

文章编号: 1001-0920(2005)07-0807-04

一类非线性系统的扩展状态空间预测控制

张日东^{1a}, 王树青^{1b}, 李平²

(1. 浙江大学 a 工业控制技术国家重点实验室, b 先进控制技术研究所,
杭州 310027; 2 辽宁石油化工大学 信息工程学院, 辽宁 抚顺 113001)

摘要: 针对一类具有输出反馈耦合的离散非线性系统, 将过程模型表示为扩展状态空间模型, 并利用反馈回路非线性函数在参考轨迹附近的局部线性表示, 导出一种具有类似离散 PI 最优调节器结构并具有未来 P 步设定值前馈控制的新型预测控制器。因其目标函数中考虑了系统状态的变化, 所以控制效果要优于仅考虑预测输出误差的情况。仿真结果表明了它的有效性。

关键词: 非线性系统; 扩展状态空间模型; 预测控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Extended State Space Predictive Control for a Class of Nonlinear Systems

ZHANG Ri-dong^{1a}, WANG Shu-qing^{1b}, LI Ping²

(1a Institute of Advanced Process Control, 1b National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China; 2 Information Engineering School, Liaoning University of Petroleum and Chemical Technology, Fushun 113001, China Correspondent: ZHANG Ri-dong, Email: zrd-el@163.com)

Abstract: An extended state space predictive control method for a class of discrete nonlinear systems is presented by extending the nonlinear model and by using the local linearization of nonlinear function along the reference trajectory. The structure of this method is similar to classic PI optimal controller and possesses a feed-forward control of future P-step setpoints. It considers both the state variations and the output errors in the cost function and thus is superior to methods which only consider output errors. Simulation results show its efficiency.

Key words: Nonlinear systems; Extended state space model; Predictive control

1 引言

模型预测控制(MPC)^[1~4]在最近十多年来受到了广泛的关注,并在工业过程控制中得到了大量的应用。其中具有代表性的预测控制算法之一是广义预测控制(GPC)^[1,2],它是基于一个离散的输入输出线性模型。然而,采用状态空间模型能方便地描述系统的内部状态,并在控制器设计时可以有效地利用这些状态信息,如进行状态反馈,考虑状态约束等。如果状态变量代表了具有一定意义的变量,则对他们未来变化趋势预报还可以给出重要的过程信息。因此,采用状态空间模型开发预测控制算法已引起一些学者的兴趣^[5~8]。但目前的状态空间预测控制

算法大多针对线性系统并采用输入输出型目标函数,未能充分利用状态空间设计的优点。

对于非线性系统,由于其非线性的复杂性和多样性,很难给出通用的非线性状态空间预测控制方法,大部分预测控制算法都是针对特定的非线性系统来展开。在实际工业过程中存在一类具有输出反馈耦合的离散非线性惯性系统^[9],对这类系统通常采用的控制方法是经典的离散 PI 最优控制。但是,由于没有考虑非线性的影响,在需要高精度控制时,控制效果并不令人满意。文献[9]针对这种情况给出了一种预测控制策略,虽克服了非线性的影响,但未能有效地考虑系统内部物理状态的信息;文献[10]

收稿日期: 2004-08-23; 修回日期: 2004-10-25

作者简介: 张日东(1977—),男,辽宁葫芦岛人,博士生,从事预测控制、自适应控制等研究; 王树青(1939—),男,浙江仙居人,教授,博士生导师,从事工业生产过程模型化与优化控制、先进控制等研究。

给出了一种扩展方法,充分利用了内部物理变量信息,但仅局限于系统是线性情形

本文针对文献[9]中的一类非线性系统,将其反馈耦合部分在当前的参考轨迹处线性泰勒展开,并基于一个比较通用的目标函数以考虑中间状态信息.本文将文献[10]的方法推广到了非线性的情况,控制器结构类似于经典离散PI最优调节器,并给出了增量算式和位置算式.仿真实例表明该方法优于文献[9]的方法,适合工程应用

