文章编号: 1001-0920(2005)08-0901-04

一类复杂系统的容错控制

张颖伟, 刘建昌, 张嗣瀛
(东北大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110004)

摘 要: 研究一类互联系统的容错 H_∞ 控制问题, 提出了具有相似性的容错控制器的设计方法. 当所有执行器正常时, 可保证闭环系统稳定和 H_∞ 性能; 当一些执行器失效时, 仍能保证闭环系统稳定和 H_∞ 性能. 仿真算例证明了该方法的有效性.

关键词: 互联系统; 执行器; 可靠控制
中图分类号: TP13 **文献标识码**: A

Reliable Control for a Class of Interconnected Systems

ZHANG Ying-wei, LIU Jian-chang, ZHANG Si-ying
(School of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang 110004, China. Correspondent: ZHANG Ying-wei, E-mail: zhang-yingwei2001@yahoo.com.cn)

Abstract: The reliable H_∞ control problem for a class of interconnected systems is addressed. The methods to design reliable controller are presented for the interconnected systems with symmetrical characters. The resulting closed-loop interconnected systems are stable and satisfy H_∞ performance even when some actuators experience outages. An example is given to illustrate the design procedure and effectiveness of the proposed methods.

Key words: Interconnected systems; Actuators; Reliable control

1 引 言

近年来, 工业上出于对安全和经济的考虑, 故障诊断和容错控制得到广泛的关注. 对于一定的系统, 故障诊断和容错控制是很重要的.

容错控制可以分为两类: 可靠控制和控制重构. 可靠控制是设计适当固定结构的控制器, 该控制器除了考虑正常工作状态的参数值以外, 还要考虑故障情况下的参数值, 当执行器、传感器和其他部件失效时, 保证系统的稳定性和令人满意的性能. 控制重构是故障发生后调节控制参数或控制结构, 以抵消故障所引起的动态.

可靠控制已经取得了许多成果. 文献[1]研究了由两个控制器组成的可靠控制系统的设计问题; [2]设计了双控制器系统的可靠控制策略; [3]提出通过Riccati方程来设计可靠的分散控制系统的方法; [4]指出容错控制问题的解可以通过故障调节来获得; [5]讨论了多于一个控制器的系统控制结构的稳定性; [6]将解析冗余引入可靠控制中; [7]研究了对称的互联系统的稳定性等问题.

本文研究对称循环互联系统的可靠控制问题, 对称循环互联系统比对称互联系统更普遍, 由于它的特殊结构, 计算量可以大大降低. 闭环系统的 H_∞ 范数可以简单地计算, 控制器的设计可以通过解一些低阶Riccati不等式而得到.

2 问题描述

考虑由 N 个子系统互联而成的组合系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + G\omega, \\ z = Cx + Du. \end{cases} \tag{1}$$

其中

$$x = [x_1^{\mathrm{T}}, \cdots, x_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, u = [u_1^{\mathrm{T}}, \cdots, u_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$
$$\omega = [\omega_1^{\mathrm{T}}, \cdots, \omega_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}, z = [z_1^{\mathrm{T}}, \cdots, z_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}},$$

收稿日期: 2004-12-31; **修回日期**: 2005-03-07.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60274009); 辽宁省科学基金项目(20031016); 沈阳市科学基金项目(1032040-1-01).
作者简介: 张颖伟(1969—), 女, 河北定州人, 副教授, 博士, 从事故障检测、分离与容错等研究; 刘建昌(1960—), 男, 辽宁黑山人, 教授, 博士, 从事智能控制理论与应用等研究.

$$A \in R^{Nn\times Nn}, B \in R^{Nn\times Nm}, G \in R^{Nn\times Nn},$$
$$C \in R^{Nn\times Nn}, D \in R^{Nn\times Nm},$$

并有如下结构:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_N \\ A_N & A_1 & \cdots & A_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_2 & A_3 & \cdots & A_1 \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & \cdots & G_N \\ G_N & G_1 & \cdots & G_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_2 & G_3 & \cdots & G_1 \end{bmatrix},$$

$$B = \mathrm{diag}[B_1, \cdots, B_1], C = \mathrm{diag}[C_1, \cdots, C_1],$$
$$D = \mathrm{diag}[D_1, \cdots, D_1].$$

其中: A 和 G 是循环矩阵, B, C 和 D 是对角矩阵.

