文章编号: 1001-0920(2005)07-0759-05

磁悬浮系统的基于 RBF 网络的自适应反推控制

解学军[1], 白延宁[1], 张嗣瀛[2]
(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 针对一类磁悬浮系统, 研究了基于 RBF 网络的自适应反推控制器的设计和分析问题. 首先在较弱的条件下, 通过引入一监督控制, 保证了闭环系统的状态落入一紧集中; 然后通过 RBF 网络的逼近性质和反推设计技术, 给出了一种鲁棒自适应控制器的设计; 最后利用 Lyapunov 稳定性理论, 严格地分析了这种自适应控制系统的稳定性和跟踪性能.

关键词: 磁悬浮系统; 反推; RBF 网络; 自适应控制
中图分类号: TP273.2 **文献标识码**: A

Adaptive Backstepping Control Using RBF Networks for Magnetic Levitation Systems

XIE Xue-jun[1], *BAI Yan-ning*[1], *ZHANG Si-ying*[2]
(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu 273165, China; 2. Department of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: XIE Xue-jun, Email: xiexuejun@eyou.com)

Abstract: For a class of magnetic levitation systems, the problem of the design and analysis for adaptive backstepping controller based on RBF networks is studied. Firstly, under the weaker assumptions, the states of closed-loop system lying in a compact set is guaranteed by introducing a supervisory control. Then by the approximation property of RBF networks and backstepping design technique, the design of robust adaptive controller is given. By Lyapunov stability theory, the stability and tracking performance of the adaptive control system are analyzed rigorously.

Key words: Magnetic levitation systems; Backstepping; RBF networks; Adaptive control

1 引 言

磁悬浮系统广泛应用于不同的领域, 如磁浮列车, 金属板悬浮等[1]. 由于磁悬浮系统具有高度的非线性及开环不稳定性, 所以设计一高性能的反馈控制器来控制悬浮目标的位置是一件很有意义的工作.

当系统出现不确定参数时, 吸引类型磁悬浮系统的高性能引起了人们的极大关注. 为了得到控制系统的鲁棒性, 多数设计方法是使用滑模控制, 但该方法要求控制量较大, 易引起抖动等现象. 关于磁悬浮系统自适应控制方面的工作, 常规的自适应控制器的瞬时性能较差, 因此只有少量试验结果. 另外, 因存在各种缺陷, 其他的办法也不能取得令人满意的效果.

对于磁悬浮系统, 文献[1]提出了一种基于神经网络和反推设计技术的鲁棒自适应控制器的设计方法. 这种控制方案结合了鲁棒控制和自适应控制设计方法的优点, 克服了单独使用任一方法所引起的问题. 但在文献[1]中存在以下错误: 1) [1]的设计要先假设系统的状态落入一紧集, 然后再通过神经

收稿日期: 2004-09-01; **修回日期**: 2004-11-08.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60304003); 山东省中青年科学家科研奖励基金项目(03BS092); 山东省自然科学基金项目(Q2002G02).
作者简介: 解学军(1968—), 男, 山东青岛人, 教授, 博士生导师, 从事复杂系统的自适应控制研究; 张嗣瀛(1925—), 男, 山东章丘人, 中科院院士, 教授, 从事微分对策、复杂系统的结构和控制等研究.

网络能够逼近非线性系统这一性质去证明自适应系统的状态有界. 由于自适应控制系统是闭环系统, 系统的有界需要证明而不是事先假设, 从严格的数学角度来讲该假设是错误的; 2) [1]中 $x_2 \in L_\infty$ 的证明是错误的, 详细解释见注 4; 3) [1]中式(12)～(15)的推导没有考虑初值问题.

针对文献[1]的磁悬浮系统, 在很弱的条件下, 本文通过引入一监督控制, 首先保证了闭环系统的状态落入一紧集中; 然后通过 RBF 网络的逼近性质和反推设计技术给出了一种鲁棒自适应控制器的设计, 严格地分析了这种自适应控制系统的稳定性和跟踪性能.

