

文章编号: 1001-0920(2005)08-0935-04

非最小相位 SMO 系统的盲辨识方法

胡怀中, 刘文江, 王 勇, 李 嘉

(西安交通大学 电子与信息工程学院, 西安 710049)

摘 要: 提出一种非最小相位 SMO 系统的盲辨识方法。SMO 系统的多个输出可重新组合为具有循环平稳特性的输出序列, 利用信号子空间与噪声子空间正交的特性, 可求解系统的模型参数。该方法能辨识最小相位对象的结构参数, 对非最小相位对象以及具有无限冲击响应的对象同样有效。该方法运算复杂度低, 辨识速度快。仿真结果验证了其有效性。

关键词: 非最小相位; 单输入多输出; 盲辨识

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

A Blind Identification Method for Nonminimum Phase SMO Systems

HU Huai-zhong, LIU Wen-jiang, WANG Yong, LI Jia

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China. Correspondent: HU Huai-zhong, E-mail: huhuaizhong@263.net)

Abstract: A new blind identification method for nonminimum phase SMO systems is proposed. The outputs of each channel are re-organized as a new output sequence, which has cyclostationarity property. Based on subspace decompositions the parameters of different channels are estimated separately. Compared with conventional approaches, this method is not only suitable for the identification of minimum phase systems but also effective to nonminimum or IR systems. The method has less computation complex and high estimation speed. The simulation result illustrates the efficiency.

Key words: Nonminimum phase; SMO; Blind identification

1 引 言

在传统的系统辨识问题中, 系统的输入及输出均可通过采样获得, 但在信号恢复以及地震信号处理等领域, 往往只能得到系统的带噪输出, 系统的输入信号及数学模型则完全未知; 或者只能得到系统输入信号的统计特性, 要求用系统的带噪输出辨识系统的数学模型。这一问题称为盲辨识问题。

近年来, 高阶矩方法和过采样方法在 SMO 系统的盲辨识领域获得了很大的成功。基于子空间分解的方法也较好地解决了 SMO 有限冲击响应 (SMO-FIR) 系统的盲辨识问题^[1-4]。然而, 对于非

最小相位 SMO 系统的盲辨识问题, 至今仍无有效的辨识方法。本文提出一种新的非最小相位 SMO 系统的盲辨识方法, 将多个通道的输出重新组合为具有循环平稳特性的信号结构, 引入子空间分解的方法, 可以有效地分别辨识出不同通道的结构参数。

2 SMO 系统输出矩阵的子空间分解

SMO 系统的结构如图 1 所示。

在图 1 中, $u(n)$ 为未知系统输入, $r_m(n)$ 为第 m 个通道的输出, $m = 1, 2, \dots, M$, M 为通道数; 第 m 个通道的实际可观测输出为 $y_m(n)$, 被白噪声 $w_m(n)$ 污染; $z^{-k_m} B_m(z^{-1})/A_m(z^{-1})$ 为第 m 个通道的传递

收稿日期: 2004-09-20; 修回日期: 2004-12-06

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60074030); 高等学校博士学科点专项基金项目 (20010698001)。

作者简介: 胡怀中(1974—), 男, 西安人, 讲师, 博士生, 从事系统辨识、智能控制的研究; 刘文江(1935—), 男, 福建福州人, 教授, 博士生导师, 从事过程控制、信号融合等研究。

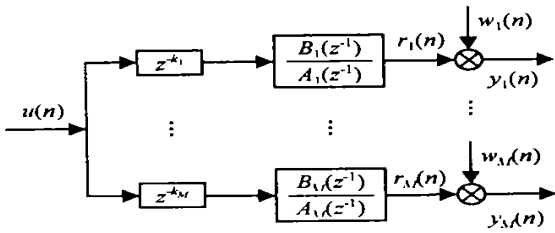


图1 SMO 系统结构

函数, k_m 为通道延迟 通道传递函数的分母多项式和分子多项式可分别表示为

$$A_m(z^{-1}) = 1 + a_{m,1}z^{-1} + \dots + a_{m,n_{am}}z^{-n_{am}},$$

$$B_m(z^{-1}) = b_{m,1}z^{-1} + \dots + b_{m,n_{bm}}z^{-n_{bm}}.$$

式中 n_{am} 和 n_{bm} 分别为 $A_m(z^{-1})$ 和 $B_m(z^{-1})$ 的阶数

如果通道延迟 k_m 已知, 不失一般性, 可设 $k_m = 0$ 于是第 m 个通道的输出 $y_m(n)$ 可写成

$$y_m(n) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})}u(n) + w_m(n). \quad (1)$$

