第 20 卷 第 8 期 控 制 与 决 策 2005 年 8 月
Vol. 20 No. 8 Control and Decision Aug. 2005

文章编号: 1001-0920(2005)08-0848-06

多变量系统状态空间模型的递阶辨识

丁 锋[1], 萧德云[2]
(1. 江南大学 控制科学与工程研究中心, 江苏 无锡 214122; 2. 清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘 要: 研究多变量系统状态空间模型的递阶辨识问题, 推广了作者提出的标量系统状态和参数联合辨识算法. 当状态可量测时, 利用最小二乘原理直接辨识状态空间模型的参数矩阵; 当状态不可测时, 利用递阶辨识原理提出了状态空间模型递阶辨识方法, 使用系统输入输出数据来估计系统的未知状态和参数. 状态空间模型递阶辨识方法分为两步: 首先假设系统状态是已知的(即参数估计算法中的未知系统状态用其估计代替), 基于状态估计和系统输入输出数据递归计算系统参数估计; 然后基于系统输入输出数据和获得的参数估计, 递归计算系统的状态估计.

关键词: 参数估计; 递阶辨识; 状态空间模型; SVD 分解; 子空间技术
中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Hierarchical Identification of State Space Models for Multivariable Systems

DING Feng[1], *XIAO De-yun*[2]
(1. Control Science and Engineering Research Center, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China;
2. Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China. Correspondent: DING Feng, E-mail: fding@sytu.edu.cn)

Abstract: The combined state and parameter identification algorithm for scalar systems is extended and the hierarchical identification of state space models for mutivariable systems is studied. For systems whose states are measurable, the parameter matrices of state space models are directly identified using the least squares principle. For systems whose states are unmeasurable, according to the hierarchical identification principle, a hierarchical state-space model identification method is presented to estimate unknown parameters and states based on input-output data. The hierarchical state space model identification is divided into two steps: the system states are assumed to be known (that is, unknown states in parameter estimation algorithm are replaced with their estimates), the parameter estimates are recursively computed based on the state estimates and input-output data; and then the state estimates are recursively computed based on the input-output data and parameter estimates.

Key words: Parameter estimation; Hierarchical identification; State space models; SVD decomposition; Sub-space technique

1 引 言

传统的辨识方法, 如预报误差方法(PEM)、辅助变量方法等, 对处理标量系统差分方程模型的辨识问题是很有效的, 但对处理存在耦合的多变量工业过程, 却遇到难以克服的困难. 即使是状态空间模型描述的 SISO 过程, 对系统参数矩阵(A, B, C, D)的最优搜索也是非线性的, 以致难以找到参数的最优解, 因而限制了状态空间模型辨识方法的发展和应用. 从原理上说, PEM 可以推广用于状态空间模型, 但是这种推广将导致复杂的数值优化计算, 使得计算最优 PEM 估计不切实际[1].

状态空间模型在系统分析、系统控制、系统优化

收稿日期: 2004-04-12; **修回日期**: 2005-03-07.
基金项目: 国家自然科学基金项目(60474039).
作者简介: 丁锋(1963—), 男, 湖北广水人, 教授, 博士, 从事模型辨识与控制、多率系统等研究; 萧德云(1945—), 男, 福建仙游人, 教授, 博士生导师, 从事辨识建模、故障诊断等研究.

等方面具有独特的优点, 如状态反馈极点配置、观测器设计、最优控制等; 状态空间模型的辨识理论及其在实际过程建模的应用, 还远不及传统的辨识方法. 人们认识到这种局限性, 于上世纪 80 年代末以来, 开始致力于状态空间模型辨识方法的研究, 提出和发展了子空间辨识方法(简称 4SID). 它是通过计算输入输出数据空间的一个特别结构子空间(数据压缩阵), 使用 RQ 或 QR 分解和奇异值 SVD 分解技术, 辨识系统状态空间模型的参数矩阵 (A, B, C, D).

近 10 余年来, 子空间辨识方法得到了迅速发展, 在理论上取得了许多成果, 众多的 4SID 论文出现在国际著名的学术期刊上.《Automatica》1995 年第 12 期是辨识和系统参数估计专集, 大部分论文讨论了子空间辨识问题. Verhaegen 和 Dewilde 提出了多变量系统输出误差模型子空间辨识方法(NOESP), 阐述了子空间模型辨识方法的主要思想: 通过对输入输出数据空间进行分解, 确定系统增广能观测矩阵, 进而估计状态空间模型的参数矩阵[2]. Verhaegen 等[3,4]分析了直接和间接 MOESP 的性能. 许多文献讨论的各种子空间辨识方法, 基本都是针对噪声作用于系统的不同方式提出的[5~7], 但大多数子空间辨识方法都是离线的, 不能用于在线辨识系统参数. 它的缺点是采用的系统输入输出数据量越大, 进行 RQ 分解和奇异值 SVD 分解的计算量越大, 也越复杂.