2 问题的提出

考虑文献[1]给出的磁悬浮系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = g + \varphi(x_1)u^2, \\ y = x_1. \end{cases} \tag{2.1}$$

其中: $\varphi(x_1) = \dfrac{-Q}{2M(X_\infty + x_1)^2}$, u 为环流, x_1 是钢球垂直方向的距离, x_2 为钢球的速率, g 为未知的重力加速度, $Q > 0$ 及 $X_\infty > 0$ 是由系统特性决定的常值, M 为钢球的质量.

在实际应用中, 很难确定出非线性函数 $\varphi(x_1)$, 因此利用下面的 RBF 网络:

$$\varphi(x_1, \omega^*) = \sum_{n=1}^{N} \omega_n^* r(x_1 - p_n) \tag{2.2}$$

来逼近非线性函数. 其中: $\omega^* = [\omega_1^*, \omega_2^*, \cdots, \omega_N^*]^{\mathrm{T}}$ 为RBF 网络的权值, $r(x_1 - p_n) = \mathrm{e}^{\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1 - p_n}{\sigma}\right)^2\right]}$ 为高斯基函数, p_n 为第 n 个基函数的中心, σ 决定基函数的宽度.

本文的控制目标是: 首先给出基于 RBF 网络的自适应反推控制器的设计, 证明闭环系统的状态落入一紧集中; 然后给出闭环系统的稳定性分析和跟踪性能 $z_1 = y - y_r$ 分析, 其中 y_r 为参考信号, 要求其二阶导数存在, 且 $y_r^{(i)}$ 有界, $i = 0, 1, 2$.

下面给出本文用到的引理及所需的假设条件.

引理 1[3] 设 $r(\cdot)$ 是一有界的、非常量的、单调增加的连续函数, U 是 R^n 的一紧集, $\varphi(x_1)$ 是 U 上的一实值连续函数. 对于任意的 $\delta > 0$, 总存在正整数 N, p_n 和 ω_n^* $(n = 1, \cdots, N)$, 使得

$$\sup_{x_1 \in U} \left|\varphi(x_1, \omega^*) - \varphi(x_1)\right| \le \delta \tag{2.3}$$

注 1 引理 1 给出了RBF 网络能以任意精度逼近非线性函数的理论基础. 值得注意的是这个结论的前提要求是状态 x_1 必须落入一紧集中. 当 $x_1 \notin U$ 时, 不能保证建模误差 $\epsilon(x_1) = \varphi(x_1) - \varphi(x_1, \omega^*)$ 有界. 大量基于神经网络控制的文献事先要求 $x_1 \in U$, 并利用性质(2.3) 去设计控制器, 再证明 x_1 有界. 事实上, 由于控制系统是闭环的, $x_1 \in U$ 需要证明, 而不是事先假设, 从严格的数学角度来说这些文献的假设是错误的. 这正是本文研究的主要原因之一.

本文需用到以下假设条件:

假设 1 存在常数 $\overline{\omega}_n, \underline{\omega}_n$ $(n = 1, 2, \cdots, N)$, $\overline{g}, \underline{g}$ 及与状态 x_1 相关的界 $\underline{\varphi}(x_1), \overline{\varphi}(x_1)$ 满足

$$\underline{\omega}_n \le \omega_n \le \overline{\omega}_n < 0, \tag{2.4}$$

$$0 < \underline{g} \le g \le \overline{g}, \tag{2.5}$$

$$\underline{\varphi}(x_1) \le \varphi(x_1) \le \overline{\varphi}(x_1) < 0. \tag{2.6}$$

假设 2 存在一正态非线性函数 $\varphi_0(x_1)$ 作为先验信息, 即

$$\varphi_0(x_1) = \frac{-Q_0}{2M_0(X_{\infty 0} + x_1)^2}, \tag{2.7}$$

其中 $Q_0, M_0, X_{\infty 0}$ 为 Q, M, X_∞ 的标称值.

