

文章编号: 1001-0920(2005)08-0897-04

## 刺激下可变耦合神经振子群活动的非线性随机演化模型

焦贤发<sup>1,2</sup>, 王如彬<sup>1</sup>

(1. 东华大学 理学院, 上海 200051; 2. 合肥工业大学 理学院, 合肥 230009)

**摘 要:** 考虑耦合强度随时间变化, 提出在外刺激及噪声共同作用下神经振子群活动的动力学模型, 并引入平均耦合对数密度作为神经振子群分布式时空编码模式. 通过数值分析表明, 一阶弱谐波刺激对神经振子群体编码没有显著的影响; 强刺激或高阶谐波刺激加强了神经振子群的同步化活动, 并增强了神经振子之间的耦合; 不同频率谐波的组合刺激对神经编码的影响并不是相互独立的, 而是具有某种非线性关系, 且刺激强度较大的谐波主导神经编码.

**关键词:** 可变耦合强度; 外刺激; 噪声; 平均耦合对数密度; 神经编码

中图分类号: TP183

文献标识码: A

## Nonlinear Stochastic Evolution Model of Variable Coupled Neuronal Oscillator Population in the Presence of External Stimuli

JIAO Xian-fa<sup>1,2</sup>, WANG Ru-bin<sup>1</sup>

(1. School of Science, Donghua University, Shanghai 200051, China; 2. School of Science, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China. Correspondent: JIAO Xian-fa, E-mail: xfjiao@126.com)

**Abstract:** A dynamical model of activity of neuronal oscillator population subject to external stimulation and noise is presented, where the coupling strengths among the neuronal oscillators vary with time. An average coupling-pair number density, which is used as a distributed coding pattern of population of neuronal oscillators, is proposed. The numerical simulations indicate that a weak stimulation of harmonic of the first order has little impact on the neural coding, a strong stimulation or a stimulation of harmonic of higher order enhances the synchronized activity of population of neuronal oscillators and the coupling among the neuronal oscillators. In addition, the combined stimuli of harmonics with different orders have correlative impact on the neural coding, and the stimulation with the stronger intensity dominates the neural coding.

**Key words:** Coupling strength; External stimulation; Noise; Average coupling pair number density; Neural coding

### 1 引 言

目前, 振荡神经活动的同步行为已成为神经信息学中关注的焦点. 这是由于大量的动物实验表明, 同步振荡可能是特定的皮层区或不同的皮层区之间信息整合的重要机理<sup>[1,2]</sup>. 为定量描述神经元群的同步振荡行为, 基于神经元活动的基本特征, 将神经元模拟成周期振子, 神经元群模拟成全局耦合神经振子网络, 一直被认为是简便而有效的方法.

Kuramoto<sup>[3]</sup>和 Tass<sup>[4,5]</sup>研究了神经振子群的同步化或非同步化行为, 其中模型参数设定为固定不变的参数, 比如将神经振子的振幅看成极限环常数, 神经振子之间的耦合强度设定为相同的常数等. Wang 等<sup>[6-8]</sup>研究了振幅随时间变化情况下神经振子群的随机演化模型. 本文基于神经元突触的可塑性, 利用上述方法研究耦合强度随时间随机变化情况下神经振子群自发活动的节律行为<sup>[9]</sup>.

收稿日期: 2004-09-22; 修回日期: 2004-11-15

基金项目: 国家自然科学基金项目(30270339).

作者简介: 焦贤发(1965—), 男, 安徽安庆人, 副教授, 博士生, 从事脑信息处理、神经网络等研究; 王如彬(1951—), 男, 浙江杭州人, 教授, 博士生导师, 从事神经信息处理、认知神经动力学等研究.