可靠控制问题: 对于互联系统(1), 可靠控制是设计状态反馈控制律 $u = Kx$, 使得:

1) 对于预定的 $\beta > 0$ 和 $r > 0$, 闭环系统的极点位于圆 $\bar{D}$ 内, 圆的中心为 $-\beta + \mathrm{j}0$, 圆的半径为 r;

2) 对于预定的 $\alpha > 0$, 闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + BK_1)x + G\omega, \\ z = (C + DK_1)x. \end{cases} \tag{2}$$

其传递函数 $T(s)$ 满足 $\| T \|_\infty \leq \alpha$.

3 H_∞ 控制

下述定理给出了 H_∞ 控制器存在的充分条件.

定理 1 考虑系统(1), 对于正常数 β 和 r ($\beta > r$), 如果存在正定矩阵 P_{di} ($i = 1, 2, \cdots, N$), 使得如下 Riccati 不等式成立:

$$\beta(A_{di} + B_1K_1)^{\mathrm{T}}P_{di} + \beta P_{di}(A_{di} + B_1K_1)^{\mathrm{T}} +$$
$$(A_{di} + B_1K_1)^{\mathrm{T}}P_{di}(A_{di} + B_1K_1)^{\mathrm{T}} +$$
$$(\beta^2 - r^2)P_{di} < 0, \tag{3}$$

则状态反馈控制律 $u = Kx = -B^{\mathrm{T}}Px$ 镇定系统(1), 并且闭环系统的极点位于圆 $\bar{D}$ 内, 圆 $\bar{D}$ 的中心为 $-\beta + \mathrm{j}0$, 圆 $\bar{D}$ 的半径为 r, 闭环传递函数的 H_∞ 范数为

$$\| T \|_\infty = \max(\| T_{d1} \|_\infty, \cdots \| T_{dN} \|_\infty), \tag{4}$$

其中

$$T_{di}(s) = (C_1 + D_1K_1)[sI - (A_{di} + B_1K_1)]^{-1}G_{di},$$
$$i = 1, 2, \cdots, N. \tag{5}$$

定理 1 的证明是基于以下结果得到的:

对于一个正整数 N, 记

$$m_j = [1 \quad v_j \quad v_j^2 \quad \cdots \quad v_j^{N-1}]^{\mathrm{T}},$$
$$j = 1, 2, \cdots, N. \tag{6}$$

其中 $v_j = \exp(2\pi(j-1)\sqrt{-1}/N)$, 即 v_j 是 $v^N = 1$ 的根.

令 $F_N^H = \frac{1}{\sqrt{N}}[m_1 \quad m_2 \quad \cdots \quad m_N]$, $F_N F_N^H = F_N^H F_N = I$, 记 $r_1 = m_1 = [1 \quad 1 \quad \cdots \quad 1]^{\mathrm{T}}$. 如果 N 是偶数, 则 $r_{N/2+1} = m_{N/2+1}$, $r_p = (1/\sqrt{2})(m_p + m_{N+2-p})$, $r_{N+2-p} = (\sqrt{-1}/\sqrt{2})(m_p - m_{N+2-p})$. 如果 N 是奇数, 则 $t = (N+1)/2$; 如果 N 是偶数, 则 $t = N/2$. 记

$$R_N = \frac{1}{\sqrt{N}}[r_1 \quad r_2 \quad \cdots \quad r_N]. \tag{7}$$

引理 1[8] 假设

$$E = \begin{bmatrix} E_1 & E_2 & \cdots & E_N \\ E_N & E_1 & \cdots & E_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_2 & E_3 & \cdots & E_1 \end{bmatrix},$$

其中 $E_i \in R^{m\times p}$ ($i = 1, \cdots, N$). 于是

$$E_d = (F_N \otimes I_m)E(F_N^H \otimes I_p) =$$
$$\mathrm{diag}[E_{d1}, E_{d2}, \cdots, E_{dN}] \tag{8}$$

是块对角矩阵, 且

$$\begin{bmatrix} E_{d1} \\ E_{d2} \\ \vdots \\ E_{dN} \end{bmatrix} = \sqrt{N}(F_N^H \otimes I_m)\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}}(F_N \otimes I_m)\begin{bmatrix} E_{d1} \\ E_{d2} \\ \vdots \\ E_{dN} \end{bmatrix}.$$

其中 I_m 是 $m \times m$ 单位矩阵, $\otimes$ 表示 Kronecker 积.