通过假设 2, RBF 网络的权值初始化为

$$\hat{\omega}_{n0} = \varphi_0(p_n), \quad n = 1, 2, \cdots, N, \tag{2.8}$$

这使得 $\hat{\varphi}(x_1, \hat{\omega}_0) \approx \varphi_0(x_1)$, 式中 $\hat{\varphi}(x_1, \hat{\omega}_0)$ 为形如(2.2) 的RBF 网络, $\hat{\omega}_0 = [\hat{\omega}_{10}, \cdots, \hat{\omega}_{N0}]^{\mathrm{T}}$.

注 2 假设 1 中加的条件 $\underline{\varphi}(x_1) \le \varphi(x_1) \le \overline{\varphi}(x_1) < 0$ 将用于控制器的设计. 由 $\varphi(x_1)$ 的表达式知 $\varphi(x_1) < 0$, 这里只要求 $\varphi(x_1)$ 的上下界已知, 这是一个很弱的条件, 其他条件同于文献[1].

3 基于 RBF 网络自适应反推控制器的设计

下面利用反推设计方法给出控制器的设计:

Step1 定义位置 x_1 及速率 x_2 的误差信号为

$$z_1 = x_1 - y_r, \tag{3.1}$$

$$z_2 = x_2 - \alpha_1, \tag{3.2}$$

其中 α_1 是待定的虚拟控制律. 由式(2.1) 和(3.2), 对式(3.1) 两边求导得

$$\dot{z}_1 = \alpha_1 + z_2 - \dot{y}_r. \tag{3.3}$$

选取

$$\alpha_1 = -c_1 z_1 + \dot{y}_r, \tag{3.4}$$

其中 $c_1 > 0$ 是设计参数. 将式(3.4) 代入式(3.3) 得方程的解为

$$z_1(t) = \mathrm{e}^{-c_1 t} z_1(0) + \int \mathrm{e}^{-c_1(t-\tau)} z_2(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{3.5}$$

显然

$$\left|z_1(t)\right| \le \mathrm{e}^{-c_1 t}\left|z_1(0)\right| + \frac{1}{c_1}\sup_{0 \le \tau \le t}\left|z_2(\tau)\right|, \quad \forall t \ge 0. \tag{3.6}$$

Step2 由式(2.1), (3.1), (3.2) 和(3.4) 得

$$\dot{z}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 =$$

$$c_1(x_2 - \dot{y}_r) - \ddot{y}_r + g + \varphi(x_1)u^2, \tag{3.7}$$

由于 $\varphi(x_1)$ 未知, 在设计控制律时用形如(2.2) 的

RBF 网络去替代. 控制律设计如下:

$$u^2 = u_c + u_s, \tag{3.8}$$

$$u_c = \frac{\alpha_2}{\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})},$$

$$\alpha_2 = -c_2 z_2 - c_1 x_2 + c_1 \dot{y}_r + \ddot{y}_r - \hat{g}_t. \tag{3.9}$$

其中: $c_2 > 0$ 为设计参数, u_c 为反馈控制律, u_s 为待取的监督控制律, $\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})$ 为形如(2.2) 的 RBF 网络, $\hat{\omega}$ 和 $\hat{g}_t$ 分别为网络权值 ω^* 和重力加速度 g 在 t 时刻的估计. 将式(3.8) 和(3.9) 代入式(3.7) 得

$$\begin{aligned}\dot{z}_2 = {} & -c_1(x_2 - \dot{y}_r) - \ddot{y}_r + g + (\Psi(x_1) - \\ & \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}))u_c + \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})u_c + \Psi(x_1)u_s = \\ & -c_2 z_2 + (g - \hat{g}_t) + (\Psi(x_1) - \\ & \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}))u_c + \Psi(x_1)u_s.\end{aligned} \tag{3.10}$$

定义 RBF 网络的逼近误差为

$$\epsilon(x_1) = \Psi(x_1) - \hat{\Psi}(x_1, \omega^*), \tag{3.11}$$

且令

$$\begin{aligned}\Phi_t^{\mathrm{T}} = {} & [r(x_1 - p_1), \cdots, r(x_1 - p_N)] = \\ & [\Psi_{1t}, \cdots, \Psi_{Nt}],\end{aligned} \tag{3.12}$$