刺激导致神经元群活动的同步化行为已被动物实验所证实<sup>[1,2]</sup>。脑的神经回路不断受到外部自然感觉的刺激,丰富多彩的感觉刺激导致神经元群集体活动与神经信息处理密切相关<sup>[10,11]</sup>。神经系统通过学习改进其信息处理能力,学习过程中涉及神经元之间联结强度的变化,而联结强度的变化又依赖于外刺激和神经元之间的相互作用。遵循 Hebb 学习律,神经元之间耦合强度的变化依赖于突触前和突触后神经元的活动水平,即相互联结的神经元同时被激活会加强神经元之间的耦合。刺激导致的 LTP 也会增加神经元之间的耦合强度<sup>[12]</sup>。因此,研究刺激作用下具有可变耦合强度神经振子群的随机动态演化模型,对于试图了解刺激如何影响同步化的神经活动和探索神经元群体编码行为具有重要意义。

本文不局限于某种特化的感知刺激,在耦合强度随机变化的情形下,提出周期外刺激和噪声共同作用下全局耦合神经振子群活动的动力学模型。引入平均耦合对数密度作为神经振子群的时空编码模式,根据不同的刺激特征,如刺激的强度、频率、刺激的组合形式等,通过数值分析研究神经振子群体编码和神经系统的学习效果。

## 2 随机演化模型

考虑由  $N$  个全局耦合的神经振子组成的神经振子群,在刺激作用下其动力学方程可由随机微分方程描述为

$$\begin{aligned} \dot{\Psi}_j &= \Omega + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N K_{jk} M(\Psi_j - \Psi_k) + S(\Psi_j) + \xi_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N; \\ \dot{K}_{jk} &= \frac{1}{\tau} [-K_{jk} + \alpha H(\Psi_j - \Psi_k) + \mu] + \eta_k(t), \quad j, k = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $\Psi_j$  和  $\Psi_k$  分别为神经振子  $j$  和  $k$  的相位,  $K_{jk}$  为振子  $j$  与  $k$  之间的耦合强度,  $\Omega$  为在无相互作用及外刺激作用下单个神经振子的特征频率,  $\tau$  为耦合强度的慢变时间常数,  $\alpha$  为神经振子之间相互作用对耦合强度的影响水平,  $M(\Psi)$ ,  $S(\Psi)$  和  $H(\Psi)$  均为以  $2\pi$  为周期的周期函数,  $K_{jk} M(\Psi_j - \Psi_k)$  为神经振子  $j$  与  $k$  之间的相互作用项,  $S(\Psi_j)$  为神经振子  $j$  对刺激的响应,  $\alpha H(\Psi_j - \Psi_k)$  为神经振子  $j$  和  $k$  的活动水平对耦合强度的影响,正常数  $\mu$  为刺激导致的 LTP 对耦合强度的影响。

方程(2)表明,在不考虑刺激、神经振子之间的相互作用及噪声作用下,耦合强度趋向于稳定的平衡点  $K_{jk} = 0$ ; 在考虑刺激及神经振子之间的相互作用下,耦合强度趋向于极限环  $K_{jk} = \alpha H(\Psi_j - \Psi_k) + \mu$ ,  $\alpha H(\Psi_j - \Psi_k) + \mu$  称为学习效果。

$\xi_j(t)$  和  $\eta_k(t)$  分别为作用于相位及耦合强度上的随机力,为方便起见,将它们模拟为零均值、 $\delta$  相关的高斯白噪声,即

$$\begin{aligned} \xi_j(t) &= 0, \quad \xi_j(t) \xi_k(t) = 2D_1 \delta_{jk} \delta(t-t'), \\ \eta_k(t) &= 0, \quad \eta_k(t) \eta_n(t) = 2D_2 \delta_{kn} \delta(t-t'), \\ \xi_j(t) \eta_n(t) &= 0 \end{aligned}$$

相应于方程(1)和(2)的 Fokker-Planck 方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} &= - \sum_{j=1}^N \frac{\partial}{\partial \Psi_j} \left\{ \left[ \Omega + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N K_{jk} M(\Psi_j - \Psi_k) + S(\Psi_j) \right] f \right\} - \frac{1}{\tau} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial}{\partial K_{jk}} \left\{ [-K_{jk} + \alpha H(\Psi_j - \Psi_k) + \mu] f \right\} + D_1 \sum_{j=1}^N \frac{\partial^2 f}{\partial \Psi_j^2} + D_2 \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{\partial^2 f}{\partial K_{jk}^2} \quad (3) \end{aligned}$$