为讨论方便, 进一步提出以下假设:

- 1) 未知输入 $u(n)$ 满足持续激励条件;
- 2) 第 m 个通道传递函数的分母多项式与分子多项式 $A_m(z^{-1})$ 和 $B_m(z^{-1})$ 无共同因子, $m = 1, 2, \dots, M$;
- 3) 多项式 $A_m(z^{-1})$ 是稳定的;
- 4) 观测噪声 $w_m(n)$ 为零均值独立白噪声序列, 且与输入 $u(n)$ 不相关

设输入 $u(n)$ 为平稳过程, 输出协方差函数 $R_{m_1, m_2}^y(n, n - \tau)$ 定义为

$$R_{m_1, m_2}^y(n, n - \tau) = E\{y_{m_1}(n)y_{m_2}^*(n - \tau)\}, \quad (2a)$$

$$R_{m_1, m_2}^y(n + i, n + i - \tau) = E\{y_{m_1}(n + i)y_{m_2}^*(n + i - \tau)\} = E\{y_{m_1}(n)y_{m_2}^*(n - \tau)\} = R_{m_1, m_2}^y(n, n - \tau). \quad (2b)$$

由式(2)可知, $R_{m_1, m_2}^y(n, n - \tau)$ 与 n 无关 为描述简便, 可将 $R_{m_1, m_2}^y(n, n - \tau)$ 表示为 $R_{m_1, m_2}^y(\tau)$.

定义新的输出序列 $y(k)$, 当 $k = Mn + m$ 时, 有 $y(k) = y(Mn + m) = y_m(n)$, (3)

显然 $y(k)$ 具有循环平稳特性

由式(1)可得

$$y_{m_1}(n) - w_{m_1}(n) = \frac{B_{m_1}(z^{-1})}{A_{m_1}(z^{-1})}u(n), \quad (4a)$$

$$y_{m_2}(n) - w_{m_2}(n) = \frac{B_{m_2}(z^{-1})}{A_{m_2}(z^{-1})}u(n). \quad (4b)$$

进一步可推出

$$B_{m_2}(z^{-1})A_{m_1}(z^{-1})(y_{m_1}(n) - w_{m_1}(n)) = B_{m_1}(z^{-1})A_{m_2}(z^{-1})(y_{m_2}(n) - w_{m_2}(n)). \quad (5)$$

由式(1), 无噪声输出 $r_m(n)$ 可表示为

$$r_m(n) = [b_{m,1} \dots b_{m,n_{bm}}] \begin{bmatrix} \frac{u(n-1)}{A_m(z^{-1})} \\ \vdots \\ \frac{u(n-n_{bm})}{A_m(z^{-1})} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

令

$$r_m^L(n) = [r_m(n) \dots r_m(n-L+1)]^T,$$

$$B_m(L) = \begin{bmatrix} b_{m,1} & \dots & b_{m,n_{bm}} \\ \vdots & & \vdots \\ & & b_{m,1} & \dots & b_{m,n_{bm}} \end{bmatrix} \Bigg\} L,$$

$$u_m^L(n) = \begin{bmatrix} \frac{u(n-1)}{A_m(z^{-1})} & \dots & \frac{u(n-n_{bm}-L+1)}{A_m(z^{-1})} \end{bmatrix}^T.$$

则式(6)可进一步写成

$$r_m^L(n) = B_m(L)u_m^L(n). \quad (7)$$

令

$$u_{m_1, m_2}^L(n) = \begin{bmatrix} \frac{u(n-1)}{A_{m_1}(z^{-1})A_{m_2}(z^{-1})} & \dots & \frac{u(n-n_{bm_1}-n_{am_2}-L+1)}{A_{m_1}(z^{-1})A_{m_2}(z^{-1})} \end{bmatrix}^T,$$

$$A_m(L) = \begin{bmatrix} 1 & a_{m,1} & \dots & a_{m,n_{am}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ & & 1 & a_{m,1} & \dots & a_{m,n_{am}} \end{bmatrix} \Bigg\} L.$$

则式(7)可写成

$$r_{m_1}^L(n) = B_{m_1}(L)A_{m_2}(L+n_{bm_1}-1)u_{m_1, m_2}^L(n). \quad (8)$$

对于任意整数对 (m_1, m_2) , $m_1 \neq m_2$, 不失一般性, 假设 $n_{bm_1} + n_{am_2} > n_{bm_2} + n_{am_1}$ 可得

$$\begin{bmatrix} r_{m_1}^L(n) \\ r_{m_2}^L(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{m_1}(L)A_{m_2}(L+n_{bm_1}-1) \\ B_{m_2}(L)A_{m_1}(L+n_{bm_2}-1) \end{bmatrix} u_{m_1, m_2}^L(n). \quad (9)$$