将式(2.2), (3.11), (3.12) 代入式(3.10), 并整理得

$$\begin{aligned}\dot{z}_2 = {} & \\ & -c_2 z_2 + (g - \hat{g}_t) + (\Psi(x_1) - \hat{\Psi}(x_1, \omega^*))u_c + \\ & (\hat{\Psi}(x_1, \omega^*) - \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}))u_c + \Psi(x_1)u_s = \\ & -c_2 z_2 - \tilde{g}_t - u_c \Phi_t^{\mathrm{T}} \tilde{\omega} + \epsilon(x_1)u_c + \Psi(x_1)u_s.\end{aligned} \tag{3.13}$$

其中: $\tilde{\omega} = \hat{\omega} - \omega^* = [\hat{\omega}_{1t} - \omega_1^*, \cdots, \hat{\omega}_{Nt} - \omega_N^*]^{\mathrm{T}}$, $\tilde{g}_t = \hat{g}_t - g$ 为 t 时刻的参数估计误差. 选取自适应律为

$$\dot{\hat{g}}_t = \begin{cases} 0, & \hat{g}_t = \underline{g}, z_2 < 0; \\ 0, & \hat{g}_t = \overline{g}, z_2 > 0; \\ r_1 z_2, & \underline{g} < \hat{g}_t < \overline{g}; \end{cases} \tag{3.14}$$

$$\dot{\hat{\omega}}_{nt} = \begin{cases} 0, & \hat{\omega}_{nt} = \underline{\omega}_n, u_c \Psi_{nt} z_2 < 0; \\ 0, & \hat{\omega}_{nt} = \overline{\omega}_n, u_c \Psi_{nt} z_2 > 0; \\ r_2 u_c \Psi_{nt} z_2, & \underline{\omega}_n < \hat{\omega}_{nt} < \overline{\omega}_n. \end{cases} \tag{3.15}$$

其中: $n = 1, 2, \cdots, N$, $\hat{g}_0 \in (\underline{g}, \overline{g})$, $\hat{\omega}_{n0}$ 由假设 2 取定.

引理 2　自适应律(3.14) 和(3.15) 可以保证 $\hat{g}_t$, $\hat{\omega}_{nt}$ 分别落入 $[\underline{g}, \overline{g}]$, $[\underline{\omega}_n, \overline{\omega}_n]$ 中, $n = 1, \cdots, N$.

证明　首先证明 $\hat{g}_t \in [\underline{g}, \overline{g}]$. 若 $\hat{g}_t$ 于某一时刻落入集合 $(\underline{g}, \overline{g})$, 下面分两种情况讨论:

1) 当 $z_2 < 0$ 时, 由 $r_1 > 0$, $\dot{\hat{g}}_t = r_1 z_2$ 知 $\hat{g}_t$ 单调递减. 当 $\hat{g}_t$ 减至 $\underline{g}$ 时, $\dot{\hat{g}}_t = 0$, 从而一定存在 t_0, 使得对任意 $t \geq t_0$, $\hat{g}_t \equiv \underline{g}$.

2) 当 $z_2 > 0$ 时, 由 $r_1 > 0$, $\dot{\hat{g}}_t = r_1 z_2$ 知 $\hat{g}_t$ 单调递增. 当 $\hat{g}_t$ 增至 $\overline{g}$ 时, $\dot{\hat{g}}_t = 0$, 从而一定存在 t_0, 使得对任意 $t \geq t_0$, $\hat{g}_t \equiv \overline{g}$.