在递推 4SID 辨识领域, 某些方法(如文献[8, 9])是刷新系统的增广能观测矩阵, 另一些方法(如文献[10, 11])是基于子空间跟踪的思想, 通过使用阵列信号处理算法[12,13]递推刷新 RQ 因子和 SVD. 对于这些 4SID 辨识方法, 每一步递推过程都需要计算 RQ 因子的 SVD 分解, 计算量是很可观的. 4SID 方法不能直接更新系统参数矩阵 (A, B, C, D) 估计值, 因此研究可用于在线和直接估计状态空间模型参数矩阵的递推辨识方法是十分必要的. 本文推广了作者提出的标量系统状态和参数联合辨识方法[14], 提出了多变量系统状态空间模型递阶辨识方法. 它是直接递归估计系统未知参数和状态, 是对 4SID 辨识方法的发展和推广.

传统辨识方法的辨识模型比较简单, 辨识模型关于参数空间通常是线性的, 且具有最小二乘格式[15]. 状态空间辨识模型则要复杂得多, 它既包含系统未知参数矩阵, 又包含未知系统状态, 且是它们乘积关系的非线性函数, 这使得研究状态空间模型的辨识方法更为困难. 值得欣喜的是, 丁锋等提出的递阶辨识的交互估计理论[16~18], 专门用来解决这类复杂关系和非常规辨识模型的辨识问题.

本文将递阶辨识的思想加以发展, 提出了多变量系统状态空间模型递阶辨识方法, 它实际上是标量系统参数和状态联合辨识方法的应用[14,19]. 状态空间模型递阶辨识方法的特点之一是使多变量系统与标量系统的辨识方法得到统一, 特点之二是不需要非线性搜索.

2　状态可测状态空间模型的辨识

考虑下列完全可控完全可观状态空间模型的辨识问题:

$$\begin{cases} x(t+1) = Ax(t) + Bu(t) + w(t), \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \cdots, u_r(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^r$ 为输入向量, $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \cdots, y_m(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^m$ 为输出向量, $w(t) = [w_1(t), w_2(t), \cdots, w_n(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$ 为零均值过程噪声向量, $v(t) = [v_1(t), v_2(t), \cdots, v_m(t)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^m$ 为零均值观测噪声向量; $A \in \mathbb{R}^{n\times n}, B \in \mathbb{R}^{n\times r}, C \in \mathbb{R}^{m\times n}, D \in \mathbb{R}^{m\times r}$ 均为待辨识的系统参数矩阵; 假设不相关噪声 $w(t)$ 和 $v(t)$ 具有下列未知协方差阵:

$$\mathrm{E}\left\{\begin{bmatrix} w(t) \\ v(t) \end{bmatrix} [w^{\mathrm{T}}(i), v^{\mathrm{T}}(i)]\right\} = \begin{bmatrix} R_w & R_{wv} \\ R_{vw} & R_v \end{bmatrix} \delta_{ti},$$

$$\delta_{ti} = \begin{cases} 1, & t = i, \\ 0, & t \neq i. \end{cases}$$

其中

$$R_w = R_w^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n\times n}, R_v = R_v^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{m\times m},$$
$$R_{wv} = R_{vw}^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{n\times m}.$$

讨论随机系统状态空间模型(1)的辨识问题, 可分为状态可测和不可测两种情况. 本文的目标是利用系统输入输出数据 $\{u(t), y(t)\}$ 和状态 $x(t)$ (状态可测时), 估计系统的参数矩阵 (A, B, C, D) 和噪声协方差阵 R_w, R_{wv}, R_v. 本节讨论状态可测, 即状态已知情形的辨识问题; 当状态不可测时, 同时估计系统的状态. 状态已知时的参数估计很容易, 这里简要介绍如下:

假设输入向量 $u(t)$, 输出向量 $y(t)$ 和系统状态向量 $x(t)$ 都是可测的, 则式(1)可写成参数矩阵 (A, B, C, D) 的线性回归模型

$$Y(t) = \theta^{\mathrm{T}}\varphi_0(t) + E(t). \tag{2}$$

其中

$$Y(t) = \begin{bmatrix} x(t+1) \\ y(t) \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n+m},$$

$$\theta^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}A & B\\ C & D\end{bmatrix}\in \mathrm{R}^{(n+m)\times(n+r)},$$

$$\varphi_0(t)=\begin{bmatrix}x(t)\\ u(t)\end{bmatrix}\in \mathrm{R}^{n+r},$$

$$E(t)=\begin{bmatrix}w(t)\\ v(t)\end{bmatrix}\in \mathrm{R}^{n+m}.$$

递推最小二乘可用于估计式(2) 的未知参数矩阵 θ, 算法如下:

$$\hat{\theta}(t+1)=\hat{\theta}(t)+L_0(t)[Y^{\mathrm{T}}(t)-\varphi_0^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t)],\tag{3a}$$

$$L_0(t)=P_0(t)\varphi_0(t)=\frac{P_0(t)\varphi_0(t)}{1+\varphi_0^{\mathrm{T}}(t)P_0(t)\varphi_0(t)},\tag{3b}$$

$$P_0(t+1)=P_0(t)-\frac{P_0(t)\varphi_0(t)\varphi_0^{\mathrm{T}}(t)P_0(t)}{1+\varphi_0^{\mathrm{T}}(t)P_0(t)\varphi_0(t)}=[I-L_0(t)\varphi_0^{\mathrm{T}}(t)]P_0(t).\tag{3c}$$