如果 E 是对称循环矩阵, 即 $E_i = E_{N-i+2}$ ($i = 2, 3, \cdots, N$), 则

$$E_d = (R_N \otimes I_m)^{\mathrm{T}}E(R_N \otimes I_p) =$$
$$\mathrm{diag}[E_{d1}, E_{d2}, \cdots, E_{dN}] \tag{9}$$

是块对角矩阵, 且 $E_{di} = E_{d(N-i+2)}$.

引理 2[9] 考虑系统(1), 对于正常数 β 和 r ($\beta > r$), 如果存在正定矩阵 P, 使得如下 Riccati 不等式成立:

$$\beta(A + BK)^{\mathrm{T}}P + \beta P(A + BK)^{\mathrm{T}} +$$
$$(A + BK)^{\mathrm{T}}P(A + BK)^{\mathrm{T}} +$$
$$(\beta^2 - r^2)P < 0, \tag{10}$$

则状态反馈控制律 $u = Kx = -B^{\mathrm{T}}Px$ 镇定系统(1), 并且闭环系统的极点位于圆 $\bar{D}$ 内, 圆 $\bar{D}$ 的中心为 $-\beta + \mathrm{j}0$, 圆 $\bar{D}$ 的半径为 r.

定理 1 证明 令

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \cdots & P_N \\ P_N & P_1 & \cdots & P_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_2 & P_3 & \cdots & P_1 \end{bmatrix},$$

其中

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}}(F_N \otimes I_n)\begin{bmatrix} P_{d1} \\ P_{d2} \\ \vdots \\ P_{dN} \end{bmatrix}.$$

记

$$T_i = R_N \otimes I_i \tag{11}$$

由引理 1 有

$$\begin{cases} T_n^{-1} A T_n = \mathrm{diag}[A_{di}, A_{di}, \cdots, A_{di}], \\ T_n^{-1} G T_n = \mathrm{diag}[G_{di}, G_{di}, \cdots, G_{di}], \\ T_n^{-1} B T_m = \mathrm{diag}[B_1, B_1, \cdots, B_1], \\ T_n^{-1} C T_n = \mathrm{diag}[C_1, C_1, \cdots, C_1], \\ T_n^{-1} D T_m = \mathrm{diag}[D_1, D_1, \cdots, D_1], \\ T_m^{\mathrm{T}} K T_n = \mathrm{diag}[K_1, K_1, \cdots, K_1]. \end{cases} \tag{12}$$

令 $P = \mathrm{diag}[P_1 \quad P_1 \quad \cdots \quad P_1]$, 由式(10)～(12), $T_n^{-1} = T_n^T$, 则

$$\begin{aligned} &T_n^{\mathrm{T}}(\beta(A + BK)^{\mathrm{T}}P + \beta P(A + BK)^{\mathrm{T}} + \\ &(A + BK)^{\mathrm{T}}P(A + BK) + (\beta^2 - r^2)P)T_n = \\ &\mathrm{diag}(\beta(A_{d1} + B_1K_{d1})^{\mathrm{T}}P_{d1} + \beta P_{d1}(A_{d1} + \\ &B_1K_{d1})^{\mathrm{T}} + (A_{d1} + B_1K_{d1})^{\mathrm{T}}P_{d1}(A_{d1} + B_1K_{d1}) + \\ &(\beta^2 - r^2)P_{d1}, \cdots, \beta(A_{dN} + B_1K_{dN})^{\mathrm{T}}P_{dN} + \\ &\beta P_{dN}(A_{dN} + B_1K_{dN})^{\mathrm{T}} + (A_{dN} + \\ &B_1K_{dN})^{\mathrm{T}}P_{dN}(A_{dN} + B_1K_{dN}) + \\ &(\beta^2 - r^2)P_{dN}) < 0. \end{aligned} \tag{13}$$

如果不等式(3) 成立, 则不等式(10) 成立, 即

$$\begin{aligned} &T_n^T(\beta(A + BK)^{\mathrm{T}}P + \beta P(A + BK)^{\mathrm{T}} + \\ &(A + BK)^{\mathrm{T}}P(A + BK)^{\mathrm{T}} + \\ &(\beta^2 - r^2)P)T_n < 0. \end{aligned} \tag{14}$$