由于初值 $\hat{g}_0 \in (\underline{g}, \overline{g})$, 由以上讨论知 $\hat{g}_t \in [\underline{g}, \overline{g}]$. $\hat{\omega}_{nt} \in [\underline{\omega}_n, \overline{\omega}_n]$ 类证. □

下面给出 u_s 的选取. 取函数 $V_1 = \frac{1}{2} z_2^2$. 注意到假设 1, 对 V_1 沿(3.10) 求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & -c_2 z_2^2 + z_2[(g - \hat{g}_t) + (\Psi(x_1) - \\ & \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}))u_c + \Psi(x_1)u_s] \leq \\ & -c_2 z_2^2 + |z_2|[\overline{g} + |\hat{g}_t| + |\Psi(x_1)||u_c| + \\ & |\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})u_c|] + z_2 \Psi(x_1)u_s.\end{aligned} \tag{3.16}$$

取监督控制为

$$u_s = u_{s1} + u_{s2}, \tag{3.17}$$

$$u_{s1} = \frac{-k_1 \hat{g}_t z_2 - k_2 |\alpha_2| z_2}{\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})}, \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}u_{s2} = {} & -I^* \operatorname{sgn}(z_2) \frac{1}{\underline{\Psi}(x_1)}[|\hat{g}_t| + \overline{g} + \\ & |\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})||u_c| + |\Psi(x_1)u_c|].\end{aligned} \tag{3.19}$$

其中: $k_1, k_2 > 0$ 是设计参数, α_2 如(3.9) 定义, I^* 取值为

$$I^* = \begin{cases} 1, & V_1 > \overline{V}; \\ 0, & V_1 \leq \overline{V}. \end{cases} \tag{3.20}$$

$\overline{V}$ 为设定值. 由式(2.4), 引理 2 及 $\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})$ 的定义(2.2) 知

$$\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}) = \sum_{n=1}^{N} \hat{\omega}_{nt} r(x_1 - p_n) < 0,$$

又由式(2.6) 知

$$\Psi(x_1) / \hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega}) > 0.$$

再由 $\hat{g}_t \in [\underline{g}, \overline{g}]$ 及式(2.5) 得

$$\begin{aligned}& z_2 \Psi(x_1) u_{s1} = \\ & -\frac{\Psi(x_1)}{\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})}[k_1 \hat{g}_t z_2^2 + k_2 |\alpha_2| z_2^2] \leq 0.\end{aligned} \tag{3.21}$$

下面讨论 V_1 的界. 当 $V_1 > \overline{V}$ 时, 由式(2.6) 有 $\Psi(x_1) / \underline{\Psi}(x_1) \geq 1$, 将式(3.17), (3.19) 和(3.21) 代入式(3.16) 得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 \leq {} & -c_2 z_2^2 + |z_2|[\overline{g} + |\hat{g}_t| + \\ & |\Psi(x_1)||u_c| + |\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})u_c|] - \\ & \frac{\Psi(x_1)}{\underline{\Psi}(x_1)}|z_2|[|\hat{g}_t| + \overline{g} + \\ & |\hat{\Psi}(x_1, \hat{\omega})u_c| + |\Psi(x_1)||u_c|] + \\ & z_2 \Psi(x_1) u_{s1} \leq -c_2 z_2^2.\end{aligned} \tag{3.22}$$

因此由式(3.20) 和(3.22) 知, 对任意的 $t \geq 0$, $V_1(t) \leq \overline{\overline{V}} = \max\{\overline{V}, V_1(0)\}$. 由 V_1 的定义得 $z_2 \in L_\infty$. 由式(3.6) 知 $z_1 \in L_\infty$, 从而由式(3.1) 知 $x_1 \in L_\infty$. 由 x_1 的物理意义知 $x_1 \geq 0$, 不妨设 x_1 落入集合

$X = \{x_1 \mid 0 \le x_1 \le x_{1M},\ x_{1M}$ 为 x_1 的上界$\}$. (3.23)

注 3 通过引入式(3.19), 保证了闭环系统的状态 x_1 落入一有界集中, 从而由引理 1 知对于任意的 $\delta > 0$, 通过选取适当的 N 及 ω^* 就可以保证式(3.11) 的建模误差 $\epsilon(x_1)$ 满足 $\sup_{x_1 \in X} |\epsilon(x_1)| \le \delta$

4 主要结果

下面给出本文的主要结果. 由于式(3.5) 中 $e^{-c_1 t} z_1(0)$ 是以指数速度收敛于零, 不失一般性, 不妨设 $z_1(0) = 0$.