其中: I 为适当维数的单位阵; $\hat{\theta}(t)$ 为 θ 的估计, 即

$$\hat{\theta}^{\mathrm{T}}(t)=\begin{bmatrix}\hat{A}(t) & \hat{B}(t)\\ \hat{C}(t) & \hat{D}(t)\end{bmatrix}.$$

基于参数估计的 $w(t)$ 和 $v(t)$ 的协方差阵 R_w 和 R_v 以及互协方差阵 R_{wv}, 可通过下式估算:

$$\hat{R}_w=\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}[x(t+1)-\hat{A}x(t)-\hat{B}u(t)]\times[x(t+1)-\hat{A}x(t)-\hat{B}u(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$\hat{R}_v=\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}[y(t)-\hat{C}x(t)-\hat{D}u(t)]\times[y(t)-\hat{C}x(t)-\hat{D}u(t)]^{\mathrm{T}},$$

$$\hat{R}_{wv}=\frac{1}{L}\sum_{t=1}^{L}[x(t+1)-\hat{A}x(t)-\hat{B}u(t)]\times[y(t)-\hat{C}x(t)-\hat{D}u(t)]^{\mathrm{T}}.$$

其中: L 为数据长度, $[\hat{A},\hat{B},\hat{C},\hat{D}]$ 是参数估计.

3 一般状态空间模型的递阶辨识

当状态不可测时(即状态是未知的), 上述算法不能使用, 因为向量 $Y(t)$ 和 $\varphi_0(t)$ 包含了未知系统状态. 为此, 需要采用递阶辨识原理[16~18] 来估计系统的参数. 递阶辨识亦称分解辨识或分步辨识, 它的基本原理是: 在估计系统参数时, 认为系统的状态是已知的, 即状态用其估计值代替; 在估计系统状态时, 认为系统的参数是已知的, 即参数用其估计值代替. 这是一个交互估计的过程, 是随迭代次数递增的递阶辨识过程.

递阶辨识是基于输入输出数据 $\{u(t), y(t)\}$ 和状态估计 $\hat{x}(t)$, 将 $Y(t)$ 和 $\varphi_0(t)$ 包含的系统未知状态 $x(t)$ 用其估计值 $\hat{x}(t)$ 代替. 这时 $Y(t)$ 和 $\varphi_0(t)$ 分别记作 $\hat{Y}(t)$ 和 $\hat{\varphi}(t)$, 用于估计参数 θ, 算法类似于式(3). 第 1 步计算出系统的参数估计, 第 2 步用这个参数估计代替状态方程(1) 中的参数, 然后利用类似于卡尔曼滤波方法来估计系统的状态. 具体过程可参见文献[16~18]. 这里给出基于卡尔曼滤波原理的估计未知状态和未知参数的状态空间模型递阶辨识算法如下:

$$\hat{\theta}(t+1)=\hat{\theta}(t)+\frac{P(t)\hat{\varphi}(t)}{1+\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)P(t)\hat{\varphi}(t)}[\hat{Y}^{\mathrm{T}}(t)-\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)\hat{\theta}(t)],\tag{4a}$$

$$P(t+1)=P(t)-\frac{P(t)\hat{\varphi}(t)\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)P(t)}{1+\hat{\varphi}^{\mathrm{T}}(t)P(t)\hat{\varphi}(t)},\tag{4b}$$

$$\hat{x}(t+1)=\hat{A}(t)\hat{x}(t)+\hat{B}(t)u(t)+L_k(t)\times[y(t)-\hat{C}(t)\hat{x}(t)-\hat{D}(t)u(t)],\tag{4c}$$

$$L_k(t)=\hat{A}(t)P_k(t)\hat{C}^{\mathrm{T}}(t)[R_v(t)+\hat{C}(t)P_k(t)\hat{C}^{\mathrm{T}}(t)]^{-1},\tag{4d}$$

$$P_k(t+1)=\hat{A}(t)P_k(t)\hat{A}^{\mathrm{T}}(t)+R_w(t)-\hat{A}(t)P_k(t)\hat{C}^{\mathrm{T}}(t)\times[R_v(t)+\hat{C}(t)P_k(t)\hat{C}^{\mathrm{T}}(t)]^{-1}\hat{C}(t)P_k(t)\hat{A}^{\mathrm{T}}(t),\tag{4e}$$