$f(\Psi_1, \dots, \Psi_N; K_{1,2}, \dots, K_{N-1,N}; t) d\Psi_1 \dots d\Psi_N dK_{1,2} \dots dK_{N-1,N}$  表示相位  $\Psi_j$  和耦合强度  $K_{jk}$  落入区间  $(\Psi_j, \Psi_j + d\Psi_j)$  和  $(K_{jk}, K_{jk} + dK_{jk})$  的概率,  $j, k = 1, 2, \dots, N$ 。

定义最有可能具有相同的相位  $\Psi$ , 且耦合强度为  $K$  的耦合对数密度

$$\begin{aligned} \tilde{n}(\Psi, K) &= \frac{2}{N(N-1)} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1, k \neq j}^N \delta(\Psi - \Psi_j) \times \delta(\Psi - \Psi_k) \delta(K - K_{jk}). \end{aligned} \quad (4)$$

考虑神经系统的随机性,当  $N$  充分大时,引入平均耦合对数密度

$$n(\Psi, K, t) = \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} d\Psi_1 \dots \int_0^{2\pi} \tilde{n}(\Psi, K) f dK_{mn}; \quad (5)$$

平均耦合对数密度的演化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= - \Omega \frac{\partial n}{\partial \Psi} - \frac{\partial}{\partial \Psi} (S(\Psi) n) - \frac{\partial}{\partial \Psi} \left[ \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N K_{jk} M(\Psi_j - \Psi_k) n(\Psi, K, t) d\Psi_j d\Psi_k \right] + \frac{1}{\tau} \frac{\partial}{\partial K} (K n) - \frac{\alpha}{\tau} \frac{\partial}{\partial K} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N n(\Psi, K, t) d\Psi_j d\Psi_k - \frac{\mu}{\tau} \frac{\partial n}{\partial K} + D_1 \frac{\partial^2 n}{\partial \Psi^2} + D_2 \frac{\partial^2 n}{\partial K^2} \end{aligned} \quad (6)$$

为得到偏微分方程(6)的解析或数值解,考虑以下两个边界条件:

$$n(0, K, t) = n(2\pi, K, t), \quad (7)$$

对任意  $K$  和  $t$  成立;

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty n(\Psi, K, t) dK dt = 1, \quad (8)$$

对任意  $t$  成立

由于  $M(\Psi)$ ,  $S(\Psi)$  和  $H(\Psi)$  都是以  $2\pi$  为周期的周期函数,为了数值分析的需要,可将它们展开成傅

里叶级数 为简便起见, 只取  $M(\Psi_j - \Psi_k) = \sin(\Psi_j - \Psi_k)$ ,  $S(\Psi) = I_1 \cos(\Psi) + I_2 \cos(2\Psi)$ , 其中  $I_1$  和  $I_2$  分别表示一阶和二阶谐波刺激强度 一般选取  $H(\Psi_j - \Psi_k) = \cos(\Psi_j - \Psi_k)$ , 这种形式比较符合 Hebb 学习律 即当两个神经振子相位相同时, 耦合强度增长最快; 当相位相反时, 耦合强度下降最快 为了适当选取初始条件, 考虑耦合对数密度  $n(\Psi, K, t)$  经傅里叶展开后基波项的平稳解