定理 1 考虑系统(2.1), 控制律取为(3.8), (3.9) 和(3.17)～(3.19), 自适应律取为(3.14) 和(3.15). 若假设 1 和假设 2 成立, 则

1) 闭环系统的所有信号均有界.

2) $z_2(t)$ 满足

$$\int |z_2(\tau)|^2 \mathrm{d}\tau \le e + f \int \epsilon^2(x_1(\tau))\,\mathrm{d}\tau,\ \forall t \ge 0.$$

3) 若 $\epsilon(x_1)$ 平方可积, 则

$$\lim_{t\to\infty} |z_1(t)| = 0,\ \lim_{t\to\infty} |z_2(t)| = 0.$$

其中

$$e = \frac{2}{c_2}(|V(0)| + \sup_{t\ge 0}(|V(t)|),$$

$$f = \frac{M}{c_2^2},\ M = \sup_{t\ge 0} |u_c^2(t)|.$$

证明 1) 由上面的推导易知 $\frac{1}{2} z_2^2 \le \bar{\bar{V}}$, 即

$$|z_2| \le (2\bar{\bar{V}})^{1/2}. \qquad (4.1)$$

由 $z_1(0) = 0$ 和式(3.6) 得

$$|z_1| \le \frac{(2\bar{\bar{V}})^{1/2}}{c_1}. \qquad (4.2)$$

从而由式(3.1) 得

$$|x_1| \le |z_1| + |y_r| \le \frac{(2\bar{\bar{V}})^{1/2}}{c_1} + |y_r|. \qquad (4.3)$$

由式(3.2), (3.4) 和(4.2) 有

$$\begin{aligned} |x_2| &\le |z_2| + |\alpha_1| \le \\ &(2\bar{\bar{V}})^{1/2} + |c_1 z_1| + |\dot{y}_r| \le \\ &2(2\bar{\bar{V}})^{1/2} + |\dot{y}_r|. \end{aligned} \qquad (4.4)$$

由式(2.2), (2.4) 及引理 2 知

$$\begin{aligned} &\sum_{n=1}^{N} \underline{\omega}_n r(x_1 - p_n) \le \hat{\varphi}(x_1, \hat{\omega}) = \\ &\sum_{n=1}^{N} \hat{\omega}_{tn} r(x_1 - p_n) \le \sum_{n=1}^{N} \bar{\omega}_n r(x_1 - p_n) < 0. \end{aligned} \qquad (4.5)$$

显然控制律(3.9) 避免了'零除'问题. 由式(2.5), (3.9), (4.1), (4.4), (4.5) 及引理 2 得

$$\begin{aligned} |u_c| \le &\frac{1}{|\hat{\varphi}(x_1, \bar{\omega})|}(c_2|z_2| + c_1|x_2| + \\ &c_1|\dot{y}_r| + |\ddot{y}_r| + \hat{g}_t) \le \\ &\frac{1}{|\hat{\varphi}(x_1, \bar{\omega})|}[c_2(2\bar{\bar{V}})^{1/2} + 2c_1(2\bar{\bar{V}})^{1/2} + \\ &2c_1|\dot{y}_r| + |\ddot{y}_r| + \bar{g}], \end{aligned} \qquad (4.6)$$

即 $u_c \in L_\infty$. 由式(3.17)～(3.19) 易证 $u_{s1}, u_{s2}, u_s \in L_\infty$, 从而由(3.8) 得 $u^2 \in L_\infty$. 由引理 2 知参数估计有界, 故结论 1 成立.