2 非线性系统的模型及其表示

考虑以下被控系统:

$$\begin{aligned} \bar{x}(k+1) &= \\ \bar{A}\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + KNL(y(k)), \\ y(k) &= \bar{c}\bar{x}(k). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: k, u, y, NL 分别表示离散时刻、控制变量、输出变量和非线性函数; $\bar{x}(k) = [\bar{x}_1(k), \dots, \bar{x}_n(k)]^T$ 为 k 时刻的 $n \times 1$ 维状态向量, \bar{A} 是 $n \times n$ 维系统参数矩阵, \bar{B} 是 $n \times 1$ 维控制系数向量, K 是 $n \times 1$ 维非线性耦合向量, \bar{c} 是 $1 \times n$ 维观测系数向量, d 是纯滞后

电力传动过程中的一类惯性系统通常可以描述成式(1)的形式^[9],非线性部分是系统的吸附滑动摩擦特性,通常表现为 $NL(y(k)) = \arctan(ay(k))$,其中 a 为一常数

为进行预测控制,将式(1)在已知的参考轨迹 $r(k)$ 处做泰勒展开^[9],得

$$\begin{aligned} NL(y(k)) & \\ NL(r(k)) + \left. \frac{dNL}{dy} \right|_{y=r(k)} (y(k) - r(k)) &= \\ NL(r(k)) + \left. \frac{dNL}{dy} \right|_{y=r(k)} (\bar{c}\bar{x}(k) - r(k)). \end{aligned} \quad (2)$$

从而得到线性化近似时变模型

$$\bar{x}(k+1) = \bar{A}(k)\bar{x}(k) + \bar{B}u(k-d) + Kv(k). \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{A}(k) &= \bar{A} + Kc \left. \frac{dNL}{dy} \right|_{y=r(k)}, \\ v(k) &= NL(r(k)) - r(k) \left. \frac{dNL}{dy} \right|_{y=r(k)}. \end{aligned} \quad (4)$$

输出方程不变,当系统输出沿参考轨迹变化时,非线性相当于一个时变的扰动 $v(k)$,这种线性化的方式设计的控制器驱动系统使其输出在参考轨迹附近改变而不允许大的变化

对模型(3)扩展状态空间^[10],将 $u(k-1), \dots, u(k-d)$ 都取为状态变量,只将 $u(k)$ 作为输入,得

$$x(k+1) = A(k)x(k) + Bu(k) + Kv(k),$$

$$y(k) = cx(k). \quad (5)$$

式中

$$\begin{aligned} A(k) &= \begin{bmatrix} \bar{A}(k) & \bar{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & 0 & \dots & 0 & & 1 \\ \mathbf{0} & 0 & & \dots & & 0 \end{bmatrix}, \\ x(k) &= [\bar{x}(k)^T, u(k-d), \\ & \quad u(k-d+1), \dots, u(k-1)]^T, \\ B &= [Q^T, 0, \dots, 0, 1]^T, \\ K &= [K^T, 0, \dots, 0, 0]^T, \\ c &= [\bar{c}, 0, 0, \dots, 0] \end{aligned} \quad (6)$$

其中: \bar{O} 为 $1 \times n$ 维零向量, $\mathbf{0}$ 为 $n \times 1$ 维零向量

对式(5)两边取一阶向后差分,得

$$\Delta x(k+1) = A(k)\Delta x(k) + B\Delta u(k) + K\Delta v(k). \quad (7)$$

设期望输出为 $r(k)$,定义输出误差

$$e(k) = y(k) - r(k). \quad (8)$$

由于在每一个 k 时刻 $v(k)$ 为某固定的常数,有 $\Delta v(k) = 0$,又根据式(5)可得

$$\begin{aligned} e(k+1) &= e(k) + cA(k)\Delta x(k) + \\ & \quad cB\Delta u(k) - \Delta r(k+1). \end{aligned} \quad (9)$$

定义

$$z(k) = \begin{bmatrix} e(k) \\ \Delta x(k) \end{bmatrix} \quad (10)$$

为新的状态变量,将式(7)和(9)构成一个新的系统

$$\begin{aligned} z(k+1) &= \tilde{A}(k)z(k) + \tilde{B}\Delta u(k) + \\ & \quad \tilde{c}\Delta r(k+1). \end{aligned} \quad (11)$$

式中

$$\tilde{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & cA(k) \\ \tilde{O} & A(k) \end{bmatrix}, \tilde{B} = \begin{bmatrix} cB \\ B \end{bmatrix}, \tilde{c} = \begin{bmatrix} - & 1 \\ & \tilde{O} \end{bmatrix},$$