如不满足假设条件, 可将整数对 (m_1, m_2) 交换位置 定义下列矩阵:

$$R_{m_1, m_2}^L(N) = \begin{bmatrix} r_{m_1}^L(N) & \dots & r_{m_1}^L(1) \\ r_{m_2}^L(N) & \dots & r_{m_2}^L(1) \end{bmatrix},$$

$$U_{m_1, m_2}^L(N) = [u_{m_1, m_2}^L(N) \dots u_{m_1, m_2}^L(1)],$$

$$C_{m_1, m_2}(L) = \begin{bmatrix} B_{m_1}(L)A_{m_2}(L+n_{bm_1}-1) \\ B_{m_2}(L)A_{m_1}(L+n_{bm_2}-1) \end{bmatrix}.$$

则式(9)可表示为

$$R_{m_1, m_2}^L(N) = C_{m_1, m_2}(L)U_{m_1, m_2}^L(N), \quad (10)$$

式中 $C_{m_1, m_2}(L)$ 的维数为 $2L \times \max(L+n_{bm_1}+n_{am_2}-1, L+n_{bm_2}+n_{am_1}-1)$.

选取 $L = \max(n_{bm_1}+n_{am_2}, n_{bm_2}+n_{am_1})$, 则无噪声输出矩阵 $R_{m_1, m_2}^L(N)$ 的秩为 $L + \max(n_{bm_1}+n_{am_2},$

$$n_{b_2} + n_{a_1}) - 1.$$

考察带噪输出 $y_m(n) = r_m(n) + w_n(n)$, 根据式 (10) 可得

$$Y_{m_1, m_2}^L(N) = C_{m_1, m_2}(L) U_{m_1, m_2}^L(N) + W_{m_1, m_2}^L(N). \quad (11)$$

式中 $Y_{m_1, m_2}^L(N), W_{m_1, m_2}^L(N)$ 与 $R_{m_1, m_2}^L(N)$ 结构相同根据假设条件 1) ~ 4), 可得

$$\begin{aligned} \lim_N Y_{m_1, m_2}^L(N) (Y_{m_1, m_2}^L(N))^T / N &= \\ \lim_N \{R_{m_1, m_2}^L(N) (R_{m_1, m_2}^L(N))^T + & \\ W_{m_1, m_2}^L(N) (W_{m_1, m_2}^L(N))^T\} / N &= \\ \lim_N R_{m_1, m_2}^L(N) (R_{m_1, m_2}^L(N))^T / N + & \\ \begin{bmatrix} \sigma_{w, m_1}^2 I_{L \times L} & 0 \\ 0 & \sigma_{w, m_2}^2 I_{L \times L} \end{bmatrix} &. \end{aligned} \quad (12)$$

为描述简便, 定义 $\lim_N Y_{m_1, m_2}^L(N) \times (Y_{m_1, m_2}^L(N))^T / N = P$.

如果 $\sigma_{w, m_1}^2 = \sigma_{w, m_2}^2$, 对式 (12) 作子空间分解, 可得

$$P = [U_s \ U] \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U^T \end{bmatrix}. \quad (13)$$

式中: U_s 为由 $C_{m_1, m_2}(L)$ 张成的信号子空间, U 为噪声子空间

如果 $\sigma_{w, m_1}^2 \neq \sigma_{w, m_2}^2$, 则引入噪声均衡矩阵

$$\tilde{P} = \begin{cases} \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & (\sigma_{w, m_1}^2 - \sigma_{w, m_2}^2) I_{L \times L} \end{bmatrix}, & \sigma_{w, m_1}^2 > \sigma_{w, m_2}^2; \\ \begin{bmatrix} (\sigma_{w, m_2}^2 - \sigma_{w, m_1}^2) I_{L \times L} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \sigma_{w, m_2}^2 > \sigma_{w, m_1}^2 \end{cases}$$

对 $P + \tilde{P}$ 作子空间分解, 可得

$$P + \tilde{P} = [\bar{U}_s \ \bar{U}] \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_s^T \\ \bar{U}^T \end{bmatrix}. \quad (14)$$