$$\hat{Y}(t)=\begin{bmatrix}\hat{x}(t+1)\\ y(t)\end{bmatrix},\tag{4f}$$

$$\hat{\varphi}(t)=\begin{bmatrix}\hat{x}(t)\\ u(t)\end{bmatrix}.\tag{4g}$$

其中: $\hat{x}(t)$ 是状态 $x(t)$ 的估计; $[\hat{A}(t),\hat{B}(t),\hat{C}(t),\hat{D}(t)]$ 是 $[A,B,C,D]$ 的估计, 它是估计值 $\hat{\theta}(t)$ 分量. 算法中的协方差阵 R_w 和 R_v 以及互协方差阵 R_{wv}, 可通过下式估算:

$$\hat{R}_w(t)=\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}[\hat{x}(i+1)-\hat{A}(t)\hat{x}(i)-\hat{B}(t)u(i)]\times[\hat{x}(i+1)-\hat{A}(t)\hat{x}(i)-\hat{B}(t)u(i)]^{\mathrm{T}},\tag{5a}$$

$$R_v(t)=\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}[y(i)-\hat{C}(t)\hat{x}(i)-\hat{D}(t)u(i)]\times[y(i)-\hat{C}(t)\hat{x}(i)-\hat{D}(t)u(i)]^{\mathrm{T}},\tag{5b}$$

$$R_{wv}(t)=\frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}[\hat{x}(i+1)-\hat{A}(t)\hat{x}(i)-\hat{B}(t)u(i)]\times[y(i)-\hat{C}(t)\hat{x}(i)-\hat{D}(t)u(i)]^{\mathrm{T}}.\tag{5c}$$

基于卡尔曼滤波原理的状态空间模型递阶辨识算法(4) 和(5) 太复杂, 增益 $L_k(t)$ 和状态估计误差协方差 $P_k(t)$ 中还包括噪声方差, 实现这个算法很困难. 为此, 可借助于随机逼近原理和梯度迭代的思想, 把式(4c) 和(4e) 用下面简单的递归计算式代替:

$$\hat{x}(t+1)=\hat{A}(t)\hat{x}(t)+\hat{B}(t)u(t)+\rho(t)\hat{C}^{\mathrm{T}}(t)\times[y(t)-\hat{C}(t)\hat{x}(t)-\hat{D}(t)u(t)].\tag{6}$$

式中收敛因子满足

$$\rho(t)\geq 0,\ \sum\rho(t)=\infty,\ \sum\rho^2(t)<\infty.$$

式(4)和(5)构成了基于卡尔曼滤波原理的状态空间模型递阶辨识算法; 式(4a), (4b), (4f), (4g)和(6)构成了基于随机逼近原理的状态空间模型递阶辨识算法.

状态空间模型需辨识 $n(n+m+r)$ 个参数, 状态空间能观测性规范型模型待辨识的参数为 $(m+r)n$. 前者参数较多, 辨识效果不及下面的基于规范状态空间模型的递阶辨识方法.

4　规范状态空间模型的递阶辨识

考虑下列完全可控完全可观输出误差状态空间模型的辨识问题:

$$\begin{cases}x(t+1)=Ax(t)+Bu(t),\\ y(t)=Cx(t)+Du(t)+v(t).\end{cases}\tag{7}$$

各变量的定义同上. 任何能控和能观状态空间模型都等价于具有最小参数的能观测性规范型. 由系统(7)的能观性假设, 存在非异矩阵 $M\in\mathrm{R}^{n\times n}$, 使得变换 $x(t)=M\bar{x}(t)$ 把式(7)化为下列能观测性规范型:

$$\begin{cases}\bar{x}(t+1)=A_x\bar{x}(t)+B_xu(t),\\ y(t)=C_y\bar{x}(t)+Du(t)+v(t).\end{cases}\tag{8}$$

其中

$$A_x=M^{-1}AM=\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}&\cdots&A_{1m}\\A_{21}&A_{22}&\cdots&A_{2m}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\A_{m1}&A_{m2}&\cdots&A_{mm}\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n\times n},$$

$$A_{ii}=\begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\0&0&\cdots&1\\a_{ii}(1)&a_{ii}(2)&\cdots&a_{ii}(n_i)\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n_i\times n_i},$$

$$A_{ij}=\begin{bmatrix}0&\cdots&0\\\vdots&\ddots&\vdots\\0&\cdots&0\\a_{ij}(1)&\cdots&a_{ij}(n_j)\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n_i\times n_j},\ i\neq j,$$

$$B_x=M^{-1}B=:\begin{bmatrix}B_1\\B_2\\\vdots\\B_m\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n\times r},$$