\tilde{O} 表示 $(n+d) \times 1$ 维零向量.式(11)即为受控过程的扩展状态空间模型

3 预测控制算法

3.1 目标函数

考虑以下有限时域滚动优化问题:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{j=1}^P z^T(k+j)Q_jz(k+j) + \\ & \quad \sum_{j=1}^M \lambda_j [\Delta u(k+j-1)]^2, \end{aligned} \quad (12)$$

未来控制约束为

$$\Delta u(k+j) = 0, \quad j = M. \quad (13)$$

其中: P 为优化时域长度, M 为控制时域长度, Q_j 为 $(n+d+1) \times (n+d+1)$ 维对称加权矩阵, λ_j 是控制量加权因子.一般地,有

$$Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, q_{j2}, \dots, q_{j(n+d+1)}, 0, \dots, 0\},$$

$$1 \leq j \leq P. \quad (14)$$

1) 一般取 $q_{j1} = 0$, 即目标函数中必须考虑输出误差的影响 状态变化率的影响则需根据需要调节加权因子 $q_{j2}, \dots, q_{j(n+1)}$.

2) 取 $Q_j = 0, j < N_p$, 表示优化时域的起始时刻为 $k + N_p$, 这样可以考虑纯滞后的影响 取 $N_p = P$ 时, 表示单点预测

3) 取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, 0\}$, 表示只对输出误差加权, 性能指标即退化为输入输出型

4) 通常情况, 系统的最后一个状态变量 \bar{x}_n 代表过程的输出变量 所以当取 $Q_j = \text{diag}\{q_{j1}, 0, \dots, q_{j(n+1)}, 0, \dots, 0\}$ 时表示不但对输出误差加权, 还对输出误差变化率加权 这时文献[9, 11] 的算法是本文的特例

3.2 状态预报与控制器设计

根据式(11) 可以得到未来预报的向量形式为

$$Z = Fz(k) + G\Delta U + S\Delta R. \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} Z &= [z(k+1), z(k+2), \dots, z(k+P)]^T, \\ \Delta U &= [\Delta u(k), \Delta u(k+1), \dots, \\ &\quad \Delta u(k+M-1)]^T, \\ \Delta R &= [\Delta r(k+1), \Delta r(k+2), \dots, \Delta r(k+P)]^T, \\ F &= [\tilde{A}(k)^T, \tilde{A}^2(k)^T, \dots, \tilde{A}^P(k)^T]^T, \\ G &= \begin{bmatrix} \tilde{B} & & & \mathbf{0} \\ \tilde{A}(k)\tilde{B} & \tilde{B} & & \tilde{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}^{p-1}(k)\tilde{B} & \tilde{A}^{p-2}(k)\tilde{B} & \dots & \tilde{A}^{p-M}(k)\tilde{B} \end{bmatrix}, \\ S &= \begin{bmatrix} \tilde{c} & & & \mathbf{0} \\ \tilde{A}(k)\tilde{c} & \tilde{c} & & \tilde{c} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{A}^{p-1}(k)\tilde{c} & \tilde{A}^{p-2}(k)\tilde{c} & \dots & \tilde{A}^{p-M}(k)\tilde{c} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (16)$$

取目标函数为

$$J = Z^T Q Z + \Delta U^T L \Delta U, \quad (17)$$

其中

$$\begin{aligned} Q &= \text{Block diag}\{Q_1, Q_2, \dots, Q_P\}, \\ L &= \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M\}. \end{aligned} \quad (18)$$

令 $\frac{\partial}{\partial \Delta U} = 0$, 得到最优控制律为

$$\Delta U = - (G^T Q G + L)^{-1} G^T Q [Fz(k) + S\Delta R] \quad (19)$$

采用滚动优化策略, 当前控制增量为

$$\Delta u(k) = - (1, 0, \dots, 0) \Delta U = - hz(k) - f\Delta R, \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned} h &= (1, 0, \dots, 0) (G^T Q G + L)^{-1} G^T Q F, \\ f &= (1, 0, \dots, 0) (G^T Q G + L)^{-1} G^T Q S. \end{aligned} \quad (21)$$