式中: \bar{U}_s 为信号子空间, \bar{U} 为噪声子空间

3 系统的盲辨识方法

首先考察两通道的情况, 通道号 $m_1 = 1, m_2 = 2$ 设观测噪声 $w_m(n)$ 具有相同方差 $\sigma_{w, 1}^2 = \sigma_{w, 2}^2$, 根据式 (13) 可得

$$\begin{aligned} \lim_N Y_{1, 2}^L(N) (Y_{1, 2}^L(N))^T / N &= \\ [U_s \ U] \begin{bmatrix} \Sigma & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s^T \\ U^T \end{bmatrix} &. \end{aligned} \quad (15)$$

式中信号子空间 U_s 的行数为 $L + \max(n_{b_1} + n_{a_2}, n_{b_2} + n_{a_1})$, 噪声子空间 U 的行数为 $L - \max(n_{b_1} + n_{a_2}, n_{b_2} + n_{a_1})$, U_s 由 $C_{m_1, m_2}(L)$ 张成

根据假设 4), 可知信号子空间与噪声子空间正交, 因此 $C_{m_1, m_2}(L)$ 与噪声子空间 U 正交^[2]. 当观测

噪声方差不同时, 利用式 (14) 中引入均衡矩阵的方法可得到类似结论

采用改进的 MUSIC 算法^[5], 可在小信噪比下最优地估计出 $C_{m_1, m_2}(L)$, 即估计得到 $A_1(z^{-1})B_2(z^{-1})$ 和 $A_2(z^{-1})B_1(z^{-1})$. 下面的问题是如何将 $A_1(z^{-1}), B_2(z^{-1}), A_2(z^{-1}), B_1(z^{-1})$ 从 $A_1(z^{-1})B_2(z^{-1})$ 和 $A_2(z^{-1})B_1(z^{-1})$ 中分离出来 由式 (4a) 和 (4b) 可得

$$y_1(n) - w_1(n) = \frac{A_2(z^{-1})B_1(z^{-1})}{A_2(z^{-1})A_1(z^{-1})} u(n), \quad (16a)$$

$$y_2(n) - w_2(n) = \frac{A_1(z^{-1})B_2(z^{-1})}{A_1(z^{-1})A_2(z^{-1})} u(n). \quad (16b)$$

由于 $A_1(z^{-1})B_2(z^{-1})$ 和 $A_2(z^{-1})B_1(z^{-1})$ 已经估计得到, 式 (16a) 和 (16b) 可以看成两个具有相同未知分母多项式和不同已知分子多项式的信道 利用文献 [6] 的方法, 可以辨识出分母多项式 $A_1(z^{-1})A_2(z^{-1})$, 约减相同因子, 即可分别得到 $A_1(z^{-1}), B_2(z^{-1}), A_2(z^{-1}), B_1(z^{-1})$.

如果通道数 $M > 2$, 同样使用两通道辨识的方法, 便可分别两两求得多项式 $A_{m_1}(z^{-1})B_{m_2}(z^{-1}), m_1, m_2$ 通过提取公因子, 可以确定各信道的零极点 假设 $M = 3$, 分别求解方程 $A_1(z^{-1})B_2(z^{-1}) = 0$ 和 $A_1(z^{-1})B_3(z^{-1}) = 0$ 的根 $\{x_i\}$ 和 $\{x_j\}$, 则 $A_1(z^{-1})$ 的极点可由 $\{x_i\} \cup \{x_j\}$ 确定, 进而可确定其他零极点

4 仿真验证

设 SMO 系统的通道数为 2, 其传递函数分别为

$$\begin{aligned} \frac{B_1(z^{-1})}{A_1(z^{-1})} &= \frac{z^{-1} + 1.2z^{-2}}{1 + 1.5z^{-1} + 0.7z^{-2}}, \\ \frac{B_2(z^{-1})}{A_2(z^{-1})} &= \frac{z^{-1} - 1.5z^{-2}}{1 - 0.7z^{-1} - 0.5z^{-2} + 0.336z^{-3}} \end{aligned}$$