$$B_i=:\begin{bmatrix}b_{i1}\\b_{i2}\\\vdots\\b_{in_i}\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n_i\times r},\ b_{ij}\in\mathrm{R}^{1\times r},$$

$$C_y=CM=\mathrm{diag}[e_1^{\mathrm{T}},e_2^{\mathrm{T}},\cdots,e_m^{\mathrm{T}}]\in\mathrm{R}^{m\times n},$$

$$e_i=[1,0,\cdots,0]^{\mathrm{T}}\in\mathrm{R}^{n_i}.$$

变换矩阵为

$$M=\begin{bmatrix}C_1\\C_1A\\\vdots\\C_1A^{n_1-1}\\\vdots\\C_m\\C_mA\\\vdots\\C_mA^{n_m-1}\end{bmatrix}\in\mathrm{R}^{n\times n}.$$

其中: C_i 为 C 的第 i 行; $n_i\geq 1$ 是能观测性结构指数, 满足 $n_1+n_2+\cdots+n_m=n$.

令

$$\bar{x}(t)=\begin{bmatrix}\bar{x}_1(t)\\\bar{x}_2(t)\\\vdots\\\bar{x}_m(t)\end{bmatrix},\ \bar{x}_i(t)=\begin{bmatrix}\bar{x}_{i1}(t)\\\bar{x}_{i2}(t)\\\vdots\\\bar{x}_{in_i}(t)\end{bmatrix},$$

则式(8)可等价写成

$$\begin{bmatrix}\bar{x}_1(t+1)\\\bar{x}_2(t+1)\\\vdots\\\bar{x}_m(t+1)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11}&A_{12}&\cdots&A_{1m}\\A_{21}&A_{22}&\cdots&A_{2m}\\\vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\A_{m1}&A_{m2}&\cdots&A_{mm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar{x}_1(t)\\\bar{x}_2(t)\\\vdots\\\bar{x}_m(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}B_1\\B_2\\\vdots\\B_m\end{bmatrix}u(t),\tag{9a}$$

$$\begin{bmatrix}y_1(t)\\y_2(t)\\\vdots\\y_m(t)\end{bmatrix}=\mathrm{diag}[e_1^{\mathrm{T}},e_2^{\mathrm{T}},\cdots,e_m^{\mathrm{T}}]\begin{bmatrix}\bar{x}_1(t)\\\bar{x}_2(t)\\\vdots\\\bar{x}_m(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}d_1\\d_2\\\vdots\\d_m\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}v_1(t)\\v_2(t)\\\vdots\\v_m(t)\end{bmatrix}.\tag{9b}$$

其中 d_i 为 D 的第 i 行. 把式(19)分解为 m 个子系统, 有

$$\bar{x}_i(t+1)=\sum_{j=1}^{m}A_{ij}\bar{x}_j(t)+B_iu(t),\tag{10}$$

或

$$\begin{bmatrix}\bar{x}_{i1}(t+1)\\ \bar{x}_{i2}(t+1)\\ \vdots \\ \bar{x}_{in_i}(t+1)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0&1&\cdots&0\\ \vdots&\vdots&\ddots&\vdots\\ 0&0&\cdots&1\\ a_{ii}(1)&a_{ii}(2)&\cdots&a_{ii}(n_i)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar x_{i1}(t)\\ \bar x_{i2}(t)\\ \vdots\\ \bar x_{in_i}(t)\end{bmatrix} + \sum_{j\neq i}^{m} \begin{bmatrix}0&\cdots&0\\ \vdots&\ddots&\vdots\\ 0&\cdots&0\\ a_{ij}(1)&\cdots&a_{ij}(n_j)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\bar x_{j1}(t)\\ \bar x_{j2}(t)\\ \vdots\\ \bar x_{jn_j}(t)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}b_{i1}\\ b_{i2}\\ \vdots\\ b_{in_i}\end{bmatrix}u(t), \tag{11a}$$

$$y_i(t) = e_i^{\mathrm T}\bar x_i(t) + d_i u(t) + v_i(t) = \bar x_{i1}(t) + d_i u(t) + v_i(t). \tag{11b}$$

进一步分解可得

$$\begin{cases}\bar x_{i1}(t+1) = \bar x_{i2}(t) + b_{i1}u(t),\\ \bar x_{i2}(t+1) = \bar x_{i3}(t) + b_{i2}u(t),\\ \quad\vdots\\ \bar x_{in_i}(t+1) = a_i^{\mathrm T}\bar x(t) + b_{in_i}u(t).\end{cases} \tag{12}$$

其中

$$a_i = [a_{i1}(1),\cdots,a_{i1}(n_1),\cdots, a_{im}(1),\cdots,a_{im}(n_m)]^{\mathrm T} \in \mathrm R^n.$$