2) 由 $\tilde{g}_t = \hat{g}_t - g$, 假设 1 和式(3.14) 知

$$\tilde{g}_t(\dot{\tilde{g}} - r_1 z_2) = \tilde{g}_t(\dot{\hat{g}} - r_1 z_2) = \begin{cases} -r_1 \tilde{g}_t z_2 = r_1(g - \underline{g}) z_2, & \hat{g}_t = \underline{g},\ z_2 > 0; \\ -r_1 \tilde{g}_t z_2 = r_1(g - \bar{g}) z_2, & \hat{g}_t = \bar{g},\ z_2 > 0 \text{ 或} \le 0; \\ 0, & \underline{g} < \hat{g}_t < \bar{g}. \end{cases} \qquad (4.7)$$

同理可得

$$\tilde{\omega}^{\mathrm{T}}(\dot{\tilde{\omega}} - r_2 u_c \Phi z_2) \le 0. \qquad (4.8)$$

由式(3.19), (3.20) 及假设 1 知

$$\begin{aligned} &z_2 \varphi(x_1) u_{s2} = \\ &-I^* \frac{|z_2|\varphi(x_1)}{\underline{\varphi}(x_1)}[|\hat{g}_t| + \bar{g} + \\ &|\hat{\varphi}(x_1, \hat{\omega})||u_c| + |\varphi(x_1) u_c|] \le 0. \end{aligned} \qquad (4.9)$$

取 Lyapunov 函数

$$V = \frac{z_2^2}{2} + \frac{\tilde{g}_t^2}{2r_1} + \frac{\tilde{\omega}^{\mathrm{T}}\tilde{\omega}}{2r_2},\ r_1, r_2 > 0.$$

由式(3.13), (3.21), (4.7)～(4.9) 得

$$\begin{aligned} \dot{V} = &\frac{\tilde{g}_t}{r_1}(\dot{\tilde{g}}_t - r_1 z_2) + \frac{\tilde{\omega}^{\mathrm{T}}}{r_2}(\dot{\tilde{\omega}} - r_2 u_c \Phi z_2) + \\ &z_2(-c_2 z_2 + \epsilon(x_1) u_c + \varphi(x_1) u_s) \le \\ &-c_2 z_2^2 + z_2 \epsilon(x_1) u_c \le \\ &-\frac{c_2}{2} z_2^2 + \frac{1}{2}\frac{(\epsilon(x_1) u_c)^2}{c_2}. \end{aligned} \qquad (4.10)$$

对上式从 0 到 t 积分即得结论 2.

3) 若 $\epsilon(x_1) \in L_2$, 由式(4.10) 知 $z_2 \in L_2$. 由于式(3.13) 等号右边的所有变量有界, 则 $\dot{z}_2 \in L_\infty$. 注意到 $z_2 \in L_\infty$, 由 Barbǎlat 引理[7] 知 $\lim_{t\to\infty} |z_2(t)| = 0$. 进一步由式(3.6) 得 $\lim_{t\to\infty} |z_1(t)| = 0$. □

注 4 对于 α_1, 由文献[1] 的(14) 知

$$Z_1(s) = \frac{s}{s^2 + c_{1p}s + c_{1i}} Z_2(s), \qquad (4.11)$$

其中 s 是 Laplace 算子. 由于 $s^2 + c_{1p}s + c_{1i}$ 为 Hurwitz 多项式, 则一定存在 $\alpha > 0$, $\beta > 0$, a 和 b, 使得

$$\frac{s}{s^2 + c_{1p}s + c_{1i}} = \frac{a}{s + \alpha} + \frac{b}{s + \beta},$$

显然 $\frac{sz_2}{s^2+c_{1p}s+c_{1i}}$ 的脉冲相应函数为

$$h(t)=\begin{cases} a\mathrm{e}^{-\alpha t}+b\mathrm{e}^{-\beta t}, t\geq 0; \\ 0, t<0. \end{cases}$$

因此式(4.11) 可以写为

$$z_1(t)=hz_2=\int h(t-\tau)z_2(\tau)\mathrm{d}\tau=$$

$$\int(a\mathrm{e}^{-\alpha(t-\tau)}+b\mathrm{e}^{-\beta(t-\tau)})z_2(\tau)\mathrm{d}\tau, \quad (4.12)$$

其中 $z_1(t)$ 和 $z_2(t)$ 分别是 $Z_1(s)$ 和 $Z_2(s)$ 的反 Laplace 变换. 由于文献[1]只能保证 $z_2\in L_\infty$, 由式(4.12) 知 $\int z_1(\tau)\mathrm{d}\tau<\infty$ 不能保证, 从而由[1]的式(13) 知 $\alpha_1\in L_\infty$ 也不能保证, 故由[1]的式(11) 知 $x_2=z_2+\alpha_1\in L_\infty$ 不成立, 所以[1]中关于 $x_2\in L_\infty$ 的证明是错误的.