$$\hat{n}(0, K, t) = C \exp\left(-\frac{1}{2D_2\tau}K^2\right) \quad (9)$$

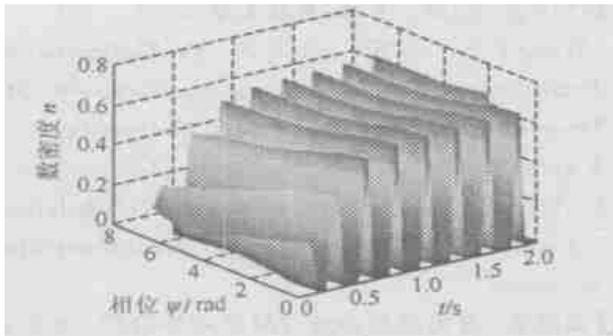
设定  $K$  的上限值为 2, 由归一化条件选取  $C$ , 使得

$$C \int_0^2 \hat{n}(0, K, t) dK = \frac{1}{2\pi} \quad (10)$$

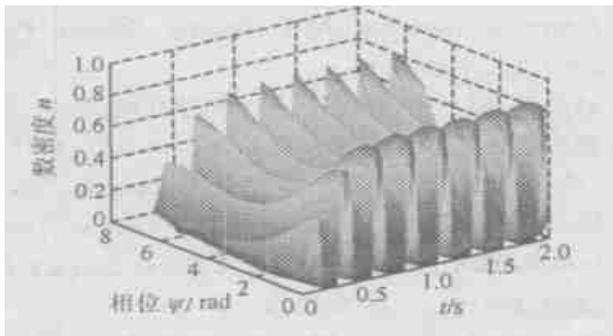
### 3 数值分析结果

为研究不同的刺激强度对耦合强度及神经编码的影响, 本文选取相同的初始条件, 对不同刺激强度的一阶谐波刺激形式进行比较 图 1(a) 和(b) 分别表示在弱刺激和强刺激作用下耦合对数密度关于相位分布随时间的演化 初始条件:  $n(\Psi, K, 0) = \hat{n}(0, K, 0) [1/2\pi + 0.05\sin(\Psi)]$ ; 参数:  $D_1 = 0.5, D_2 = 0.05, \tau = 20, \alpha = 2$

比较图 1(a) 和(b) 可知, 在弱刺激作用下, 神经振子群的编码形态并没有明显的改变, 这表明神经系统在执行认知任务时对低频弱刺激的响应十分微弱; 在强刺激作用下, 耦合对数密度关于相位的分布出现明显的波峰, 这表明强刺激加强了神经振



(a)  $I_1 = 1, \mu = 1$

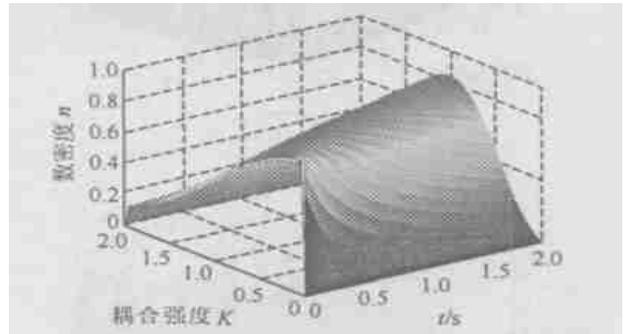


(b)  $I_1 = 10, \mu = 2$

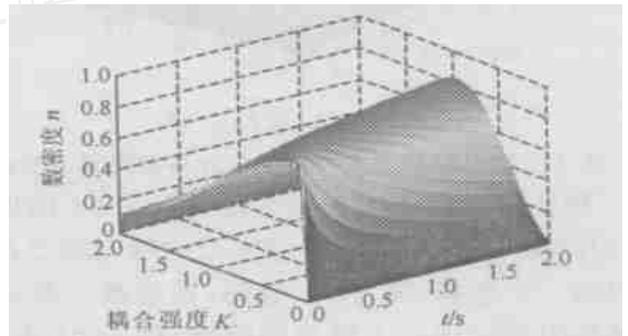
图 1 耦合对数密度关于相应分布随时间的演化

子群的同步化活动, 并改变神经振子群的同步族态结构, 从而加强了神经系统的认知能力

图 2 (a) 和(b) 分别表示在弱刺激和强刺激作用下耦合对数密度关于耦合强度随时间的演化 初始条件和参数同图 1 比较图 2(a) 和(b) 可知, 在外刺激作用下, 对应于耦合对数密度的峰值沿着耦合强度增大的方向移动, 刺激强度越大峰值移动越明显, 并且峰值也越大 这表明外刺激加强了神经振子群的同步化活动, 并增强了神经振子之间的耦合强度, 刺激强度越大耦合强度增长越快, 从而提高了学习效果