记 $h = (K_e, K_{x_1}, \dots, K_{x_n}, K_d, \dots, K_1)$,

$$f = (f_1, f_2, \dots, f_P). \quad (22)$$

由式(20) 及式(10) 可以得到

$$\begin{aligned} \Delta u(k) &= \\ &= - K_e e(k) - \sum_{j=1}^n K_{x_j} \Delta \bar{x}_j(k) - \\ &\quad \sum_{j=1}^d K_j \Delta u(k-j) - \sum_{j=1}^P f_j \Delta r(k+j). \end{aligned} \quad (23)$$

对上式两边求和并整理得

$$\begin{aligned} u(k) &= - K_e \sum_{j=0}^k e(j) - \sum_{j=1}^n K_{x_j} \bar{x}_j(k) - \\ &\quad \sum_{j=1}^d K_j u(k-j) - \sum_{j=1}^P f_j r(k+j). \end{aligned} \quad (24)$$

由式(24) 可见, 控制中包含了输出误差的积分、状态反馈、前 d 步控制的反馈和未来 P 步设定值的前馈 其中积分作用消除静差, 状态反馈和前 d 步控制的反馈改善系统的动态性能, 未来 P 步设定值的前馈改善系统的跟踪性能 它与经典的离散 PI 控制器类似, 但后者没有未来设定值的前馈作用

式(23) 为增量算式, 式(24) 为位置算式, 我们称为 NESSPC.

4 仿真研究

取文献[10] 中的模型, 原文没有考虑系统的非线性特性而假设该系统为典型的线性系统, 本文考虑了系统的非线性因素, 附加非线性反馈项(滑动摩擦特性) 作为研究对象, 其离散状态空间模型为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k+1) \\ \bar{x}_2(k+1) \end{bmatrix} &= \\ \begin{bmatrix} 1.1053 & 0 \\ -0.001 & 0.8186 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix} &+ \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0.0858 \end{bmatrix} u(k-2) - 2.3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \arctan(10y(k)), \\ y(k) = \bar{x}_2(k) &= [0 \ 1] \begin{bmatrix} \bar{x}_1(k) \\ \bar{x}_2(k) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (25)$$

4.1 加权的 NESSPC 与不加权的 NESSPC 比较

在引入模型误差的情况下进行仿真, 将最终的系统矩阵 $\bar{A}(k)$ 的元素 $\bar{A}(k)(2, 2)$ 改为 $\bar{A}(k)(2, 2) + 0.2$, 这将使过程时间常数和增益产生较大的变化

控制参数为 $M = 1, \lambda_1 = 0.001, P = 21, N_p = 3, Q_j = \{1, 0.2, 0, 0, 0\}$, 设定值 $y_s = 15$, 仿真结果如图 1 所示 同样条件下, 取 $Q_j = \{1, 0, 0, 0, 0\}$ 设计控制器, 仿真结果如图 2 所示, 这种方法即为文献[9, 11] 的方法 可见, 对状态变量加权, 改善了系统的动态性能, 增强了其鲁棒性, 控制作用也比不加权的情形平稳