5　结　　语

本文针对一类磁悬浮系统, 在较弱的条件下, 通过引入监督控制, 保证了闭环系统的状态落入一紧集中. 然后通过 RBF 网络和反推设计技术给出了一种鲁棒自适应控制器的设计, 严格地分析了自适应控制系统的稳定性和跟踪性能. 当然, 如果不引入监督控制, 也可通过对系统的状态初值加条件来证明闭环系统的状态落入某一紧集中[4~6].

参考文献(References)

[1] Yang Z J, Tateishi M. Adaptive Robust Nonlinear Control of a Magnetic Levitation System [J]. *Automatica*, 2001, 37(7): 1125-1131.

[2] Krstic M, Kanellakopoulos L, Kokotovic P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1995.

[3] Haykin S. *Neural Networks* [M]. New York: Macmillan College Publishing Company, 1994.

[4] Ge S S, Hang C C, Lee T H, et al. *Stable Adaptive Neural Network Control* [M]. London: Kluwer Academic Publishers, 2003.

[5] 解学军, 王远. 基于神经元网和带死区的最小二乘法的非线性离散时间系统的自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(3): 355-360.
(Xie X J, Wang Y. Adaptive Control of Nonlinear Discrete-time Systems Based on Neural Networks and Least-squares Algorithm with Dead-zone [J]. *Control Theory and Applications*, 1999, 16(3): 35-360.)

[6] 解学军, 禹梅, 张嗣瀛. 基于最小二乘法及神经网络的非线性离散系统的自适应控制[J]. *控制与决策*, 2003, 18(2): 243-246.
(Xie X J, Yu M, Zhang S Y. Adaptive Control of Nonlinear Discrete-time Systems Based on Neural Networks and Least Squares Algorithm and Neural Networks[J]. *Control and Decision*, 2003, 18(2): 243-246.)

[7] Ioannou P A, Sun J. *Robust Adaptive Control* [M]. New Jersery: Prentice-Hall, 1996.

(上接第 758 页)

6　结　　语

以往的研究成果多使用时间驱动方式, 出现的多采样和空采样现象造成系统很难控制. 当时延较大时, 事件驱动又容易造成采样信息失真. 综合时间驱动和事件驱动的优点, 提出事件-时间驱动方式, 采样周期将随着网络时延的变化而变化. 通过对事件-时间驱动下的采样状态分析, 得出了采样信息处理器和动态补偿器的设计方案, 理论分析和试验结果都证明控制算法可以对网络时延进行实时地补偿, 保证了系统稳定性和稳态动态性能, 可在任何因特网环境下实现运动控制的任务.

参考文献(References)

[1] Kim Dong-sung, Young Sam Lee, Wook Hyun Kwon, et al. Maximum Allowable Delay Bounds of Networked Control Systems[J]. *Control Engineer Practice*, 2003, 11(11): 1301-1313.

[2] Lian Feng-li, Moyne J, Tilbury D. Network Design Consideration for Distributed Control Systems [J]. *IEEE Trans on Control System Technology*, 2002, 10(2): 297-307.

[3] Hu S S, Zhu Q X. Stochastic Optimal Control and Analysis of Stability of Networked Control Systems with Long Delay[J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1877-1884.

[4] 黄杰, 吴平东, 王晓峰, 等. 基于 TCP/IP 协议的远程控制系统中变结构动态补偿器的研究[J]. *控制理论与应用*, 2003, 20(6): 849-854.
(Huang J, Wu P D, Wang X F, et al. Variable Structure Compensator in Telecontrol System Based on TCP/IP Protocol[J]. *Control Theory and Application*, 2003, 20(6): 849-854.)