这样, 控制器 $u = Kx = -B^{\mathrm{T}}Px$ 镇定系统(1), 并且闭环系统的极点位于圆 $\overline{D}$ 内, 圆 $\overline{D}$ 的中心为 $-\beta + \mathrm{j}0$, 圆的半径为 r, 且

$$T(s) = (C + DK)(sI - A)^{-1}G. \tag{15}$$

因为 $T(s)$ 左乘和右乘正交矩阵 H_∞ 范数不变, 所以

$$\begin{aligned} &\| T_n^{\mathrm{T}}T(s)T_n \|_\infty = \\ &\| \mathrm{diag}[(C_1 + D_1K_{d1})(sI - A_{d1})G_{d1}, \\ &\cdots, (C_1 + D_1K_{dN})(sI - A_{dN})G_{dN}] \|_\infty. \end{aligned} \tag{16}$$

因此式(4) 和(5) 成立. □

4　执行器故障情况下的控制器设计

定理 2　考虑系统(1), 对于正常数 β_a 和 r_a ($\beta_a < r_a$), 当 l ($1 \leq l \leq N - 1$) 个执行器发生故障时, 如果存在正定矩阵 P^a_{di} ($i = 1, 2, \cdots, N$), 使得如下 Riccati 不等式成立:

$$\begin{aligned} &\beta_a(A_{di})^{\mathrm{T}}P^a_{di} + \beta_aP^a_{di}(A_{di})^{\mathrm{T}} + (A_{di})^{\mathrm{T}}P^a_{di}(A_{di})^{\mathrm{T}} + \\ &(\beta_a^2 - r_a^2)P^a_{di} < 0, i = 1, \cdots, l; \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} &\beta_a(A_{di} + B_1K^a_{di})^{\mathrm{T}}P^a_{di} + \beta_aP^a_{di}(A_{di} + B_1K^a_{di})^{\mathrm{T}} + \\ &(A_{di} + B_1K^a_{di})^{\mathrm{T}}P^a_{di}(A_{di} + B_1K^a_{di}) + \\ &(\beta_a^2 - r_a^2)P^a_{di} < 0, \\ &\qquad i = l + 1, \cdots, N - 1. \end{aligned} \tag{18}$$

其中 $K^a_i = -B_1P^a_{di}$. 则状态反馈控制律 $u = K^ax = -B^{\mathrm{T}}P^ax$ 镇定系统(1), 且闭环系统的极点位于圆 $\overline{D}_a$ 内, 圆 $\overline{D}_a$ 的中心为 $-\beta_a + \mathrm{j}0$, 半径为 r_a, 闭环传递函数的 H_∞ 范数为

$$\begin{aligned} &\| T_a \|_\infty = \max\{\| T_{a1} \|_\infty, \cdots, \| T_{al} \|_\infty, \\ &\qquad \cdots, \| T_{aN} \|_\infty\}. \end{aligned} \tag{19}$$

其中

$$\begin{aligned} &\| T_{ai}(s) \|_\infty = \| C_1(sI - A_{di})G_1 \|_\infty, \\ &\qquad i = 1, 2, \cdots, l; \end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned} &\| T_{aj}(s) \|_\infty = \\ &\| (C_1 + D_1K^a_{dj})[sI - (A_{dj} + B_1K^a_{dj})]^{-1}G_{dj} \|_\infty, \\ &\qquad j = l + 1, \cdots, N. \end{aligned} \tag{21}$$

证明　考虑系统(1), 由于子系统是循环互联的, 不失一般性, 假设前 l 个子系统的执行器发生故障, 在这种情况下, 控制器变为 $u_i = 0$, $i = 1, 2, \cdots, l$. 得到的闭环系统矩阵为 $A^a = A + BK^a$, 由引理 1 得

$$\begin{aligned} T_n^{-1}A^aT_n = \mathrm{diag}[&\underbrace{A_{d1}, \cdots, A_{dl}}_{l}, A_{d(l+1)} + \\ &B_1K^a_{l+1}, \cdots, A_{dN} + B_1K^a_N]. \end{aligned} \tag{22}$$

令

$$P^a = \begin{bmatrix} P^a_1 & P^a_2 & \cdots & P^a_N \\ P^a_N & P^a_1 & \cdots & P^a_{N-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P^a_2 & P^a_3 & \cdots & P^a_1 \end{bmatrix}, \tag{23}$$

$$\begin{bmatrix} P^a_1 \\ P^a_2 \\ \vdots \\ P^a_N \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{N}}(R_N \otimes I_n)\begin{bmatrix} P^a_{d1} \\ P^a_{d2} \\ \vdots \\ P^a_{dN} \end{bmatrix}. \tag{24}$$

