{\mathrm T}+\beta P)W(t,x)\,\mathrm dx+\\&\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)(BK+K^{\mathrm T}B^{\mathrm T})W(t,x)\,\mathrm dx+\frac{1}{\beta}\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)AP^{-1}A^{\mathrm T}W(t,x)\,\mathrm dx\le\\&\int_\Omega W^{\mathrm T}(t,x)\Big(A_0+A_0^{\mathrm T}+BK+K^{\mathrm T}B^{\mathrm T}+\frac{1}{\beta}AP^{-1}A^{\mathrm T}+\beta P\Big)W(t,x)\,\mathrm dx<0.\end{aligned} \tag{15}$$

于是定理得证. □

推论 1　对定理 1, 特别地, 当 B 与矩阵 A 具有相同维数时, 取 $K = -I$, 若存在 $\beta > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} A_0 + A_0^{\mathrm{T}} - B - B^{\mathrm{T}} + \beta P & A \\ A^{\mathrm{T}} & -\beta P \end{bmatrix} < 0 \tag{16}$$

成立, 则系统(2) 在(9) 的作用下是渐近稳定的. 其中 P 是正定的, $P^{\mathrm{T}} = P$.

定理 2　如果存在矩阵 K, 正定对称矩阵 P 及标量 $\beta > 0$, 对于给定的 A_0, A, B, 使得LMI

$$\begin{bmatrix} A_0^{\mathrm{T}} P + PA_0 + \beta P + P & K^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} & PA \\ BK & -P^{-1} & 0 \\ A^{\mathrm{T}} P & 0 & -\beta P \end{bmatrix} < 0 \tag{17}$$

成立, 则系统(2) 在(9) 的作用下是渐近稳定的.

证明　取Lyapunov 函数

$$V(t, W(x,t)) = \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(x,t) P W(x,t)\,\mathrm{d}x + \beta \int_\Omega \int_{t-\tau}^{t} W^{\mathrm{T}}(x,\theta) P W(x,\theta)\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}x, \tag{18}$$

其中: P 是正定矩阵, 且 $P^{\mathrm{T}} = P$, $\beta > 0$. 显然 $V(t, W)$ 是正定函数.

$$\begin{aligned} \dot V = {} & 2D\int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t,x) P(\Delta W)\,\mathrm{d}x + \\ & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t-\tau,x) A^{\mathrm{T}} P W(t,x)\,\mathrm{d}x + \\ & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t,x) PAW(t-\tau,x)\,\mathrm{d}x - \\ & \beta\int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t-\tau,x) PW(t-\tau,x)\,\mathrm{d}x + \\ & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t,x)(A_0^{\mathrm{T}} P + PA_0^{\mathrm{T}} + \beta P) W(t,x)\,\mathrm{d}x + \\ & \int_\Omega (W^{\mathrm{T}}(x,t) PBu + u^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} PW(x,t))\,\mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{19}$$

又 $W^{\mathrm{T}}(x,t) PBu + u^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} PW(x,t) \le$

$$\begin{aligned} & -[P^{1/2}Bu - P^{1/2}W(x,t)]^{\mathrm{T}}[P^{1/2}Bu - P^{1/2}W(x,t)] + u^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} PBu + \\ & W^{\mathrm{T}}(x,t) PW(x,t), \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t,x) P \Delta W(t,x) = \\ & \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega w_j p_{ij} \frac{\partial}{\partial x_k}\Big(\frac{\partial w_i}{\partial x_k}\Big)\mathrm{d}x = \\ & -\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega \Big(\frac{\partial W}{\partial x_k}\Big)^{\mathrm{T}} P \Big(\frac{\partial W}{\partial x_k}\Big) > 0. \end{aligned} \tag{21}$$

利用引理 2 可算得

$$\begin{aligned} & \int_\Omega [W^{\mathrm{T}}(t-\tau,x) A^{\mathrm{T}} PW(t,x) + \\ & W^{\mathrm{T}}(t,x) PAW(t-\tau,x)]\,\mathrm{d}x \le \\ & \int_\Omega \Big[\frac{1}{\beta} W^{\mathrm{T}}(t,x) PAP^{-1}A^{\mathrm{T}} PW + \\ & \beta W^{\mathrm{T}}(t-\tau,x) PW(t-\tau,x)\Big]\mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{22}$$