设 z 为单位前移算子, 即 $zu(t) = u(t+1)$. 用 z^{n_i-j} 乘以式(12) 第 j 式($j = 1,2,\cdots,n_i$), 相加得到

$$\bar x_{i1}(t+n_i) = a_i\bar x(t) + b_{i1}u(t+n_i-1) + b_{i2}u(t+n_i-2) + \cdots + b_{in_i-1}u(t+1) + b_{in_i}u(t). \tag{13}$$

由式(11) 和(13) 可得

$$y_i(t+n_i) = a_i\bar x(t) + d_iu(t+n_i) + b_{i1}u(t+n_i-1) + \cdots + b_{in_i-1}u(t+1) + b_{in_i}u(t) + v_i(t+n_i) = \varphi_i^{\mathrm T}(t)\theta_i + v_i(t+n_i),\ i = 1,2,\cdots,m. \tag{14}$$

其中

$$\theta_i = \begin{bmatrix}a_i\\ b_i\end{bmatrix},$$

$$b_i = [d_i, b_{i1},\cdots,b_{in_i}]^{\mathrm T} \in \mathrm R^{r(n_i+1)},$$

$$\varphi_i(t) = [\bar x^{\mathrm T}(t), u^{\mathrm T}(t+n_i),\cdots,u^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T} \in \mathrm R^{n+r(n_i+1)}.$$

从辨识表达式(14) 可以看出, 它既包含待辨识的未知参数向量 θ_i, 又包含系统未知状态向量 $\bar x(t)$, 这使得辨识更为复杂, 必须采用递阶辨识原理. 即在估计参数向量 θ_i 时, $\varphi_i(t)$ 中未知系统状态向量 $\bar x(t)$ 用其对应的估计值 $\hat x(t)$ 代替; 在估计状态向量 $\bar x(t+1)$ 时, 未知参数向量 θ_i 用它在 t 时刻的估计值 $\hat\theta_i(t)$ 代替. 于是, 便得到估计参数向量 θ_i 和状态向量 $\bar x(t)$ 的递阶辨识算法如下:

参数估计算法

$$\hat\theta_i(t+1) = \hat\theta_i(t) + \frac{P_i(t)\hat\varphi_i(t)}{1+\hat\varphi_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)\hat\varphi_i(t)}[y_i(t+n_i) - \hat\varphi_i^{\mathrm T}(t)\hat\theta_i(t)], \tag{15a}$$

$$P_i(t+1) = P_i(t) - \frac{P_i(t)\hat\varphi_i(t)\hat\varphi_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)}{1+\hat\varphi_i^{\mathrm T}(t)P_i(t)\hat\varphi_i(t)}, \tag{15b}$$

$$\hat\varphi_i(t) = [\hat x^{\mathrm T}(t), u^{\mathrm T}(t+n_i),\cdots,u^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T} \in \mathrm R^{n+r(n_i+1)}, \tag{15c}$$

$$\hat\theta_i(t) = \begin{bmatrix}\hat a_i(t)\\ \hat b_i(t)\end{bmatrix} \in \mathrm R^{n+r(n_i+1)}. \tag{15d}$$

状态估计算法

$$\hat x_i(t+1) = \sum_{j=1}^{m}\hat A_{ij}(t)\hat x_j(t) + \hat B_i(t)u(t) + \rho(t)e_i[y_i(t) - \hat\varphi_i^{\mathrm T}(t-n_i)\hat\theta_i(t)]. \tag{16}$$

其中: $\hat x(t)$ 是状态 $\bar x(t)$ 的估计; $[\hat A_{ij}(t), \hat B_{ij}(t)]$ 是 $[A_{ij}, B_{ij}]$ 的估计, 它是由 $\hat\theta_i(t) = [\hat a^{\mathrm T}(t), \hat b^{\mathrm T}(t)]^{\mathrm T}$ 的分量构成的; 收敛因子 $\rho_i(t)$ 满足的条件同上.

式(15) 和(16) 构成了基于随机逼近原理的规范状态空间模式递阶辨识算法. 如果利用卡尔曼滤波原理估计每个子系统的状态, 则算法如下:

$$\hat x_i(t+1) = \sum_{j=1}^{m}\hat A_{ij}(t)\hat x_j(t) + \hat B_i(t)u(t) + L_{ki}(t)[y_i(t) - \hat\varphi_i^{\mathrm T}(t-n_i)\hat\theta_i(t)], \tag{17a}$$

$$L_{ki}(t) = \frac{\hat A_{ii}(t)P_{ki}(t)e_i}{\sigma_{v_i}^2(t) + e_i^{\mathrm T}P_{ki}(t)e_i}, \tag{17b}$$

$$P_{ki}(t+1) = \hat A_{ii}(t)P_{ki}(t)\hat A_{ii}^{\mathrm T}(t) - \frac{\hat A_{ii}(t)P_{ki}(t)e_ie_i^{\mathrm T}P_{ki}(t)\hat A_{ii}^{\mathrm T}(t)}{\sigma_{v_i}^2(t) + e_i^{\mathrm T}P_{ki}(t)e_i}. \tag{17c}$$