其中 T_n 由式(11) 定义. 则

$$\begin{aligned} &T_n^{\mathrm{T}}(\beta_a(A + BK^a)^{\mathrm{T}}P^a + \beta_aP^a(A + BK^a)^{\mathrm{T}} + \\ &(A + BK^a)^{\mathrm{T}}P^a(A + BK^a) + (\beta_a^2 - r_a^2)P^a)T_n = \\ &\mathrm{diag}(\beta_aA^{\mathrm{T}}_{d1}P^a_{d1} + \beta_aP^a_{d1}A^{\mathrm{T}}_{d1} + A^{\mathrm{T}}_{d1}P^a_{d1}A_{d1} + \\ &(\beta_a^2 - r_a^2)P^a_{d1}, \cdots, \beta_aA^{\mathrm{T}}_{dl}P^a_{dl} + \beta_aP^a_{dl}A^{\mathrm{T}}_{dl} + \\ &A^{\mathrm{T}}_{dl}P^a_{dl}A_{dl} + (\beta_a^2 - r_a^2)P^a_{dl}, \cdots, \\ &\beta_a(A_{dN} + B_1K^a_{dN})^{\mathrm{T}}P^a_{dN} + \beta_aP^a_{dN}(A_{dN} + \\ &B_1K^a_{dN})^{\mathrm{T}} + (A_{dN} + B_1K^a_{dN})^{\mathrm{T}}P^a_{dN}(A_{dN} + \\ &B_1K^a_{dN}) + (\beta_a^2 - r_a^2)P^a_{dN}) < 0. \end{aligned} \tag{25}$$

由式(17) 和(18) 知式(10) 成立, 则 $u = K^ax = -B^{\mathrm{T}}P^ax$ 镇定系统(1), 闭环系统的极点位于圆 $\overline{D}_a$ 内, 圆 $\overline{D}_a$ 的中心为 $-\beta_a + \mathrm{j}0$, 半径为 r_a, 且

$$T(s) = (C + DK^a)(sI - A^a)^{-1}G. \tag{26}$$

因为 $T(s)$ 左乘和右乘正交矩阵 H_∞ 范数不变, 所以

$$
\begin{aligned}
&\| T_n^{\mathrm{T}} T(s) T_n \|_\infty = \\
&\| \mathrm{diag}[C_1(sI - A_{d1})G_{d1}, \cdots, C_1(sI - A_{dl})G_{dl}(C_1 + \\
&D_1 K^a_{d(l+1)})(sI - (A_{d(l+1)} + B_1 K^a_{d(l+1)}))G_{d(l+1)}, \\
&\cdots, (C_1 + D_1 K^a_{dN})(sI - (A_{dN} + B_1 K^a_N))G_{dN}] \|_\infty
\end{aligned} \tag{27}
$$

因此式(19)～(21)成立 □

5 计算实例

考虑如下系统

$$
\dot{x} = Ax + Bu + G\omega,
$$
$$
z = Cx + Du.
$$

其中

$$
A_1 = \begin{bmatrix} 2.3816 & 1.2325 \\ -1.6243 & 1.4639 \end{bmatrix},
$$
$$
A_2 = \begin{bmatrix} 3.6125 & 2.3574 \\ -2.7253 & 0.2582 \end{bmatrix},
$$
$$
A_3 = \begin{bmatrix} 2.5972 & 1.4835 \\ -2.3822 & 1.0098 \end{bmatrix},
$$
$$
A_4 = \begin{bmatrix} 3.5538 & 1.9746 \\ -1.2943 & 1.7624 \end{bmatrix},
$$
$$
B_1 = \begin{bmatrix} 0.5812 \\ -0.3963 \end{bmatrix},
$$
$$
G_1 = \begin{bmatrix} 0.4712 & 0.3325 \\ -0.0576 & 0.2124 \end{bmatrix},
$$
$$
G_2 = \begin{bmatrix} 0.3276 & 0.4213 \\ -0.1912 & 0.1311 \end{bmatrix},
$$
$$
G_3 = \begin{bmatrix} 0.3241 & 0.1121 \\ -0.0013 & 0.2315 \end{bmatrix},
$$
$$
G_4 = \begin{bmatrix} 0.0021 & 0.1002 \\ -0.0009 & 0.1982 \end{bmatrix},
$$
$$
C_1 = \begin{bmatrix} 1.5489 & 1.0018 \\ -0.5427 & 0.2219 \end{bmatrix},
$$
$$
D_1 = \begin{bmatrix} 0.6932 \\ -0.2545 \end{bmatrix}.
$$