由式(19)～(22) 及条件(17) 得

$$\begin{aligned} \dot V \le & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(t,x)\Big(A_0^{\mathrm{T}} P + PA_0 + \beta P + K^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} PBK + \\ & P + \frac{1}{\beta} PAP^{-1}A^{\mathrm{T}} P\Big) W(t,x)\,\mathrm{d}x < 0. \end{aligned} \tag{23}$$

于是定理 2 得证. □

下面进一步考虑多时滞的分布控制系统的能稳性问题. 考虑系统

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} = {} & D\Delta W(x,t) + A_0 W(x,t) + \\ & \sum_{q=1}^{z} A_q W(x, t-\tau_q) + Bu. \end{aligned} \tag{24}$$

定理 3　如果存在矩阵 K, 正定矩阵 P_q 及标量 $\beta_q > 0\ (q = 1, 2, \cdots, z)$, 使得LMI

$$\begin{bmatrix} \Big(A_0 + A_0^{\mathrm{T}} + BK + K^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} + \sum\limits_{q=1}^{z} \beta_q P_q\Big) & A_1 & \cdots & A_z \\ A_1^{\mathrm{T}} & -\beta_1 P_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ A_z^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -\beta_z P_z \end{bmatrix} < 0 \tag{25}$$

成立, 则系统(24) 在(9) 的作用下是渐近稳定的.

证明　取正定函数

$$\begin{aligned} V(t, W(x,t)) = {} & \int_\Omega W^{\mathrm{T}}(x,t) W(x,t)\,\mathrm{d}x + \\ & \sum_{q=1}^{z} \beta_q \int_\Omega \int_{t-\tau_q}^{t} W^{\mathrm{T}}(x,\theta) P_q W(x,\theta)\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}x, \end{aligned} \tag{26}$$

其中: $\beta_q > 0$, $q = 1, 2, \cdots, n$; 矩阵 $P_q\ (q = 1, 2, \cdots, n)$ 正定, 且 $P_q^{\mathrm{T}} = P_q$.

类似于定理 1 的证明, 可证得定理 3 成立. □

对于变时滞分布参数控制系统的闭环系统的稳定性, 也有类似的结果. 考虑系统

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} = {} & D\Delta W(x,t) + A_0 W(x,t) + \\ & AW(x, t-\tau(t)) + Bu(x,t), \end{aligned} \tag{27}$$

其中: $\tau(t)$ 是可微的, 且是非负的有界函数, $0 \le \tau(t) \le \tau$.

定理 4　假设 $\tau(t)$ 满足 $\dot\tau(t) \le \eta < 1$, 且存在矩阵 K, 正定矩阵 P 及标量 β, 对于给定的 A_0, A, B, 使得LMI

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} A_0 + A_0^{\mathrm{T}} + BK + \\ K^{\mathrm{T}} B^{\mathrm{T}} + \beta P \end{pmatrix} & A \\ A^{\mathrm{T}} & -\beta(1 - \dot\tau(t)) P \end{bmatrix} < 0 \tag{28}$$

成立, 则系统(29) 在反馈作用(9) 之下是渐近稳定的.

证明 取正定函数

$$V(t, W(x, t)) = \int_{\Omega} W^{\mathrm{T}}(x, t) W(x, t) \mathrm{d}x + \beta \int_{\Omega} \int_{t-\tau(t)}^{t} W^{\mathrm{T}}(x, \theta) P W(x, \theta) \mathrm{d}\theta \mathrm{d}x, \tag{29}$$

其中: P 为正定矩阵, 且 $P^{\mathrm{T}} = P$; $\beta > 0$. 类似于定理 1 的证明, 可证得定理 4 成立. □

下面再研究具多个变时滞分布参数控制系统的镇定问题. 考虑系统

$$\frac{\partial W}{\partial t} = D \Delta W(x, t) + A_0 W(x, t) + \sum_{q=1}^{z} A_q W(x, t - \tau_q(t)) + B u, \tag{30}$$

其中: $\tau_q(t)$ 是可微的, 且是非负的有界函数, $0 \leq \tau_q(t) \leq \tau_q$, $q = 1, 2, \cdots, z$.