(a)  $I_1 = 1, \mu = 1$



(b)  $I_1 = 10, \mu = 2$

图 2 耦合对数密度关于耦合强度分布随时间的演化

对应于耦合对数密度峰值的耦合强度随时间的变化如图 3 所示 其中实线表示有外刺激作用, 虚线表示无外刺激, 刺激参数  $I_1 = 10, \mu = 2$ , 其他参数和初始条件同图 1

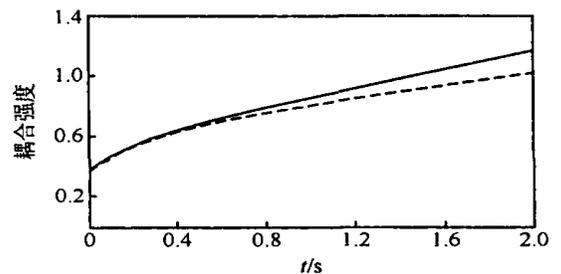
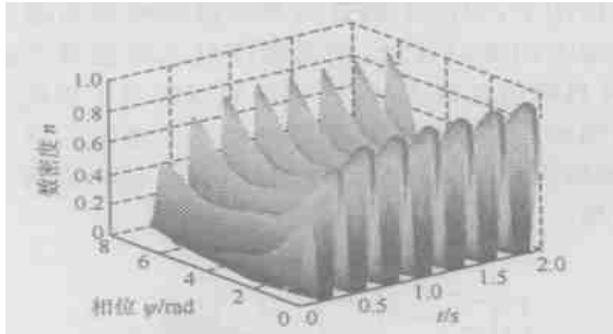


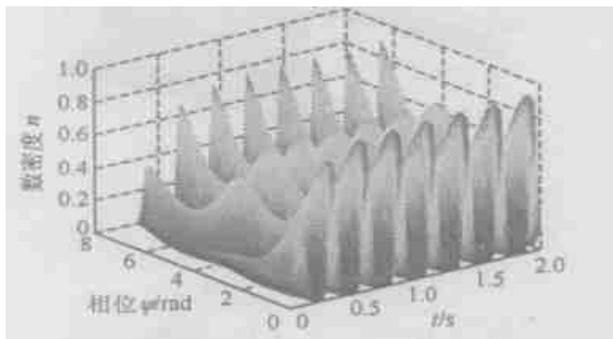
图 3 对应于耦合对数密度峰值的耦合强度随时间变化

为研究不同频率谐波组合形式的刺激对神经振子群体编码的影响, 选择一阶和二阶谐波混合刺

激形式进行数值分析. 图4(a)和(b)分别表示不同刺激强度在一阶和二阶谐波组合形式下, 耦合对数密度关于相位分布随时间的演化. 初始条件:  $n(\psi, K, 0) = n(0, K, 0) [1/2\pi + 0.05\sin(\psi)]$ ; 参数:  $\Omega = 2\pi$ ,  $\tau = 20$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\mu = 2$ ,  $D_1 = 0.5$ ,  $D_2 = 0.05$ .