假设 $\alpha = 0.6$, 选择 $\beta_a = 2.9$, $r_a = 2.5$, $l = 3$ 经过直接计算, 得

$$
A_{d1} = \begin{bmatrix} 3.5701 & 1.5948 \\ -1.2546 & 1.1111 \end{bmatrix},
$$
$$
A_{d2} = \begin{bmatrix} 2.4623 & 1.4867 \\ -0.2639 & 1.5556 \end{bmatrix},
$$
$$
A_{d3} = \begin{bmatrix} 3.3487 & 0.7543 \\ -1.2357 & 0.9784 \end{bmatrix},
$$
$$
A_{d4} = \begin{bmatrix} 4.5945 & 0.4497 \\ -1.0946 & 0.4987 \end{bmatrix},
$$
$$
G_{d1} = \begin{bmatrix} 0.3816 & 0.2325 \\ -0.6243 & 0.0549 \end{bmatrix},
$$
$$
G_{d2} = \begin{bmatrix} 0.0384 & 0.8752 \\ -0.0045 & 0.2148 \end{bmatrix},
$$
$$
G_{d3} = \begin{bmatrix} 0.4874 & 0.8650 \\ -0.0013 & 0.2745 \end{bmatrix},
$$
$$
G_{d4} = \begin{bmatrix} 0.3816 & 0.0352 \\ -0.6237 & 0.1257 \end{bmatrix},
$$
$$
P_1^a = \begin{bmatrix} 0.5398 & 0.4597 \\ -1.9746 & 0.4452 \end{bmatrix},
$$
$$
P_2^a = \begin{bmatrix} 0.4887 & 0.7495 \\ -1.5908 & 0.4370 \end{bmatrix},
$$
$$
P_3^a = \begin{bmatrix} 0.9483 & 0.5984 \\ -1.0986 & 0.7524 \end{bmatrix},
$$
$$
P_4^a = \begin{bmatrix} 0.4758 & 0.8753 \\ -1.9856 & 0.3643 \end{bmatrix}.
$$

所以 $K^a = -B^{\mathrm{T}} P^a$, $u = K^a x$, 这里 P_a 由式(23)确定 由定理 2, 当 $l = 1, 2, 3$ 时, $\| T_l \|_\infty = 0.069 < \gamma$, 且式(17)和(18)成立, 即当执行器故障少于 3 个时, 系统仍能保持稳定, 且闭环传递函数 $\| T \|_\infty < \gamma$

6 结 论

容错控制是控制界研究的一个重要课题 本文研究了一类互联系统的容错 H_∞ 控制问题, 提出了具有相似性的容错控制器的设计方法 对于对称循环互联系统, 由于它的特殊结构, 计算量可以大大降低 闭环系统的 H_∞ 范数可以简单地计算, 控制器的设计可以通过解一些低阶 Riccati 不等式而得到

参考文献(References)

[1] Zhang X, Polycarpou M M, Parisini T. A Robust and Isolation Scheme for Abrupt and Incipient Faults in Nonlinear Systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(4): 576-593.

[2] Chu D, Malabre M. Numerically Reliable Design for Proportional and Derivative State-feedback Decoupling Controller[A]. *15th Triennial World Congress of the Int Federation of Automatic Control*[C]. Barcelona, 2002: 599-604.

[3] Huang S, Lam J, Yang G, et al. Fault Tolerant Decentralized Control for Symmetrical Composite Systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(11): 2108-2114.

[4] Tortora G, Kouvaritakis B, Clarke D W. Simultaneous Optimization of Tracking Performance and Accommodation of Sensor Faults[J]. *Int J of Control*, 2002, 75(3): 163-176.