4.2 未来设定值前馈的比较

控制参数同前 仿真结果见图3和图4,图中实线为设定值,虚线为系统输出 可以看到,未来设定值的前馈明显地改善了系统的跟踪性能

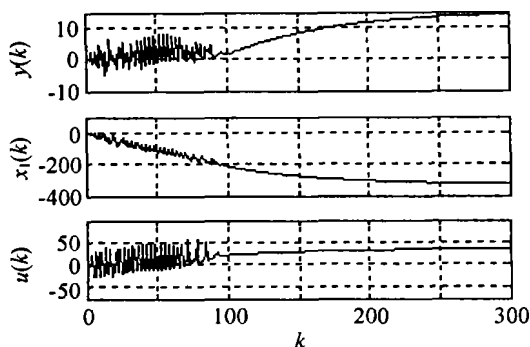


图1 加权的NESSPC仿真结果

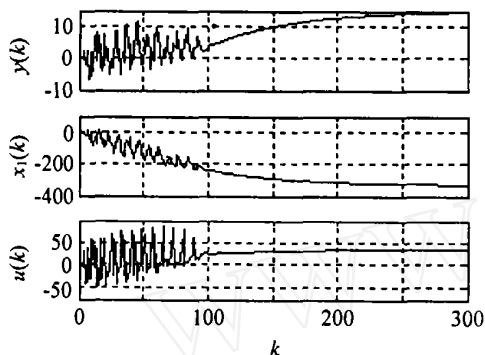


图2 不加权的NESSPC仿真结果

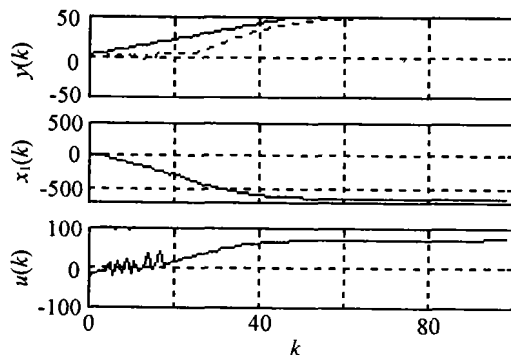


图3 考虑未来设定值前馈的NESSPC

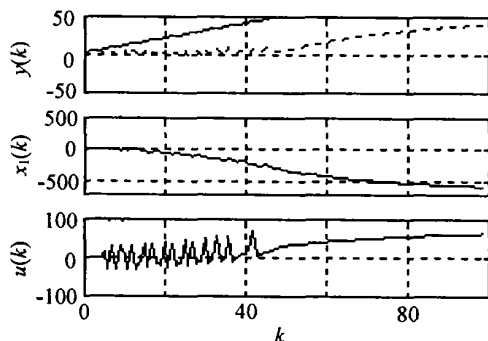


图4 不考虑未来设定值前馈的NESSPC

5 结 语

NESSPC 控制器能控制有纯滞后、开环不稳定并具有非最小相位特性的一类非线性系统 与基于输入输出模型的预测控制器或基于状态空间模型但目标函数仍是输入输出型的预测控制器相比具有更好的控制效果

参考文献 (References)

- [1] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized Predictive Control—Part I: The Basic Algorithm [J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 137-148
- [2] Clarke D W, Mohtadi C, Tuffs P S. Generalized Predictive Control—Part II: Extensions and Interpretations [J]. *Automatica*, 1987, 23(2): 149-160
- [3] Garcia C E, Prett D M, Morari M. Model Predictive Control: Theory and Practice—a Survey [J]. *Automatica*, 1989, 25(3): 335-348
- [4] Camacho E F, Bordons C. *Model Predictive Control* [M]. London, Berlin, New York: Springer Verlag, 1999
- [5] Kraus P, DaB K, Rake H. Model Based Predictive Controller with Kalman filtering for State Estimation [A]. *Advances in Model Based Predictive Control* [C]. Oxford University Press, 1994: 69-83
- [6] Balchen J G, Ljungquist D, Strand S. State-Space Predictive Control [J]. *Chemical Engineering Science*, 1992, 47(4): 787-807.
- [7] 袁璞, 左信, 郑海涛. 状态反馈预估控制 [J]. *自动化学报*, 1993, 19(5): 569-577.
(Yuan P, Zuo X, Zheng H T. State Variable Feedback Predictive Control [J]. *Acta automatica sinica*, 1993, 19(5): 569-577.)
- [8] Ricker N L. Model Predictive Control with State Estimation [J]. *Ind Eng Chem Res*, 1990, 29(3): 374-382
- [9] Rau M, Schroder D. Model Predictive Control with Nonlinear State Space Models [A]. *IEEE Int Workshop on Advanced Motion Control* [C]. Slovenia, 2002: 136-141.
- [10] 李平. 扩展状态空间预测控制 [J]. *石油化工高等学校学报* 1996, 9(4): 45-50
(Li P. Extended State Space Predictive Control [J]. *J of Petrochemical Universities of Sinopec*, 1996, 9(4): 45-50)
- [11] 陈增强, 车海平, 袁著祉. 具有比例积分结构的广义预测自校正控制器 [J]. *控制与决策*, 1994, 9(2): 105-110
(Cheng Z Q, Che H P, Yuan Z Z. A Generalized Predictive Self-tuning Controller with Proportion and Integration Structure [J]. *Control and Decision*, 1994, 9(2): 105-110)