类似于定理 1 的证明, 有如下定理:

定理 5 假设 $\tau_q(t)$ 满足 $\dot{\tau}_q(t) \leq \eta_q < 1$ $(q = 1, \cdots, z)$, 若存在正定矩阵 P_q $(q = 1, 2, \cdots, z)$, 使得 LMI

$$\begin{bmatrix} A_0 + A_0^{\mathrm{T}} + BK + K^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}} + \sum_{q=1}^{z} \beta_q P_q & A_1 & \cdots & A_z \\ A_1^{\mathrm{T}} & -\beta_1(1 - \dot{\tau}_1(t)) P_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & \ddots & 0 \\ A_z^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & -\beta_z(1 - \dot{\tau}_z(t)) P_z \end{bmatrix} < 0 \tag{31}$$

成立, 则系统(30) 在反馈作用(9) 之下是渐近稳定的.

4 矩阵 K 与参数 β 的确定

对于上面所给的定理, 我们是先选定参数 β 和正定矩阵 P, 再利用 Matlab 的 LMI 工具箱来确定反馈矩阵 K. 然而当反馈矩阵 K 给定后, 参数 β 是否可任意选取, 使得所给的系统仍是镇定的呢? 显然不是. 下面给出一种确定参数 β 取值范围的方法. 这里只给出定理 1 中参数 β 的确定方法, 其余的可类似得出.

基于定理 1, 确定使系统(2) 镇定的 β 的上界可通过求解下列最优化问题得到:

$$\text{Opt: } \max \beta, \quad \text{满足 } P > 0 \text{ 和式(10)}.$$

这是一个拟凸最优问题, 可利用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱进行求解. 设求出来的最优值为 $\overline{\beta} > 0$, 则对于式(10), 当 $\beta \leq \overline{\beta}$ 时, 系统(2) 是镇定的.

特别地, 对于推论 1, 当求得的参数 β 最大值大于 0 时, 则选取这种反馈控制是可行的.

5 举 例

为简便起见, 对于模型(1) 给出一个二维例子, $m = n = 2$. 其中

$$A_0 = \begin{bmatrix} -2 & 0.7 \\ 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & -0.1 \\ 3 & -0.3 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

取 $P = I$, $K = -I$, $\beta = 1$. 利用推论 1 立即可知系统(1) 是稳定的. 显然, 该模型不能用文献[4～12] 的方法判定, 这些方法过于复杂.

6 结 语

本文利用 Lyapunov 函数, 结合 LMI 和矩阵不等式知识得到了常时滞分布参数系统、变时滞分布参数系统, 以及具多个变时滞的分布参数系统镇定的充分条件. 该方法的最大优点是选取了较好的 Lyapunov 函数, 即构造了一个关于空间变量平均的 Lyapunov 函数. 这样, 在对所构造的 Lyapunov 函数沿所给的分布参数系统进行求导时, 通过适当的技术处理, 可以将分布参数系统中的偏微分项去掉, 从而有效地降低了分布参数控制系统的处理难度. 本文所得结果很容易被检验, 所以为分布参数控制的设计提供了很好的理论依据.

参考文献(References)

[1] Orlov Y V, Utkin V I. Sliding mode control in indefinite-dimensional systems[J]. *Automatica*, 1987, 23(6): 753-757.

[2] Hernan R Henriquez. Stabilization of hereditary distribution parameter control systems[J]. *Systems and Control Letters*, 2001, 44(1): 35-43.

[3] Boubaker O, Babary J P, Ksouri M. MIMO sliding model control of a distributed parameter denitrifying biofilter[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2001, 25(8): 671-682.

[4] Hanczyc E M, Palazodlu A. Sliding mode control of nonlinear distributed parameter chemical processes[J]. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 1995, 34(2): 557-566.

[5] Hanczyc E M, Palazodlu A. Use of symmetry groups in sliding mode control of nonlinear distributed parameter systems[J]. *Int J of Control*, 1996, 63(6): 1116-1149.

[6] Cao W, Huang J C. Variable structure control of nonlinear systems: A new approach[J]. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1993, 40(1): 45-55.