(a)  $I_1 = 10, I_2 = 3$



(b)  $I_1 = 3, I_2 = 10$

图4 耦合对数密度关于相位分布随时间的演化

耦合对数密度关于相位是周期为  $2\pi$  的周期函数, 因此图中  $\psi = 0$  和  $\psi = 2\pi$  处的峰实际上是连在一起的一个波峰. 图4(a)表明, 神经振子群在同步化过程中只出现一个明显的波峰; 图4(b)表明, 神经振子群在同步化过程中出现两个明显的波峰. 比较图4(a)和(b)可以看出, 在适当强度的谐波刺激下, 神经振子群体活动由刺激形式主导; 在自发活动情形下, 神经振子群的节律活动由神经振子之间的耦合结构主导<sup>[9]</sup>. 同时表明在一阶和二阶谐波组合形式刺激下, 神经振子群对一阶谐波和二阶谐波刺激响应并不是相互独立的, 而是存在某种非线性关系. 当  $I_1 > I_2$  时, 神经振子群体编码模式由一阶谐波刺激主导(图4(a)); 当  $I_1 < I_2$  时, 神经振子群体编码模式由二阶谐波刺激主导(图4(b)).

## 4 结论

外刺激对神经振子群集体活动和神经编码的影响依赖于刺激强度、刺激频率以及刺激的组合形式. 弱低频刺激对神经振子群体编码的影响不十分明显; 强刺激或高频刺激加强了神经振子群的同步化活动, 改变了神经振子群同步族态的结构, 并加强了神经振子之间的耦合, 从而可提高神经系统的学习

效果. 在不同频率谐波组合形式刺激下, 刺激强度较强者主导神经振子群体编码.

## 参考文献(References)

- [1] Gray CM, Singer W. Stimulus-specific Neuronal Oscillation in Orientation Columns of Cat Visual Cortex [J]. *Proc of the National Academy of Science*, 1989, 86: 1698-1702.
- [2] Eckhorn R, Bauer R, Jordan W, et al. Coherent Oscillations: A Mechanism of Feature Linking in the Visual Cortex [J]. *Biological Cybernetics*, 1988, 60: 121-130.
- [3] Kuramoto Y. Collective Synchronization of Pulse-coupled Oscillators and Excitable Units [J]. *Physica D*, 1991, 50: 15-30.
- [4] Tass P A. Resetting Biological Oscillators — A Stochastic Approach [J]. *J of Biological Physics*, 1996, 22: 122-155.
- [5] Tass P A. *Phase Resetting in Medicine and Biology* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999: 98-106.
- [6] Rubin W, Zhikang Z. Nonlinear Stochastic Models of Neurons Activities [J]. *Neurocomputing*, 2003, 51: 401-411.
- [7] Rubin W, Hayashi H, Zhikang Z. A Stochastic Nonlinear Evolution Model of Neuronal Activity with Random Amplitude [A]. *Proc of 9th Int Conf on Neural Information Processing* [C]. Singapore, 2002, 5: 2497-2502.
- [8] 王如彬, 喻伟, 焦贤发. *非线性随机动力学在脑信息处理中的应用* [R]. 上海: 复旦大学, 2004.  
(Wang R B, Yu W, Jiao X F. *An Applicable Outline in Brain Information Processing on Nonlinear Stochastic Dynamics* [R]. Shanghai: Fudan University, 2004.)
- [9] Xianfa J, Rubin W. Stochastic Model and Neural Coding of Large-scale Neuronal Population with Variable Coupling Strength [J]. *Neurocomputing*, 2005 (accepted).
- [10] 黄秉宪. *脑的高级功能与神经网络* [M]. 北京: 科学出版社, 2000: 109-156.  
(Bingxian H. *The Advanced Function of Brain and Neuronal Network* [M]. Beijing: Science Publisher, 2000: 109-156.)
- [11] 赵松年, 熊小芸, 姚国正, 等. 同步化响应: 视-脑信息处理的新进展 [J]. *科学通报*, 1999, 44(10): 1015-1025.  
(Songnian Z, Xiaoyun X, Guozheng Y, et al. Synchronized Response: New Advance of Visual-brain Information Processing [J]. *Chinese Science Bulletin*, 1999, 44(10): 1015-1025.)
- [12] Bliss T V, Collingridge G L. A Synaptic Model of Memory: Long-term Potentiation in the Hippocampus [J]. *Nature*, 1993, 361: 31-39.