噪声 $v_i(t)$ 的方差 $\sigma_{v_i}^2$ 可用下式估算:

$$\hat{\sigma}_{v_i}^2(t) = \sum_{j=1}^{t}[y_i(j) - \varphi_i^{T}(j - n_i)\hat{\theta}_i(t)]^2,$$
$$i = 1, 2, \cdots, m. \tag{18}$$

也可利用卡尔曼滤波原理, 同时估计整个系统的状态, 算法如下:

$$\hat{x}(t+1) = \hat{A}_x(t)\hat{x}(t) + \hat{B}_x(t)u(t) + L_x(t)\Delta(t), \tag{19a}$$

$$\Delta(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) - \hat{\varphi}_1^{T}(t - n_1)\hat{\theta}_1(t) \\ y_2(t) - \hat{\varphi}_2^{T}(t - n_2)\hat{\theta}_2(t) \\ \vdots \\ y_m(t) - \hat{\varphi}_m^{T}(t - n_m)\hat{\theta}_m(t) \end{bmatrix}, \tag{19b}$$

$$L_x(t) = \hat{A}_x(t)P_x(t)C_y^{T}[\hat{R}_v(t) + C_yP_x(t)C_y^{T}]^{-1}, \tag{19c}$$

$$P_x(t+1) = \hat{A}_x(t)P_x(t)\hat{A}_x^{T}(t) - \hat{A}_x(t)P_x(t)C_y^{T}[\hat{R}_v(t) + C_yP_x(t)C_y^{T}]^{-1}C_yP_x(t)\hat{A}_x^{T}(t). \tag{19d}$$

噪声向量 $v(t)$ 的协方差阵 R_v 可用下式估算:

$$\hat{R}_v(t) = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t}[y(i) - C_y\hat{x}(i) - \hat{D}(t)u(i)] \times [y(i) - C_y\hat{x}(i) - \hat{D}(t)u(i)]^{T}. \tag{20}$$

为方便起见, 上述算法中取 $\hat{\sigma}_{v_i}^2(t) = 1, \hat{R}_v(t) = I.$

5　结　　语

本文考虑状态可测和不可测两种情况, 提出了估计状态空间模型参数和状态的递阶辨识方法. 虽然该算法是针对状态和观测中含白噪声干扰的系统给出的, 但所使用的方法可以推广用于辨识卡尔曼新息模型描述的系统, 以及输出和状态中含彩色噪声干扰的系统的辨识问题. 关于所提出的状态空间模型递阶辨识算法的性能分析, 仍需进行深入研究.

参考文献(References)

[1] Viberg M. Subspace-based Methods for the Identification of Linear Time-invariant Systems[J]. *Automatica*, 1995, 31(12): 1835-1851.

[2] Verhaegen M, Dewilde P. Subspace Model Identification — Part 1: The Output-error State Space Model Identification Class of Algorithms[J]. *Int J Control*, 1992, 56(5): 1187-1210.

[3] Verhaegen M, Dewilde P. Subspace Model Identification — Part 2: Analysis of the Elementary Output-error State Space Model Identification Algorithm[J]. *Int J Control*, 1992, 56(5): 1211-1241.

[4] Verhaegen M. Subspace Model Identification — Part 3: Analysis of the Ordinary Output-error State Space Model Identification Algorithm[J]. *Int J Control*, 1993, 58(3): 555-586.

[5] Verhaegen M. Identification of the Deterministic Part of MIMO State Space Models Given in Innovations Form from Input-output Data[J]. *Automatica*, 1994, 30(1): 61-71.

[6] Chou C T, Verhaegen M. Subspace Algorithms for the Identification of Multivariable Dynamic Error-in-variable Models[J]. *Automatica*, 1997, 33(10): 1857-1869.

[7] Van Overshee P, De Morr B. N4SID: Subspace Algorithm for the Identification of Combined Deterninestochastic Systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(1): 75-93.

[8] Gustafsson T. Instrumental Variable Subspace Tracking Using Projection Approximation[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1988, 46(3): 669-681.

[9] Oku H, Kimurab H. Recusive 4SID Algorithms Using Gradient Type Subspace Tracking[J]. *Automatica*, 2002, 38(6): 1035-1043.

[10] Verhaegen M, Deprettere E. A Fast Recursive MIMO State Space Model Identification Algorithm[A]. *Proc of the* 1991 *Conf on Decision and Control*[C]. Brighton, 1991: 1349-1354.

[11] Lovera M, Gustafsson T, Verhaegen M. Recursive Subspace Identification of Linear and Non-linear Wiener State-space Models[J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1651-1658.

[12] Yang B. Asymptotic Convergence Analysis of the Projection Approximation Subspace Tracking Algorithm[J]. *Signal Processing*, 1996, 50(1): 123-136.