(下转第 633 页)

$= G_5 = \sqrt{0.2}$. 用Matlab软件的LMI工具箱求得控制器为

$$u(t) = [K + \Delta K]x(t),$$

其中

$$K = [-18.8360 \quad -9.2584],$$
$$\Delta K = D_5F_5G_5K, F_5^TF_5 \leq I.$$

5　结　　语

本文研究了一类不确定时滞广义系统的鲁棒非脆弱H_∞控制问题. 该问题通过对系统进行广义二次能稳定且具有H_∞范数界γ的研究而得到解决. 利用LMI方法, 分别对控制器增益具有加法式摄动和乘法式摄动两种情形, 设计了满足要求的鲁棒非脆弱H_∞状态反馈控制器. 因采用的是LMI方法, 参数无需预取便可利用LMI工具箱获得解, 故具有设计简单的优点.

参考文献(References)

[1] 刘永清, 谢湘生. *大型动力系统的理论与应用——卷8: 滞后广义系统的稳定镇定与控制*[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.
(Liu Y Q, Xie X S. *Theory and application of large-scale dynamic systems (8): Stability stabilization and control for singular large-scale systems with delay*[M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 1998.)

[2] Xu S Y, Dooren P V, Stefan R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1122-1128.

[3] Zhou S S, Li H L, Feng C B. H_∞ suboptimal control for a class of singular systems with time-delay: An LMI approach[J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(3): 324-328.

[4] 冯俊娥, 程兆林. 线性广义时滞系统的H_∞状态反馈控制器[J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 159-163.
(Feng J E, Cheng Z L. H_∞ state feedback control for linear singular systems with time-delay in state[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 159-163.)

[5] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile, or optimal? [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098-1105.

[6] Yang G H, Wang J L, Lin C. H_∞ control for linear systems with additive controller gain variation[J]. *Int J Control*, 2000, 73(16): 1500-1506.

[7] Fanularo D, Dorato P, Abdallah C T, et al. Robust non-fragile LQ controllers: The static state feedback case[J]. *Int J Control*, 2000, 73(2): 159-165.

[8] 王武, 杨富文. 不确定时滞系统的时滞依赖鲁棒非脆弱H_∞控制[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(3): 473-476.
(Wang W, Yang F W. Delay-dependent robust and non-fragile H_∞ control for linear time-delay systems with uncertainties[J]. *Control Theory and Applications*, 2003, 20(3): 473-476.)

[9] Dai L. *Singular control systems*[M]. Berlin: Springer-Vertag, 1989.

[10] Khargonekar P P, Petersen I R, Zhou K. Robust stabilization of uncertain systems and H_∞ optimal control[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(3): 351-361.

(上接第628页)

[7] Olfa Boubaker, Jean-Pierre Babary. On SISO and MIMO variable structure control of nonlinear distributed parameter systems: Application to fixed bed reactors[J]. *J of Process Control*, 2003, 13(8): 729-737.

[8] 胡跃明, 周其节. *分布参数变结构控制系统*[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.

[9] 刘永清, 谢胜利. *滞后分布参数系统的稳定性与变结构控制*[M]. 广州: 华南理工大学出版社, 1998.

[10] 谢胜利, 谢振东, 刘永清, 等. 滞后抛物型控制系统的变结构控制[J]. *控制与决策*, 1997, 12(3): 247-251.
(Xie S L, Xie Z D, Liu Y Q, et al. Variable structure control of parabolic type control system with delay[J]. *Control and Decision*, 1997, 12(3): 247-251.)

[11] 谢振东, 谢胜利, 刘永清. 滞后关联分布参数系统的分散变结构控制[J]. *自动化学报*, 1999, 25(6): 805-810.
(Xie Z D, Xie S L, Liu Y Q. Design of decentralized variable structure controller of large-scale distributed parameter system with delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(6): 805-810.)

[12] 崔宝同, 邓飞其, 王伟, 等. 时滞分布参数系统的指数渐近稳定性[J]. *系统工程与电子技术*, 2003, 25(5): 579-583.
(Cui B T, Deng F Q, Wang W, et al. Exponential asymptotical stability for distributed parameter systems with time delays[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2003, 25(5): 579-583.)

[13] Boyd S, Ghaoui L El, Feron E, et al. *Linear matrix inequalities in system and control theory* [M]. Philadephia: SIAM, 1994.

[14] Sanchez E N, Perez J P. Input-to-state stability analysis for dynamic NN [J]. *IEEE Trans on Circuits System - I*, 1999, 46(11): 1395-1398.

[15] 廖晓昕. *动力系统的稳定性理论和应用*[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.