可以看出该系统为非最小相位系统, 两个通道的观测噪声为与未知输入不相关的零均值白噪声 噪声具有不同的方差, 分别为 $\sigma_{w, 1}^2 = 0.15, \sigma_{w, 2}^2 = 0.05$. 未知输入取方差为 1 的白色信号, 采样时间为 4 000T. 辨识结果如下:

$$\begin{aligned} \hat{A}_1(z^{-1})\hat{B}_2(z^{-1}) &= \\ z^{-1} + 0.0179z^{-2} - 1.5055z^{-3} - 1.0381z^{-4}, \\ \hat{A}_2(z^{-1})\hat{B}_1(z^{-1}) &= \\ z^{-1} + 0.48z^{-2} - 1.3468z^{-3} - \\ 0.2414z^{-4} + 0.3960z^{-5}, \\ \hat{A}_1(z^{-1})\hat{A}_2(z^{-1}) &= \\ 1 + 0.7883z^{-1} + 0.8783z^{-2} - 0.9087z^{-3} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & 0.1789z^{-4} + 0.2367z^{-5}, \\ \hat{A}_1(z^{-1}) &= 1 + 1.4950z^{-1} + 0.7028z^{-2}, \\ \hat{B}_1(z^{-1}) &= z^{-1} + 1.2051z^{-2}, \\ \hat{A}_2(z^{-1}) &= \\ & 1 - 0.7251z^{-1} - 0.4730z^{-2} + 0.3286z^{-3}, \\ \hat{B}_2(z^{-1}) &= z^{-1} - 1.4771z^{-2}. \end{aligned}$$

系统真实和辨识结果的零极点分别如图2和图3所示

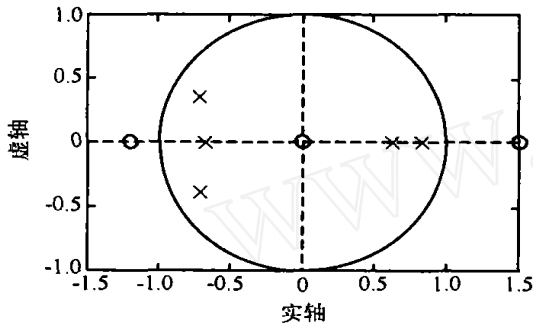


图2 系统真实的零极点

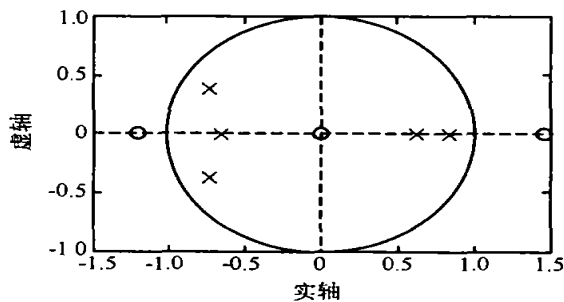


图3 辨识结果的零极点

5 结论

本文提出一种新的SMO系统的盲辨识方法,利用子空间分解求解各通道的模型参数。该方法具有以下优点:1)可以辨识非最小相位SMO系统;2)可以辨识具有无限冲击响应的通道参数;3)利用补偿矩阵可消除各通道观测噪声方差不同时的影

响;4)只需计算输出的二阶统计信息,与传统高阶矩方法相比具有更快的运算速度。辨识方法假设系统阶数已知,系统阶数的辨识以及多MIMO系统的辨识将是今后工作的重点。

参考文献 (References)

- [1] Karim A bedMerain, Jean-Francois Cardoso. On Subspace Methods for Blind Identification of Single-input Multiple-output FIR Systems[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 1997, 45(1): 42-55.
- [2] Massimiliano Martone. Subspace Methods for Blind Identification of Multichannel FIR Filters Using Space-time Contraction of Cumulants[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 1998, 5(7): 180-184.
- [3] 郭经红, 张官元. 基于多相分解的盲信道辨识和均衡技术[J]. *电力系统通信*, 2003, (2): 40-44.
(Gou J H, Zhang G Y. On Blind Channel Identification and Equalization Based on Poly-phase Decomposition [J]. *Telecommunications for Electric Power System*, 2003, (2): 40-44.)
- [4] 曹士柯, 张力军. 基于循环累量的多用户信道盲辨识[J]. *信号处理*, 2003, 19(4): 329-337.
(Cao S K, Zhang L J. MIMO Channel Identification Based on Cyclic Cumulants [J]. *Signal Processing*, 2003, 19(4): 329-337.)
- [5] 王布宏, 王永良, 陈辉. 利用局域子空间投影提高子空间类DOA估计算法的谱分辨率[J]. *电子学报*, 2003, 31(3): 459-463.
(Wang B H, Wang Y L, Chen H. Improving Spectral Resolution of Subspace Based DOA Estimation Algorithms by Localized Subspace Projection [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2003, 31(3): 459-463.)
- [6] 王勇, 刘文江, 孙连明. 控制系统的一种直接盲辨识方法[J]. *控制与决策*, 2003, 18(5): 611-614.
(Wang Y, Liu W J, Sun L M. Direct Blind Identification for Control System [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(5): 611-614.)