[13] Yang B. Projection Approximation Subspace Tracking[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1995, 43(1): 95-107.

[14] 丁锋, 谢新民. 系统参数和状态联合估计[J]. *控制与决策*, 1994, 9(3): 223-225.
(Ding F, Xie X M. Combined Estimaton of System Parameters and States[J]. *Control and Decision*, 1994, 9(3): 223-225.)

[15] 方崇智, 萧德云. *过程辨识*[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
(Fang C Z, Xiao D Y. *Process Identification*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998.)

[16] 丁锋, 杨家本. 大系统的递阶辨识[J]. *自动化学报*, 1999, 25(5): 647-654.
(Ding F, Yang J B. Hierarchical Identification for Large Systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(5): 647-654.)

(下转第 859 页)

$\beta_7 \times 0.3 + \beta_8 \times 0.5 + \beta_9 + \beta_{13} + \beta_{14} + \beta_{15} = 0.7826465$.

上述结果说明, 当滤波器出现较严重的故障时, 系统出现严重故障的可能性较大, 这与实际情况是相符的. 所以若已知各部件的故障状态, 应用模糊故障树可以计算出系统的故障模糊可能性.

4　结　论

本文用模糊可能性代替故障概率, 用模糊数描述事件的故障程度. T-S 模糊门代替故障树中传统的与、或、非门, 以描述复杂系统中无法找到部件之间的精确联系, 从而得到一种新的故障树分析方法.

引入模糊可能性和 T-S 模糊门构造 T-S 模糊故障树, 解决了零部件故障概率和系统故障机理的不确定性问题. 在对故障的描述中, 引入了故障程度的概念, 使故障树与实际情况更加吻合. 模糊逻辑的引入也为语言等模糊信息的充分应用创造了条件. 由于 T-S 模糊故障树不需要大量的故障历史数据来获得零部件精确的故障概率, 也不需要掌握精确的故障机理, 使故障树建立的难度大大下降. 本文方法可以大大拓宽故障树分析的应用范围.

参考文献(References)

[1] Burdick G R, Fussel J B, Rasmuson D M, et al. Phased Mission Analysis: A Review of New Developments and an Application[J]. *IEEE Trans Reliability*, 1977, 26(1): 43-49.

[2] Cepin M, Mavko B. Probabilistic Safety Assessment Improves Surveillance Requirements in Technical Specification[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 1997, 56(1): 69-77.

[3] Marko C, Borut M. A Dynamic Fault Tree[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2002, 75(1): 83-91.

[4] Vaurio J K. Common Cause Failure Probabilities in Stand by Safety System Fault Tree Analysis with Testing-scheme and Timing Dependencies[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2003, 79(1): 43-57.

[5] Alireza E, Seyed G M. FPGA-based Monte Carlo Simulation for Fault Tree Analysis[J]. *Microelectronics Reliability*, 2004, 44(6): 1017-1028.

[6] Huang H Z, Tong X, Zuo M J. Posbist Fault Tree Analysis of Coherent Systems[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 2004, 84(2): 141-148.

[7] Sohn S D, Seong P H. Quantitative Evaluation of Safety Critical Software Testability Based on Fault Tree Analysis and Entropy[J]. *J of Systems and Software*, 2004, 73(2): 351-360.

[8] Chanda R S, Bhattacharijee P K. A Reliability Approach to Transmission Expansion Planning Using Fuzzy Fault-tree Model[J]. *Electric Power Systems Research*, 1998, 45(2): 101-108.

[9] Antonio C F, Nelson F F. Fuzzy FTA: A Fuzzy Fault Tree System for Uncertainty Analysis[J]. *Annals of Nuclear Energy*, 1999, 26(6): 523-532.

[10] Athanassios B, Fragiskos B. Fuzzy Fault Tree Analysis as a Mechanism for Technical Support to Small/Medium Electroplaters on a Quasi Online/Real-time Basis[A]. *IEEE ICIT* 2003[C]. Maribor, 2003: 36-41.

[11] Lin C T, Wang M J. Hybrid Fault Tree Analysis Using Fuzzy Sets[J]. *Reliability Engineering and System Safety*, 1997, 58(3): 205-213.

[12] Fragiskos B, Christina G. Investigating the Cause of Biosensor SNR Decrease by Means of Fault Tree Analysis[A]. *IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conf*[C]. Como, 2004: 1465-1470.

(上接第 853 页)

[17] Ding F, Chen T W. Hierarchical Gradient-based Identification of Multivariable Discrete-time Systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 315-325.

[18] Ding F, Chen T W. Iterative Least Squares Solutions of Coupled Sylvester Matrix Equations[J]. *Systems and Control Letters*, 2005, 54(2): 95-107.

[19] 谢新民, 丁锋. *自适应控制系统*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(Xie X M, Ding F. *Adaptive Control Systems*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)