(下转第 908 页)

的一种相互关系, 从实际意义上说, $(A \to B)$ 与 $(A \vee B)$ 和 $(A \bullet B)$ 的真值表一致更接近于实际情况

6 结 语

在模糊控制的模糊推理中, 蕴涵算子采用经典的逻辑关系"$A \to B$"的推广式是不恰当的; 采用模糊 t-范数能够得到合理的结论. 一方面, 模糊控制在应用领域得到了成功的运用; 另一方面, 模糊理论仍然受到攻击. 模糊理论中的模糊推理是蕴涵"$A \to B$"的关系算子, 而实际应用中模糊推理是蕴涵 $(A \vee B)$ 或 $(A \bullet B)$ 的关系算子. 前者依据的经典逻辑推理具有不完整性, 其模糊推理存在缺陷, 经不住推敲; 后者从各方面都较合理, 并在实际应用中获得了巨大成功.

参考文献(References)

[1] Zadeh L A. Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1973, 3(1): 28-44.

[2] Dubois D, Prade H, Lang J. Fuzzy Sets in Approximate Reasoning[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1991, 40(1): 143-244.

[3] Buckley J, Hayashi Y. Can Approximate Reasoning Be Consistent[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1994, 65(1): 13-18.

[4] Wang G J. On the Logic Foundation of Fuzzy Reasoning[A]. *Lecture Notes in Fuzzy Mathematics and Computer Science*[C]. Omaha, 1997, 1: 1-48.

[5] Guan J W, Bell D A. Approximate Reasoning and Evidence Theory[J]. *Information Sciences*, 1997, 96(1): 207-235.

[6] Hajek P. *Metamathematics of Fuzzy Logic*[M]. Dordrecht: Kluwer, 1998.

[7] Wang G J. On the Logic Foundations of FMP and FMT[J]. *Fuzzy Mathematics*, 1997, 5(1): 229-250.

[8] Wang L X. *A Course in Fuzzy and Control*[M]. Hong Kong: Prentice-Hall, Inc, 2003.

[9] Elkan C. The Paradoxical Success of Fuzzy Logic[J]. *IEEE Expert*, 1994, 9(4): 3-8.

[10] 吴望名. 关于模糊逻辑的一场争论[J]. *模糊系统与数学*, 1995, 19(2): 1-10.
(Wu W M. A Controversy on Fuzzy Logic[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 1995, 19(2): 1-10.)

[11] 李洪兴. 从模糊控制的数学本质看模糊逻辑的成功[J]. *模糊系统与数学*, 1995, 19(4): 1-14.
(Li H X. To See the Success of Fuzzy Logic from Mathematical Essence of Fuzzy Control[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 1995, 19(4): 1-14.)

[12] 王国俊. 模糊推理的全蕴涵三 I 算法[J]. *中国科学*(E 辑), 1999, 29(1): 43-53.
(Wang G J. Triple I Method with Total Inference Rules of Fuzzy Reasoning[J]. *Science in China* (*Technological Sciences*), 1999, 29(1): 43-53.)

[13] 宋士吉, 冯纯伯. 关于模糊推理的全蕴涵三 I 算法的约束度理论[J]. *自然科学进展*, 2000, 10(10): 884-889.
(Song S J, Feng C B. Theory of Restriction Degree of Triple I Method with Total Inference Rules of Fuzzy Reasoning[J]. *Progress in Natural Science*, 2000, 10(10): 884-889.)

[14] 宋士吉, 吴澄. 模糊推理的反向三 I 约束算法[J]. *自然科学进展*, 2002, 12(1): 95-100.
(Song S J, Wu C. Reverse Triple I Method with Restriction Degree in Fuzzy Reasoning[J]. *Progress in Natural Science*, 2002, 12(1): 95-100.)

(上接第 904 页)

[5] Zhang Y, Zhang S. Fuzzy Adaptive Sliding Mode Decentralized Control for Interconnected[A]. *15th Triennial World Congress of the Int Federation of Automatic Control*[C]. Barcelona, 2002: 322-326.

[6] Yang G, Zhang S, Lam J, et al. Reliable Control Using Redundant Controllers[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1588-1593.

[7] Yang G, Zhang S. Decentralized Control of a Class of a Large-scale Systems with Symmetrically Interconnected Subsystems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(5): 710-713.

[8] Zhang Y, Zhang S. Decentralized Output Feedback Robust Stabilization for a Class of Nonlinear Interconnected Systems with Similarity[J]. *Control Theory and Applications*, 2001, 18(4): 573-576.

[9] Hovd M, Skogestad S. Control of Symmetrically Interconnected Plants[J]. *Automatica*, 1986, 30(6): 1617-1640.